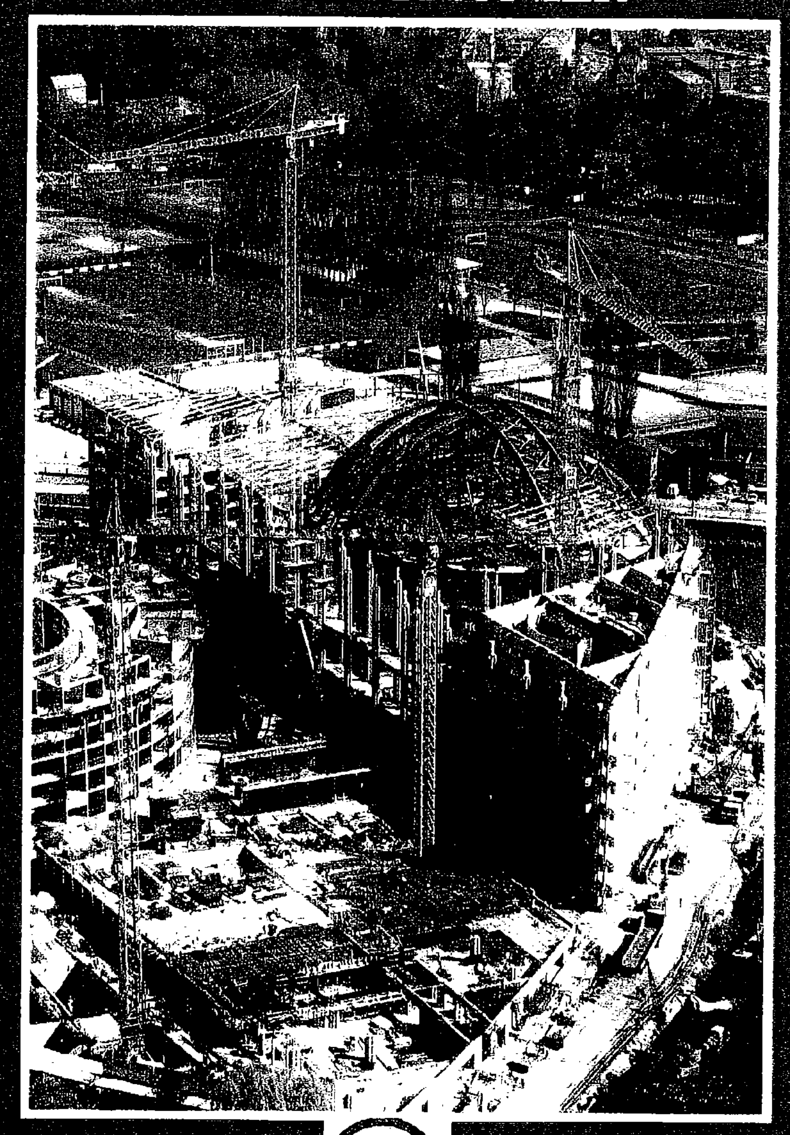
Cours de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

HENRY THONIER



2

CONCEPTION ET CALCUL DES STRUCTURES DE BÂTIMENT

Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées

CONCEPTION ET CALCUL DES STRUCTURES DE BÂTIMENT

Tome 2

HENRY THONIER

Chez le même éditeur :

Conception et calcul des structures de bâtiment (Tome 1) (1992)
par H. THONIER

La précontrainte (1992)
par R. LACROIX, J. PERCHAT, R. CHAUSSIN, A. FUENTES

La durabilité des bétons (1992)
sous la direction de J. BARON et J.-P. OLLIVIER

Les bétons à hautes performances (1992, 2e éd. revue et corrigée)
sous la direction de Y. MALIER

Le béton précontraint aux états-limites (1992, 2e éd. revue et corrigée)
par H. THONIER

Granulats (1990)
sous la direction de G. ARQUIÉ et C. TOURENQ

Constructions métalliques civiles et industrielles (1988)
par P. BOURRIER, T. FOULT, Y. LESCOUARC'H

Projet et construction des ponts
par J.-A. CALGARO et M. VIRLOGEUX
- Généralités - Fondations - Appuis - Ouvrages courants (1991, 2e éd.)
- Analyse structurale des tabliers de ponts (1989)

Le béton hydraulique (1988, 2e éd.)
sous la direction de J. BARON et R. SAUTEREY

Granulats et bétons légers (1986)
sous la direction de M. ARNOULD et M. VIRLOGEUX

Le béton jeune (1982)
comptes rendus de colloque

ISBN 2-85978-200-1

Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées

28, rue des Saint-Pères, 75007 Paris

Département Édition de l'Association Amicale des Ingénieurs Anciens Élèves de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.

SOMMAIRE

Tome 1

Tome 2

5. FONDATIONS PROFONDES

1. DÉFINITION

On distingue les fondations profondes des fondations superficielles par la définition suivante [4] : toute fondation dont la largeur est inférieure au sixième de la hauteur, elle-même supérieure à 3 mètres, est une fondation profonde. Les autres types de fondations sont des fondations superficielles.
Les fondations profondes peuvent être réalisées au moyen de pieux ou barettes, parois, puits.

Marché des pieux et parois

Pieux battus	10 %
Pieux forés	40 %
Parois moulées	40 %
Micropieux	10 %

Dimensions	Valeurs extrêmes	Valeurs courantes
Pieux – diamètres – profondeurs	0,25 m à 2,70 m 5 m à 50 m	0,40 m à 1,50 m 10 m à 20 m
Parois moulées – épaisseur – profondeur	0,50 m à 2 m 10 m à 120 m	0,60 m à 1,20 m 15 m à 30 m

EXEMPLES : Pieux des pylônes du Pont de Normandie : diamètre 2,10 m et profondeur 50 m. Parois moulées du barrage de Mud Mountain (Solétanche) : profondeur 122,7 m.

Types de pieux [1] [2]

Pieux façonnés à l'avance	– Pieux battus préfabriqués en béton armé, – Pieux métalliques battus (tubes, H,...) – Pieux tubulaires précontraints – Pieux métalliques battus enrobés avec sabot débordant et injection de mortier extérieur – Pieux battus ou vibrofoncés injectés haute pression Ø ≥ 250 mm
Pieux à tubes battus exécutés en place	– Pieux battus pilonnés avec bouchon de béton à la base et tube récupéré lors du bétonnage – Pieux battus moulés à tube récupéré lors du bétonnage
Pieux forés	– Pieux forés simples sans soutènement des parois, béton coulé avec colonne de bétonnage – Pieux forés tubés : soutènement des parois par tube récupéré lors du bétonnage à la colonne – Pieux forés à la boue : soutènement à la boue thixotropique et bétonnage à la colonne – Pieux forés à la tarière creuse avec axe creux servant au bétonnage : type 1 : sans enregistrement des paramètres de forage, type 2 : avec enregistrement des paramètres de forage type 3 : type 2 équipé d'un dispositif de bétonnage rétractable – Pieux forés injectés haute pression Ø ≥ 250 mm avec armature et un ou plusieurs tubes à manchettes et injection sélective – Pieux vissés moulés
Puits	Creusés à la main, parois soutenues par blindage, bétonnage à sec avec récupération du blindage
Micropieux Ø ≤ 250 mm	– Type I : foré tubé avec ou sans armatures – Type II : avec armature scellée sous très faible pression – Type III : avec armature scellée dans un tube à manchette injecté avec une pression ≥ 1 MPa de façon globale et unitaire – Type IV : Type III avec injection répétitive et sélective
Parois	– Parois moulées dans le sol à la boue thixotropique – Parois préfabriquées

2. ACTIONS

Les pieux peuvent être soumis à :
- des forces verticales descendantes, voire ascendantes,
- des forces horizontales dues au vent, à des poussées latérales (terres, liquides).

On distingue :
- les actions dues au sol :
  - actions pondérales : à défaut de résultats de mesure, on pourra prendre 20 kN/m^3 pour les sols humides (18 pour les cas favorables) et 22 kN/m^3 pour les sols saturés (20 pour les cas favorables),
  - actions de poussée dues à un déplacement du sol : tassement engendrant des frottements négatifs (G_{sn}), déplacement latéral engendrant des poussées latérales (G_{sp}) ;
- les actions transmises par le sol : actions transmises par un remblais ou un stockage par exemple ;
- les actions dues à l'eau, statiques ou dynamiques.

3. COMBINAISONS

Le calcul est effectué en ELU et en ELS.

3.1. Combinaisons ELU [1]

3.1.1. Combinaisons fondamentales

Les sollicitations sont calculées par :

$$1{,}125S\left[1{,}2G_{max} + 0{,}9G_{min} + \gamma_{GW}G_W + \gamma_{sn}G_{sn} + \gamma_{sp}G_{sp} + \gamma_{FW}F_W + \gamma_{F1Q}Q_{1k} + \sum_{i>1} 1{,}15\Psi_{oi}Q_{ik}\right]$$

avec
G_{max} = action permanente défavorable
G_{min} = action permanente favorable
G_W = pression statique de l'eau
G_{sn} = action éventuelle de frottement négatif
G_{sp} = action éventuelle de poussée latérale
F_W = action hydrodynamique
Q_{1k} = action variable de base
$\Psi_{oi}Q_{ik}$ = valeur de combinaison de l'action variable d'accompagnement
γ_{GW} = 1 si l'action G_w est favorable, 1,05 dans le cas contraire
γ_{sn} = le plus défavorable de 1 ou 1,2
γ_{sp} = le plus défavorable de 0,6 et 1,2
γ_{FW} = le plus défavorable de 0,9 et 1,2
$\gamma_{F1Q}Q_{1k}$ = 1,33 en général, = 1,20 pour les charges d'exploitation étroitement bornées.

Pour un mode de calcul linéaire (c'est-à-dire s'il y a proportionnalité des actions et des déformations), on trouve :

$$S\,[1{,}35G_{max} + G_{min} + 1{,}125\,(\gamma_{GW}G_W + \gamma_{sn}G_{sn} + \gamma_{sp}G_{sp} + \gamma_{FW}F_W) + \gamma_{Q1}Q_{1k} + \sum_{i>1} 1{,}3\Psi_{oi}Q_{ik}]$$

avec $\gamma_{Q1} = 1{,}5$ pour le cas général et 1,35 pour les charges étroitement bornées.

3.1.2. *Combinaisons accidentelles*

$$S\left[G_{max} + G_{min} + G_W + G_{sn} + G_{sp} + F_W + F_A + \Psi_{11}Q_{1k} + \sum_{i>1}\Psi_{2i}Q_{ik}\right]$$

avec F_A = action accidentelle
$\Psi_{11}Q_{1k}$ = valeur fréquente de l'action variable Q_{1k}
$\Psi_{2i}Q_{ik}$ = valeur quasi-permanente de l'action variable Q_{ik}.

3.2. Combinaisons ELS

3.2.1. *Combinaisons rares*

$$S\left[G_{max} + G_{min} + G_W + G_{sn} + G_{sp} + F_W + Q_{1k} + \sum_{i>1}\Psi_{oi}Q_{ik}\right]$$

3.2.2. *Combinaisons fréquentes*

$$S\left[G_{max} + G_{min} + G_W + G_{sn} + G_{sp} + F_W + \Psi_{11}Q_{1k} + \sum_{i>1}\Psi_{2i}Q_{ik}\right]$$

3.2.3. *Combinaisons quasi permanentes*

$$S\left[G_{max} + G_{min} + G_W + G_{sn} + G_{sp} + F_W + \sum_{i>1}\Psi_{2i}Q_{ik}\right]$$

4. FORCE PORTANTE DES PIEUX

La force portante des pieux est limitée par :
- la capacité du sol par sa résistance de pointe et son frottement latéral,
- la résistance du matériau constitutif du fût du pieu.

5. CAPACITÉ DU SOL

Différentes méthodes sont utilisées :
- à partir des caractéristiques mécaniques du sol : angle de frottement interne et cohésion,
- à partir d'essais pressiométriques,
- à partir d'essais pénétrométriques statiques ou dynamiques.

L'interprétation des résultats des sondages et la détermination de la capacité portante d'une fondation est l'affaire de spécialistes en géotechnique.
Cependant, on peut avoir une idée (peu précise il est vrai) de cette capacité pour dégrossir les projets à partir des caractéristiques du sol.
La charge limite Q_u est la somme de deux termes :
- la charge limite de pointe Q_p,
- la charge limite de frottement latéral Q_s

$Q_u = Q_p + Q_s$

Pour la vérification en ELS d'un pieu, on a besoin de connaître la charge de fluage Q_c.
On peut admettre les relations suivantes d'après [1], annexe C2-§1 :
$Q_c = 0{,}7Q_u$ pour les pieux refoulant le sol,
$Q_c = 0{,}5Q_p + 0{,}7Q_s$ pour les pieux ne refoulant pas le sol.

5.1. Méthode classique

Cette méthode est peu précise et ne peut servir qu'à un dimensionnement approché des pieux. Elle ne saurait remplacer les autres méthodes décrites ci-après.
La charge limite d'un pieu de diamètre B est donnée par :

$$Q_u = \frac{\pi B^2}{4}\left[\gamma D N_q + C N_c + 2s_3\gamma\frac{D^2}{B} + 4s_5 C\frac{D}{B}\right]$$

Effet de pointe Frottement latéral

avec B = diamètre du pieu
C = cohésion
D = profondeur (longueur) du pieu
$N_c = (N_q - 1)\cot\varphi$
$N_q = e^{7\tan\varphi}$
$s_3 = 10^{(\varphi-20°)^2/1920 + (\varphi-20°)/23{,}5 + 1/78}$
$s_5 = 10^{(\varphi-20°)^2/2070 + (\varphi-20°)/46{,}7 + 0{,}4314}$
γ = poids volumique humide du sol (au-dessus de la nappe phréatique)

Une fondation est considérée comme profonde et les formules ci-dessus s'appliquent que si la profondeur D est supérieure à la profondeur critique D_o :

$D_o = 0{,}25B\sqrt[3]{N_q^2}$

φ en degrés	Profondeur critique D_o / B	N_q	N_c	s_3	s_5
10	0,57	3,43	13,81	0,43	1,84
15	0,87	6,52	20,62	0,65	2,17
20	1,37	12,78	32,56	1,03	2,70
25	2,20	26,2	53,9	1,73	3,55
30	3,70	56,9	96,8	3,09	4,94
35	6,6	134,5	191	3,90	7,30
40	12,5	356	422	11,8	11,3
45	26,6	1 097	1 096	25,2	18,6

Le DTU 13.2 [3] admet : $D_o = 6$ B pour D > 3 m.

EXEMPLE : Pieu de 0,60 m de diamètre, 8 m de profondeur, dans un terrain d'angle de frottement interne de 25°, cohésion nulle, 18 kN/m^3 de poids spécifique. La profondeur critique D_o / B est de 2,2 m. La méthode s'applique si D = 8 m > 2,2 m. Ce qui est vérifié.

On calcule :

$N_q = 26,2$

$s_3 = 1,73$

$$Q_u = 0,25\pi 0,6^2 [18 \times 8 \times 26,2 + 2 \times 1,73 \times 18 \times 64/0,6]$$
$$= 1\,067 + 1\,878 = 2\,945 \text{ kN}$$

pointe latéral

soit $Q_u = 2,94$ MN

La pression limite vaut 10,4 MPa.

5.2. Essais pressiométriques

Le « pressiomètre » inventé par Louis Ménard dans les années 50 est constitué d'une gaine souple verticale dans laquelle on établit une pression qui comprime le sol dans le sens horizontal.
Des formules permettent de déduire la contrainte de rupture q_u à partir des pressions de fluage p_f et pressions limites $_{pl}$ mesurées.

5.3. Essais pénétrométriques

En général, les pénétromètres permettent de déterminer l'effort global, effort de pointe et effort latéral. Mais certains pénétromètres donnent ces deux valeurs séparément.
On peut citer le SPT (Standard Penetration Test) très utilisé aux USA.

5.4. Sollicitations résistantes : S_R

On doit vérifier $S_d \leq S_R$
avec S_d = sollicitation agissante déterminée par les combinaisons ELU ou ELS vues ci-dessus.

S_R est calculé à partir de :
- la charge limite à la compression Q_u (ELU)
- la charge limite à la traction Q_{tu} (ELU)
- la charge de fluage à la compression Q_c (ELS)
- la charge de fluage à la traction Q_{tc} (ELS).

On devra vérifier en fonction des charges d'exploitation maximum Q_{max} et minimum Q_{min} : $S_d \leq S_R$.

Fasc.62 [1]

S_R	Combinaisons	Sous Q_{max}	Sous Q_{min}
ELU	fondamentales accidentelles	Q_u / 1,40 Q_u / 1,20	$-Q_{tu}$ / 1,40 $-Q_{tu}$ / 1,30 *
ELS	rares quasi-permanentes	Q_c / 1,10 Q_c / 1,40	$-Q_{tc}$ / 1,40 ** 0 ***

* 1,20 pour les micropieux
** 1,10 pour les micropieux
*** 1,40 pour les micropieux

DTU 13.2 [3], § 11.4

ELS : $S_d < 0,33Q_p + 0,5Q_s$
ELU : $S_d < 0,5Q_p + 0,75Q_s$

5.5. Cas courants

Pour les cas courants où :
- seules existent des charges permanentes et un type de charge d'exploitation non étroitement bornée,
- il n'y a pas de traction dans le pieu, ni d'actions accidentelles,

On trouve (Fasc.62 [1]) :

ELU, en combinaisons fondamentales

$$S_d = 1,35G_{max} + G_{min} + 1,5Q_{max}$$
$$S_R = Q_u/1,4$$

ELS, en combinaisons rares

$$S_d = G_{max} + G_{min} + Q_{max}$$
$$S_R = Q_c/1,1$$

ELS, en combinaisons quasi permanentes

$$S_d = G_{max} + G_{min} + \Psi_{o1} Q_{max}$$
$$S_R = Q_c/1,4$$

6. CAPACITÉ DU PIEU

6.1. Pieux en acier

Les pieux sont calculés suivant les règles de construction métallique (avec $\gamma_a = 1{,}25$ [1] CM 66 ou Fasc. 66 du CCTG).
On doit prendre en compte une surépaisseur de métal pour pallier les méfaits de la corrosion.

Fasc.62 [1] § 4.2.15	Diminution d'épaisseur en mm (≥ 2 mm) pour une durée d'exposition de :			
	25 ans	50 ans	75 ans	100 ans
Sols ou remblais peu corrosifs	0,250	0,550	0,675	0,775
Sols ou remblais moyennement corrosifs	1,000	1,600	2,050	2,450
Sols ou remblais fortement corrosifs	2,500	4,000	5,125	6,125

DTU 13.2 [3] § 2.24	Diminution d'épaisseur en mm / an pour une durée d'exposition de :			
	25 ans	50 ans	75 ans	100 ans
Sol en place peu agressif	0,010	0,006	0,005	0,004
Terrain ou remblais moyennement agressifs	0,040	0,024	0,018	0,016
Terrain ou remblais agressifs	0,100	0,060	0,045	0,040
Terrain très agressif, eau de mer ou saumâtre : voir l'article 2.252 du DTU				

La distance entre axes minimum des pieux doit être de 1,75 fois la diagonale du rectangle enveloppant chaque pieu sans descendre au-dessous de 0,75 m.

Fasc. 62 [1]

La contrainte de l'acier ne doit pas dépasser $\sigma_e / 3$ en ELS pour tenir compte forfaitairement de la corrosion. Si la durée de l'édifice à soutenir peut être estimée, la contrainte de l'acier est limitée à :
- $0{,}6\sigma_e$ en ELS
- $0{,}8\sigma_e$ en ELU

en ajoutant une surépaisseur à l'épaisseur calculée comme indiqué dans le tableau ci-dessus.

D.T.U. 13.2 - PIEUX MÉTALLIQUES Béton ou mortier non pris en compte dans les calculs

	Art. DTU	Métal battu § 2.2	Battu enrobé § 2.4	Battu vibrofoncé H.P. §2.5	Foré injecté H.P. § 4.6	Métal foncé § 6.2
Forme		H, O, ou quelconque âme = aile	H, O, de 150 à 500 mm ou caissons enrobage extérieur	remplissage par TAM	H, O, ou caissons injection par TAM	non H
Acier σ_a en CF σ_a en ELS σ_a en ELU	 CC FC CC FC	1/3* 0,6* 0,6* 0,8* 0,8*	 160 MPa 100 MPa 240 MPa 150 MPa	 0,5* 0,5* 0,75* 0,75*	 0,5* 0,5* 0,75* 0,75*	1/3* 0,5* 0,5* 0,75* 0,75*
Tolérance d'implantation Enrobage (cm)		H/8 et 4 cm 5**	H/8 et 6 cm			 5**
Dosage minimum ciment Rapport eau/ciment	kg/m³	500** ≤ 0,5**	500 ≤ 0,5	1 200	1 200	500** ≤0,5**
Essai de contrôle de portance				2 (ou 1)	2 (ou 1)	

* En fraction de σ_a (limite élastique)
** Si terrain agressif, eau de mer ou saumâtre
CF = corrosion forfaitaire
CC = compression centrée
FC = flexion composée
B = diamètre ou largeur du pieu
TAM = tube à manchettes
HP = haute pression

6.2. Pieux en béton

6.2.1. En ELU

La force portante d'un pieu en béton est calculée à partir d'une résistance conventionnelle du béton f_c (DTU 13.2 et Fasc. 62) :
$f_c = \text{Min}\,[f_{cj}, f_{c28}, f_{clim}] / (k_1 k_2)$
avec f_{c28} = résistance caractéristique du béton à 28 jours
f_{cj} = résistance caractéristique du béton à j jours pour $j \leq 28$ jours

$$f_{cj} = \frac{j f_{c28}}{4,76 + 0,83 j} \text{ pour } f_{c28} \le 40 \text{ MPa et } j < 28 \text{ jours}$$

$$f_{cj} = \frac{j f_{c28}}{1,40 + 0,95 j} \text{ pour } 40 \le f_{c28} \le 60 \text{ MPa et } j < 28 \text{ jours}$$

Les valeurs f_{clim}, k_1 et k_2 sont lues dans les tableaux suivants :
(§ A.3.12 de [1] et § 1.311 de [3])

GROUPE A	DTU f_{clim}	DTU k_1*	Fasc.62 f_{clim}	Fasc.62 k_1
Semelles superficielles et radiers	-	-	f_{c28}	1,00
Pieux ou parois préfabriquées mis en place dans un forage	f_{c28}	1,00	f_{c28}	1,00
Pieux tubulaires précontraints	f_{cj}	1,15	30	1,15
Pieux préfabriqués battus en béton armé	f_{cj}	1,15	30	1,15
Puits avec béton vibré	f_{c28}	1,00	f_{c28}	1,00
Puits avec béton non vibré	f_{c28}	1,20	f_{c28}	1,20
GROUPE B				
Pieux battus pilonnés		-	25	1,20
Pieux battus moulés	f_{c28}	1,30	25	1,20
Pieux et barettes forés simples	f_{c28}	1,30	25	1,20
Pieux forés tubés : bétonnés à sec	f_{c28}	1,20	25	1,10
bétonnés sous l'eau	f_{c28}	1,30	25	1,20
Pieux forés à la tarière creuse : type 1			25	1,50
type 2			25	1,20
type 3			25	1,05
Pieux et barrettes bétonnés sous boue, parois moulées	f_{c28}	1,30	25	1,20

* Il est loisible de diminuer de 0,1 la valeur absolue de k_1 pour le DTU (il est prudent de ne pas utiliser cette clause)

Valeurs de k_2	k_2
Éléments du groupe **A** :	1,00
Éléments du groupe **B** : – dont le rapport de la plus petite dimension nominale ***d*** à la longueur est inférieure à 1 / 20	1,05
– dont la plus petite dimension nominale ***d*** est inférieure à 0,60 m	$(1,3 - d / 2)$
– réunissant les deux conditions précédentes	$(1,35 - d / 2)$
– autres cas	1,00

Contraintes de calcul du béton

$\sigma_{bu} < 0,85 f_c / (\theta \gamma_b)$
avec
$\theta = 1$ pour les combinaisons de charge de durée > 24 h
$\theta = 0,85$ pour les combinaisons de charge de durée < 1 h
$\theta = 0,9$ entre 1 h et 24 h
$\gamma_b = 1,5$ sauf en situation accidentelle où $\gamma_b = 1,3$.

Contraintes de calcul de l'acier (de béton armé)

$\sigma_{su} = f_e / \gamma_s$
$\gamma_s = 1,15$ sauf en combinaison accidentelle où $\gamma_s = 1$.

Remarque
Un pieu vertical, supportant un bâtiment et entièrement comprimé sous tous les cas de charges, peut ne peut pas être armé. Un pieu armé doit être armé sur toute sa hauteur.

Effort Tranchant

Pour un pieu circulaire de diamètre B, on vérifiera :
$\tau_u = 1,4 V_u / (Bd) < \tau_{ulim}$
avec τ_{ulim}, valeur du cisaillement limite donné par le BAEL
$d = B - d'$
d' = enrobage à l'axe des aciers.

Excentricité complémentaire (Fasc. 62 [1])

Pour un pieu unique ou une file de pieu isolée, on prendra une excentricité supplémentaire égale à Max[L / 20 ; 0,05 m] avec L = la longueur de la section droite de l'élément (pieu ou barrette) mesurée perpendiculairement à l'axe de la file.

6.2.2. En ELS

Contraintes de calcul du béton

$\sigma_{bmax} < 0,6 f_c$
$\sigma_{bmoyen} < 0,3 f_c$

Contraintes de calcul de l'acier (de béton armé)

$\sigma_s < 2/3 f_e$ en fissuration peu préjudiciable
$\sigma_s < \text{Min}\,[2/3 f_e\,;\,110\sqrt{\eta f_t}]$ en fissuration préjudiciable
$\sigma_s < \text{Min}\,[0,5 f_e\,;\,90\sqrt{\eta f_t}]$ en fissuration très préjudiciable
avec η = 1,6 pour les aciers à haute adhérence,
= 1,0 dans le cas d'aciers lisses
$f_t = 0,06 f_c + 0,6$ MPa

6.2.3. *Dispositions constructives*

Sauf vérifications spéciales (particulièrement pour les groupes de pieux), l'entre axe des pieux est au minimum de 3 diamètres.

D.T.U. 13.2 - PIEUX BÉTON

	Art. DTU →	Battu préfa §2.1	Battu pilonné §3.1	Battu moulé §3.2	Foré simple §4.1	Foré tubé §4.2	Foré boue §4.3	Tarière creuse §4.4	Vissé moulé §4.5
Aciers longitudinaux	FC								
Nombre minimum			5	5	5	5	5		
Diamètre minimum	mm	12	12	12	12	12	12		
% mini pour A < 0,5 m²		(0,8 %)	0,50 %	0,50 %	0,50 %	0,50 %	0,50 %		
– pour 0,5 < A ≤ 1 m²		(0,8 %)	0,50 %	0,50 %	25 cm²	25 cm²	25 cm²		
– pour A > 1 m²		(0,8 %)	0,50 %	0,50 %	0,25 %	0,25 %	0,25 %		
Espacement maximum	m		0,10	0,10	0,10	0,10	0,10		
Crochets		Interdit							
Aciers transversaux	FC	(0,15 % à 0,2 %)							
Diamètre minimum	mm	5					(8)		
Espacement maximum	m	0,20	0,20	0,20	0,35	0,35	0,35		
Panier			oui	oui	oui	oui	oui	non	
Attentes (nombre)	EC		4	4	4	4	4		(n + 1) (***)
– diamètre	m		12	12	12	12	12		
– longueur	m		2,00	2,00	2,00	2,00	2,00		
– débord minimum	m		0,75	0,75	0,75	0,75	0,75		
– espacement			0,5 B	0,5 B	0,5 B	0,5 B	0,5 B		
Enrobage	cm	2,5 ou 4	4	4	7	4	7		
Béton :									
– dosage minimum	kg/m³	(350 à 400)	350	350	350	350	350	350(*)	350
– slump	cm		≤ 5	10 à 16	10 à 16	≥ 14 (18)	≥ 14 (18)	15 à 22	≥ 14 (18)
– granulat maximum	mm		25	25	35(**)	25	35(**)	15	25
Majoration de 20 % de la contrainte béton si :									
– impédance mécanique, 1 essai sur :		3	10	10	6 ou 3	6 ou 3	6 ou 3	10	10
– carottage mécanique, 1 essai sur :			100	100	50 ou 100	50 ou 100	50 ou 100	100	100
– transparence sonique (si pieux armés), 1 essai sur :		4		20	8	8	8		
Tolérance d'excentrement	cm	6	6	6	12	6	12	12	9

(*) 5 ou 5,5 MPa
(**) Granulat < maille/4 et < colonne/4
(***) Des barres en périphérie + 1 barre centrale sur toute la hauteur du pieu
EC = entièrement comprimé
FC = flexion composée
B = diamètre ou largeur du pieu
Les valeurs entre parenthèses sont seulement conseillées.

D.T.U. 13.2 - MICROPIEUX

(Diamètre < 250 mm)	Art. →	Type I §7.1	Type II §7.2	Type III §7.3	Type IV §7.4
Mode d'exécution		Foré avec tubage	Foré ou lançage, battage, fonçage		
Bétonnage		Tube plongeur	Gravité ou faible pression, tube plongeur	Foré injecté avec tubes à manchettes	Foré injecté avec tubes à manchettes
Injection				Globale et unitaire ≥ 1 MPa	Répétitive et sélective ≥ 1 MPa
Béton – contrainte ELS		≤ 8 MPa et 0,48 f_{c28}	non pris en compte		
– dosage ciment	kg/m³	mortier 500	coulis 1200		
Armatures		facultatives	obligatoires : tubes et/ou barres		
Contrainte de calcul	ELS		0,50 (*)		
	ELU		0,75 (*)		
Essais de portance :					
– si pieu travaille en traction, un pieu sur :		50	50		
– si pieu travaille en compression, un pieu sur :		200	200		
Sinon, pour moins de 25 pieux, charge limite minorée par :		1,5	1,5		
Tolérance d'excentrement	cm	4	5		

(*) En fraction de la limite élastique σ_a

Dispositions constructives	Art. →	Préfabriqués en béton §c.5.2	Exécutés en place Barrettes §c.5.2
Armatures longitudinales			
– nombre minimum		-	6
– diamètre minimum	mm	12	12
– % minimum pour B < 1 m		-	0,50 %
pour B > 1 m			$0{,}5/\sqrt{B}$ % et 0,35 %
– espacement minimum		-	0,10 m
Armatures transversales			
– diamètre minimum	mm	5	6 mm et 0,4 x diam.longit.
– espacement maximum	m	0,20	0,35
Enrobage			
– exécutés dans un tube, tubage ou chemise	cm	-	4
– autres cas	cm	-	7

B = diamètre ou largeur du pieu

Puits [1]

Sont considérés comme puits, les pieux circulaires de diamètre supérieur à 1,20 m et les pieux rectangulaires de petit côté supérieur à 0,80 m et d'aire supérieure à 1,10 m^2.
Les puits sont exécutés et bétonnés à la main.
L'enrobage des aciers est au moins de 5 cm.

6.2.4. Ferraillage-type de pieu

Il est généralement constitué par les barres verticales de la cage d'armature du pieu, retournées en partie inférieure pour éviter la remontée de la cage lors du bétonnage ou du retrait du tubage (panier).

6.3. Exemple – Bâtiment de bureaux (suivant Fasc.62 [1])

Soit un pieu en béton, foré tubé de 0,60 m de diamètre et 8 m de profondeur supportant les charges verticales suivantes :
- charges permanentes : G = 0,89 MN
- charges d'exploitation Q = 0,27 MN avec $\Psi_o = 0{,}77$ et $\Psi_2 = 0{,}65$
- charges de vent V = 0,42 MN avec $\Psi_o = 0{,}77$ et $\Psi_2 = 0$

Les efforts horizontaux dus au vent sont repris par des voiles en sous-sol travaillant en butée.

Remarque
On admet habituellement [3] de ne pas prendre en compte le poids propre du pieu dans le calcul des charges.

6.3.1. Sollicitations de calcul S_d

ELS, combinaisons rares :
$G + Q + \Psi_o V = G + Q + 0{,}77\ V = 1{,}483$ MN
$G + V + \Psi_o Q = G + V + 0{,}77\ Q = 1{,}518$ MN
$G - V = 0{,}47 > 0$

ELS, combinaisons quasi permanentes :
$G + Q = 1{,}16$ MN

ELU, combinaisons fondamentales :
$1{,}35\ G + 1{,}5\ Q + 1{,}3\ \Psi_o\ (1{,}2\ V) = 2{,}111$ MN
$1{,}35\ G + 1{,}5\ (1{,}2\ V) + 1{,}3\ \Psi_o\ Q = 2{,}228$ MN
$G - 1{,}5\ (1{,}2\ V) = 0{,}134 > 0$

Remarque
Il est rappelé que l'action du vent normal déterminé à partir des Règles NV 65 est à majorer par le coefficient 1,2 en ELU seulement.

6.3.2. Vérification de la force portante du sol : S_R

Le rapport du géotechnicien fournit la valeur de la charge limite Q_u et de la charge de fluage Q_c :
$Q_u = 3{,}28$ MN et $Q_c = 1{,}75$ MN

– ELS rares sous Q_{max} (compression maximum) :
$S_d < S_R = Q_c / 1{,}10$ $1{,}518 < 1{,}75 / 1{,}10 = 1{,}591$ O K

– ELS rares sous Q_{min} (soulèvement éventuel) :
$S_d = 0{,}47 > 0$ pas de soulèvement O K

– ELS quasi permanentes
$S_d < S_R = Q_c / 1{,}40$ $1{,}16 < 1{,}75 / 1{,}40 = 1{,}25$ O K

– ELU fondamentales
sous Q_{max} : $S_d = 2{,}228 < Q_u / 1{,}40 = 2{,}343$ O K
sous Q_{min} : $S_d = 0{,}134 > 0$ pas de soulèvement O K

6.3.3. Vérification de la force portante du béton du pieu

D'après les tableaux du 6.2 ci-dessus, on trouve :
$f_{clim} = 25$ MPa
$k_1 = 1{,}10$ pour bétonnage à sec
Pour $B / D = 0{,}6 / 8 = 1 / 13 > 1 / 20$, on a $k_2 = 1$
d'où $f_c = 25 / 1{,}1 = 22{,}7$ MPa

ELU, combinaison fondamentale : $\sigma = S_R / (\pi B^2 / 4) = 2{,}228 / 0{,}283$
$= 8{,}88$ MPa $< 0{,}85 f_c / (\theta \gamma_b) = 22{,}7 \times 0{,}85 / (0{,}85 \times 1{,}5) = 15{,}13$ MPa O K

ELS, combinaison rare : $\sigma = 1{,}518 / 0{,}283 = 5{,}36 < 0{,}3 f_c = 6{,}81$ MPa O K

7. SEMELLES SUR PIEUX - GÉNÉRALITÉS

Compte tenu de la charge apportée par la structure et des forces portantes des pieux disponibles, il est nécessaire de disposer un ou plusieurs pieux sous l'élément porteur.
Pour un seul pieu, la forme du poteau (généralement rectangulaire) et la forme du pieu (généralement circulaire), la nature différente des bétons utilisés, les méthodes différentes de réalisation, nécessitent la mise en place d'un ouvrage de transition appelé semelle sur pieu.
Pour plusieurs pieux sous un même poteau, la semelle sur pieu permet de répartir la charge sur l'ensemble des pieux.
En bâtiment, on utilise habituellement des semelles sur un, deux, trois ou quatre pieux, rarement plus (Fig.1 et 2).

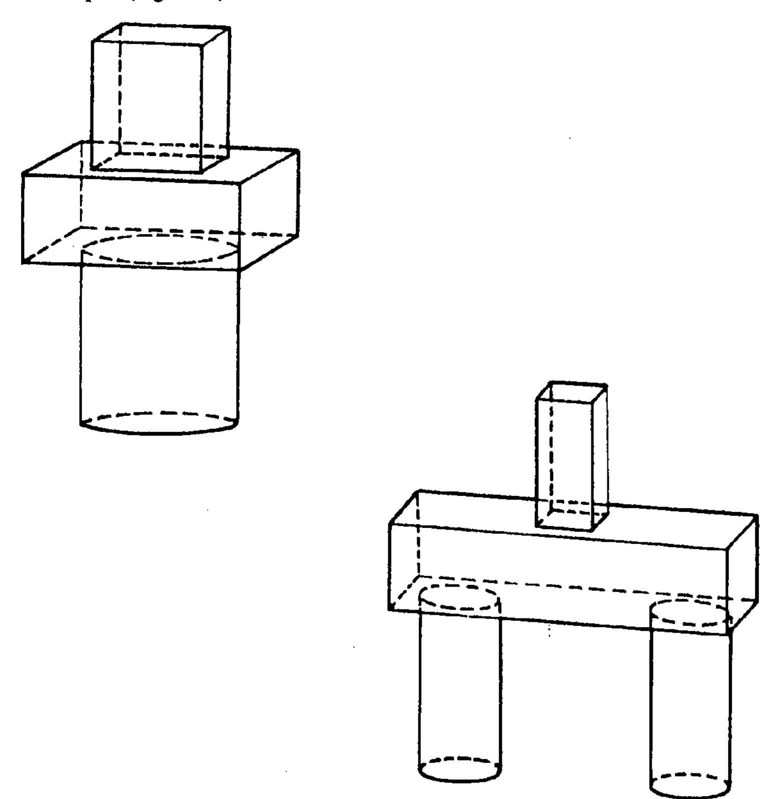
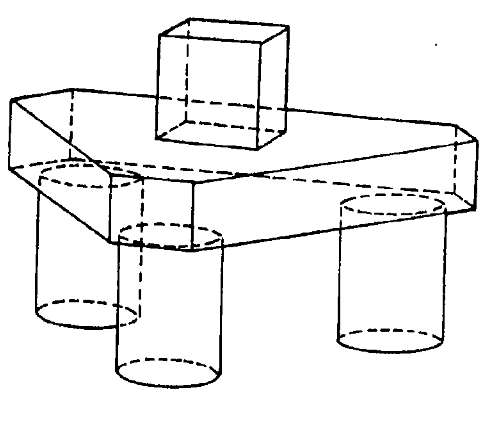


Fig. 1 – Semelles sur 1 et 2 pieux



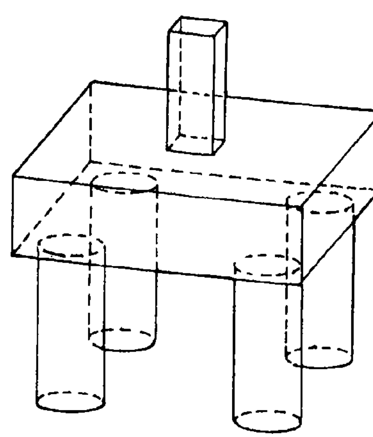


Fig. 2 – Semelles sur 3 et 4 pieux

Pour un bon ancrage des armatures longitudinales, il est nécessaire de disposer d'un débord de la semelle de 0,15 m environ par rapport au nu extérieur du pieu. La hauteur de la semelle est déterminée de telle façon que la transmission de l'effort amené par le poteau se fasse par l'intermédiaire d'une ou plusieurs bielles.
Le fascicule 62 [1], article C.2.3.4 précise qu'une semelle peut être considérée comme infiniment rigide si sa hauteur est supérieure à 0,4 fois l'entre axes des pieux.

Groupe de pieux. On considère qu'un pieu n'est pas perturbé par la présence d'un pieu voisin si la distance entre axes est au moins de trois diamètres (ou 1,5 fois la somme des diamètres pour des pieux de diamètres différents).

7.1. Liaison semelle-poteau

La liaison entre poteau et semelle est assurée par un des dispositifs suivants.

7.1.1. Poteau béton (Fig. 3)

Des aciers en attente correspondant en nombres, diamètres et dispositions, aux armatures du poteau sont disposés pour assurer le recouvrement avec ces armatures. Leur longueur sera de 0,6 L_d au dessus de la semelle lorsqu'il n'y a pas de moment apporté par le poteau. En cas de moment, la longueur sera prise égale à L_d et les attentes seront descendues dans la semelle pour assurer la transmission des efforts de traction éventuels dans le ou les pieux.
L_d est la longueur de recouvrement des aciers.

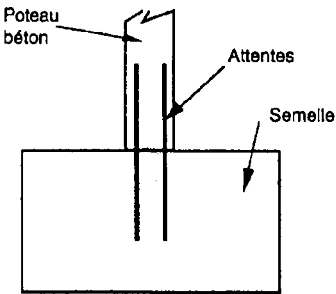


Fig. 3 – Liaison semelle – poteau béton

7.1.2. Poteau métallique

La liaison du poteau et de la semelle est réalisée au moyen d'une platine qui répartit la charge sur le béton : platine épaisse (Fig.4-a) ou platine avec goussets (Fig.4-b) pour les poteaux encastrés en pied ; ou bien platine mince (Fig.4-e) pour les poteaux articulés en pied.
Les structures métalliques calculées avec un encastrement en pied sont en général plus économiques que lorsqu'elles sont calculées comme articulées. Cependant, les moments apportés par le poteau se répercutent sur la semelle et les pieux (Fig.7). L'accroissement de coût en résultant est très souvent supérieur à l'économie réalisée sur la charpente.
En conclusion, on préférera la solution de poteaux articulés en pied.
Les platines sont scellées dans le béton de la semelle au moyen de barres d'ancrages avec crochets (Fig. 4- a-b-d-e) ou de plaques boulonnées (Fig.4 -c), plus rarement au moyen de sommiers (Fig.4-d).
Les crochets sont tournés vers l'extérieur lorsque cela est possible (semelle large) ou bien vers l'intérieur en cas de semelle étroite (Fig.4-a).
Pour un poteau articulé en pied, on ne disposera que d'un ancrage (ou d'une file centrée d'ancrages) (Fig.4-e).

7.1.3. Réalisation des ancrages

On peut utiliser l'un des deux dispositifs de la figure 5.
- Par poches de réservation dans lesquelles sont descendues les barres d'ancrage préalablement fixées à la platine et au poteau. On procède ensuite au coulage en deuxième phase d'un béton fluide et à haute résistance (Fig.5-a).
- Par mise en place des barres d'ancrage avant coulage du béton de la semelle. La bonne position des barres est assurée par un gabarit provisoire (Fig.5-b).

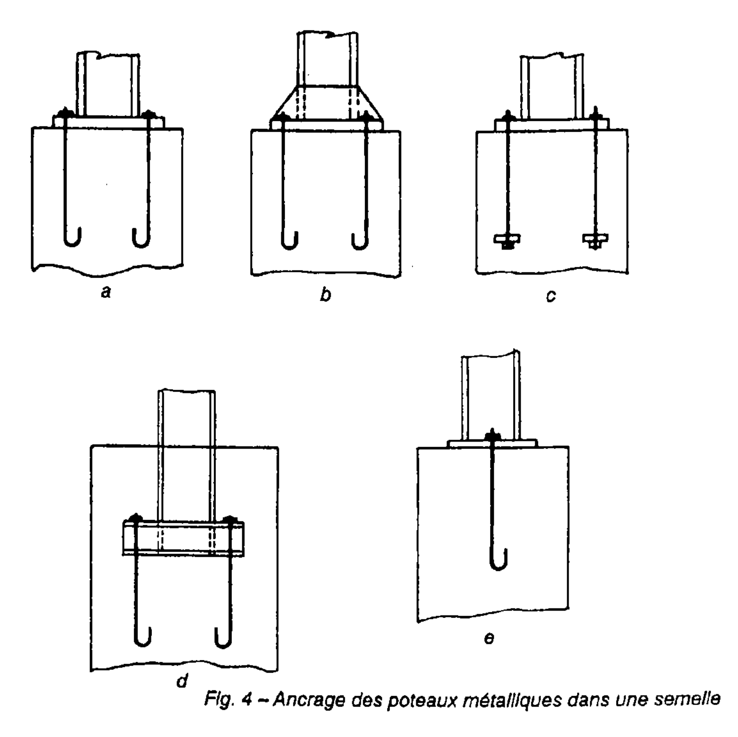
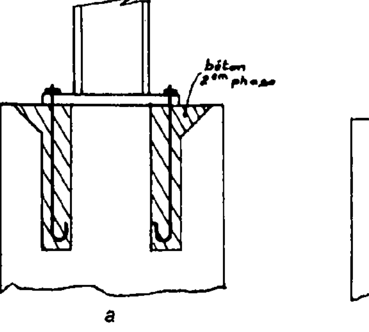


Fig. 4 – Ancrage des poteaux métalliques dans une semelle



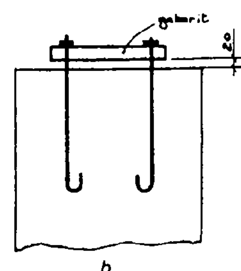


Fig. 5 – Scellement des barres d'ancrage

Remarques

1. Pour assurer un bon contact entre le béton de la semelle et l'acier de la platine, on dispose les platines ou les gabarits à 2 cm au-dessus du niveau supérieur de la semelle. Puis après calage et réglage de la platine, on coule un mortier de calage fluide et à haute résistance (souvent à base de limaille de fer).

2. Lorsque le pied de poteau est situé à une certaine hauteur au-dessus de la semelle, on dispose d'une embase (ou fût ou piètement ou masif) (Fig. 6).

3. Ces dispositions de liaison poteaux-semelles sur pieux peuvent s'appliquer de la même manière aux liaisons poteaux-semelles superficielles.

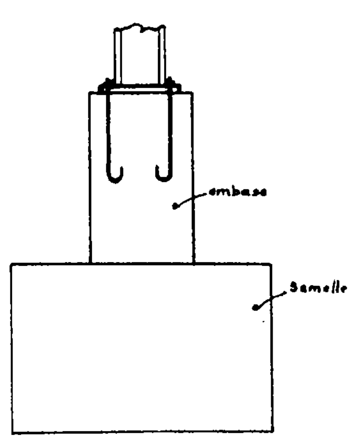


Fig. 6 – Poteau – embase – semelle.

8. PIEUX SOUMIS À UN EFFORT HORIZONTAL EN TÊTE

Les pieux peuvent avoir à reprendre des efforts horizontaux dus au vent, aux actions sismiques ou à des réactions horizontales en pied de poteau (par exemple l'action des charges permanentes sur la traverse d'un portique).
On considère le pieu comme une poutre sur sol élastique de largeur B (voir chapitre 4, article 9).
Le problème se complique en général du fait que les caractéristiques du sol sont variables suivant les différentes couches de terrain (modules de réaction k variables).
Les conditions en tête sont en général :
- articulé en tête lorsque le pieu est seul dans la direction de l'effort : semelle sur un pieu ou de deux pieux alignés dans le sens perpendiculaire à l'effort ;

- encastré en tête pour les semelles sur trois ou quatre pieux, ou encore pour les semelles sur deux pieux dont l'axe d'alignement est parallèle à l'effort.
Les déformations en tête sont fortement réduites pour les pieux à tête encastrée, mais le moment maximum est augmenté de façon importante. (Fig.7)
On pourra utiliser le programme « PIEUHOR », qui calcule le pieu comme une poutre sur sol élastique avec plusieurs couches de terrain. On obtient pour chaque coupure les valeurs du moment, de l'effort tranchant, de la rotation, de la flèche et de la contrainte exercée par le pieu sur le sol horizontalement.

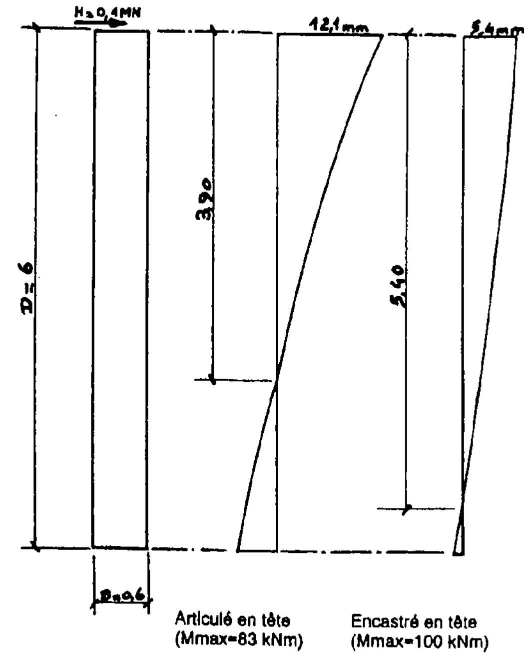


Fig.7- Déformations horizontales pour un effort horizontal de 0,1 MN en tête.

8.1. Exemple – Étude d'un pieu

Soit un pieu articulé en tête de 0,60 m de diamètre et 6 m de longueur. Le module d'Young du béton vaut 30 000 MPa pour des actions de courte durée (vent par exemple). Le module de réaction du sol est $k = 10$ MPa/m.
Les sollicitations ELS (on utiliserait la même méthode pour un calcul en ELU) appliquées en tête de pieu sont données dans le tableau suivant :

SOLLICITATIONS en tête des pieux			
Cas de charge	Effort normal N en MN	Moment M en MNm	Effort horizontal H en MN
1	0,91	0,018	0,032
2	0,52	0,009	0,026
3	0,18	0,021	0,038

En appliquant le programme « PIEUHOR », on trouve les résultats suivants :

RÉSULTATS « PIEUHOR »					
Cas de Charge	Effort normal N en MN	Moment maxi en MNm	Profondeur en m	Déformée en tête (mm)	Contrainte maxi du sol (kPa)
1	0,91	0,0404	1,50	4,55	45,5
2	0,52	0,0284	1,80	3,49	34,9
3	0,18	0,0477	1,50	5,38	53,8

On disposera, *a priori*, du pourcentage minimum d'acier prescrit par le règlement, 0,5 %, soit 8HA16 (= 0,57 %).
On vérifie ensuite le pieu à la flexion composée avec le programme « FLEXCOMP ». Les résultats sont résumés dans le tableau suivant.

Cas de Charge	Effort normal MN	Moment MNm	Moments résistants		Vérification
			Maxi	Mini	
1	0,91	0,0410	0,078	– 0,078	O K
2	0,52	0,0284	0,087	– 0,087	O K
3	0,18	0,0477	0,070	– 0,070	O K

On vérifie sur le graphique de la courbe d'interaction (N, M) (voir ci-après) que les 3 points représentatifs des sollicitations appliquées à la section sont bien à l'intérieur du domaine de sécurité.

Remarque

La courbe d'interaction possède une partie verticale correspondant au cas de section entièrement comprimée. Ceci est dû au fait que la contrainte de compression au centre de gravité d'un pieu en ELS ne doit pas dépasser $0{,}3 f_c$ et la contrainte maximum $0{,}6 f_c$.

PROGRAMME « PIEUHOR »

Données « PIEUHOR »

```
1        ' données au clavier
3        ' résultats sur l'imprimante seulement
0        ' pieu circulaire
0.6  6   ' diamètre (m) et longueur (m) du pieu
30000    ' module d'Young du béton du pieu
1        ' pieu articulé en tête
0.032    ' effort (MN) horizontal en tête de pieu
```



```
0.018    ' moment (MNm) en tête de pieu
20       ' 20 tronçons de calcul et de tracé
1        ' 1 couche de terrain
6  10    ' épaisseur (m) et module de réaction (MPa/m) de la couche
```

Mode d'emploi de « PIEUHOR »

1° Ligne. **Données**
= 1 pour entrer les données au clavier,
= 2 pour entrer les données en DATA en fin de programme.

2° Ligne. **Sortie**
= 1 pour avoir les résultats sur l'écran uniquement,
= 2 pour avoir les résultats sur l'écran et sur l'imprimante,
= 3 pour n'avoir les résultats que sur l'imprimante.

3° Ligne. **Type**
0 = section circulaire,
1 = section rectangulaire,
2 = section quelconque.

4° Ligne. (si Type=0) **B, D**
B = diamètre (m) du pieu,
D = longueur (m) du pieu.

5° Ligne. (si Type=1) **B, *h*, D**
B = largeur (m) du pieu dans le sens perpendiculaire à l'effort,
h = épaisseur (m) du pieu dans le sens parallèle à l'effort,
D = longueur (m) du pieu.

6° Ligne. (si Type=2) **B, In, D**
B = largeur (m) du pieu dans le sens perpendiculaire à l'effort,
In = moment d'inertie (m^4) de la section du pieu dans le sens de l'effort,
D = longueur (m) du pieu.

7° Ligne. **E**
= module d'Young (MPa) du béton.

8° Ligne. **Ena**
= 1 pour un pieu articulé en tête,
= 2 pour un pieu encastré en tête.

9° Ligne. **Ht**
= effort horizontal (MN) en tête de pieu.

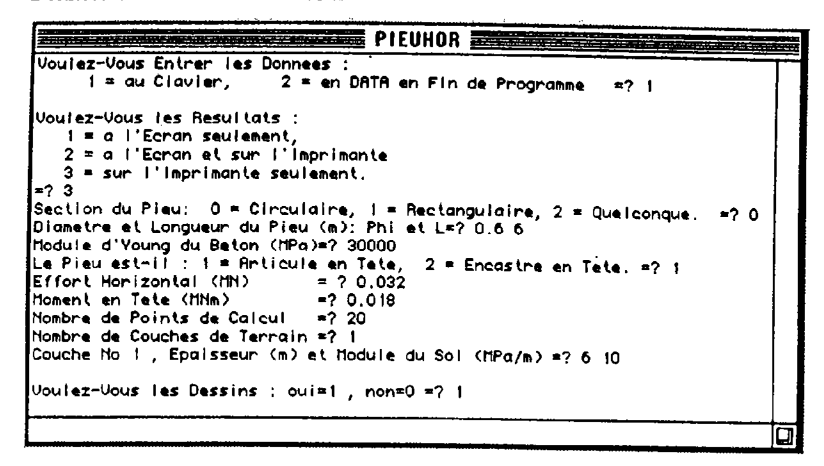
10° Ligne. (si Ena=1) **M**
= moment (MNm) appliqué en tête, positif s'il ajoute ses effets à ceux de l'effort horizontal.

11° Ligne. **N_t**
= nombre de tronçons de calcul et de tracé du dessin.

12° Ligne. **N_c**
= nombre de couches de terrain de caractéristiques différentes.

13° Ligne. (N_c lignes) ***h*, *k***
h = épaisseur (m) de la couche,
k = module de réaction du sol (MPa/m).

Données à l'écran de « PIEUHOR »



```
PIEUHOR
Voulez-Vous Entrer les Donnees :
     1 = au Clavier,      2 = en DATA en Fin de Programme   =? 1

Voulez-Vous les Resultats :
   1 = a l'Ecran seulement,
   2 = a l'Ecran et sur l'Imprimante
   3 = sur l'Imprimante seulement.
=? 3
Section du Pieu:  0 = Circulaire, 1 = Rectangulaire, 2 = Quelconque.  =? 0
Diametre et Longueur du Pieu (m): Phi et L=? 0.6 6
Module d'Young du Beton (MPa)=? 30000
Le Pieu est-il : 1 = Articule en Tete,  2 = Encastre en Tete. =? 1
Effort Horizontal (MN)       = ? 0.032
Moment en Tete (MNm)         =? 0.018
Nombre de Points de Calcul   =? 20
Nombre de Couches de Terrain =? 1
Couche No 1 , Epaisseur (m) et Module du Sol (MPa/m) =? 6 10

Voulez-Vous les Dessins : oui=1 , non=0 =? 1
```

Résultats de « PIEUHOR »

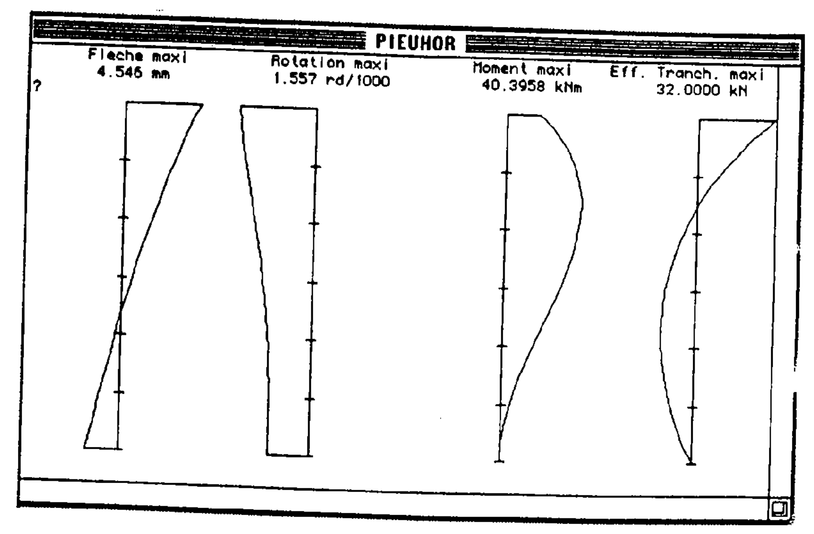
DONNÉES

Diamètre du Pieu = 0.600 m
Longueur du Pieu = 6.000 m
Module d'Young du Beton = 30 000 MPa
Effort Horizontal en Tête = 0.032 MN
Moment en Tête = 0.018 MNm
Articule en Tête
Couche N° 1 , Épaisseur = 6.000 m, Module du Sol = 10.00 MPa/m

RÉSULTATS

	Cote m	Fleche mm	Rotat. rd/1 000	Moment kNm	Eff.Tr. kN	Contr.Sol kPa
0	0.000	4.55	− 1.557	18.00	32.00	45.46
1	0.300	4.08	− 1.521	26.41	24.23	40.84
2	0.600	3.63	− 1.475	32.62	17.29	36.35
3	0.900	3.20	− 1.420	36.87	11.14	32.00
4	1.200	2.78	− 1.360	39.38	5.76	27.83
5	1.500	2.38	− 1.297	40.40	1.11	23.85
6	1.800	2.01	− 1.233	40.12	− 2.84	20.05
7	2.100	1.64	− 1.171	38.76	− 6.12	16.44
8	2.400	1.30	− 1.112	36.51	− 8.77	13.02
9	2.700	0.98	− 1.057	33.56	− 10.82	9.77
10	3.000	0.67	− 1.007	30.08	− 12.29	6.67
11	3.300	0.37	− 0.963	26.24	− 13.23	3.72
12	3.600	0.09	− 0.924	22.19	− 13.64	0.89
13	3.900	− 0.18	− 0.893	18.10	− 13.56	− 1.83
14	4.200	− 0.45	− 0.867	14.11	− 12.99	− 4.47
15	4.500	− 0.70	− 0.848	10.36	− 11.95	− 7.04
16	4.800	− 0.96	− 0.835	6.98	− 10.45	− 9.57
17	5.100	− 1.21	− 0.826	4.13	− 8.51	− 12.06
18	5.400	− 1.70	− 0.820	0.50	− 3.28	− 16.99
20	6.000	− 1.94	− 0.819	0.00	0.00	− 19.45

Graphique de « PIEUHOR »



Listing de « PIEUHOR »

```
10 ON ERROR GOTO 30 ' Henry THONIER - Decembre 1992 -
20 GOTO 50
30 PRINT USING"Erreur No### Ligne#####";ERR;ERL:STOP
40 CLS:DEFDBL A-H:DEFDBL L:DEFDBL N-Z
50 REM Programme de Calcul de Pieu avec Effort Horizontal en Tete
60 REM et Sol elastique en Plusieurs Couches : "PIEUHOR"
70 DIM U(13),UMY(13)
80 CALL TEXTSIZE(9):CALL TEXTFONT(4)  ' Propre au McIntosh
90 IDIM=0
100 CLS
110 PI=ATN(1#)*4#
120 GOSUB 370  ' Lecture des Donnees
130      FOR I=1 TO MM:FOR J=1 TO MM+1:D(I,J)=0#:NEXT J:NEXT I
140 GOSUB 1090     ' Conditions en Pied et Tete
150 IF NC=1 THEN 190
160      FOR INC=1 TO NC-1 ' Pour Chaque Interface de Couche
170      GOSUB 1590  ' Conditions de Compatibilite entre Couches
180      NEXT INC
190 GOSUB 1800  ' Resolution du Systeme de MM Equations a MM Inconnues
200 GOSUB 2110  ' Ecriture Titre
210      FOR IX=0 TO NX
220      X2=IX*L/NX
230      GOSUB 2220 ' Ecriture des Resultats
240      NEXT IX
250 GOSUB 2510  ' Dessins
260 IX=0:CLS
270 PRINT:INPUT"Voulez-Vous les Resultats pour une Autre Cote: oui=1, non=0 =";I1
280 IF I1=0 THEN 340
```

```
290 GOSUB 2110 ' Ecriture Titre
300 PRINT:INPUT "Cote (m)=";X2
310 IF X2=0 THEN 340
320 GOSUB 2220 ' Ecriture Resultats
330 GOTO 300
340 PRINT:INPUT"Voulez-vous Effectuer un Autre Calcul: oui=1, non=0 =";IDIM
350 IF IDIM=1 THEN 100
360 END
370 REM------------------------------------------------------------------------
380 REM Lecture des Donnees
390 PRINT"Voulez-Vous Entrer les Donnees :"
400 INPUT" 1 = au Clavier, 2 = en DATA en Fin de Programme =";LDA
410 PRINT:PRINT"Voulez-Vous les Resultats :"
420 PRINT" 1 = a l'Ecran seulement,"
430 PRINT" 2 = a l'Ecran et sur l'Imprimante"
440 PRINT" 3 = sur l'Imprimante seulement."
450 INPUT "=";IPE
460 IF LDA=1 THEN 550
470 READ IFM
480 IF IFM=0 THEN READ H,L
490 IF IFM=1 THEN READ B,H,L
500 IF IFM=2 THEN READ B,XIN,L
510 READ EY,ENC,VT
520 IF ENC=1 THEN READ MT
530 READ NX,NC
540 GOTO 650
550 INPUT"Section du Pieu: 0 = Circulaire, 1 = Rectangulaire, 2 = Quelconque. =";IFM
560 IF IFM=0 THEN INPUT"Diametre et Longueur du Pieu (m): Phi et L=";CL$:GOSUB
2810:B=U(0):H=U(0):L=U(1):GOTO 590
570 IF IFM=1 THEN INPUT"Largeur, Epaisseur et Longueur du Pieu (m)=";CL$:GOSUB 2810:
B=U(0):H=U(1):L=U(2):GOTO 590
580 IF IFM=2 THEN INPUT"Largeur(m), Inertie(m4) et Longueur du Pieu (m)=";CL$:GOSUB 2810:
B=U(0):XIN=U(1):L=U(2):GOTO 590
590 INPUT"Module d'Young du Beton (MPa)=";EY
600 INPUT"Le Pieu est-il : 1 = Articule en Tete, 2 = Encastre en Tete. =";ENC
610 INPUT"Effort Horizontal (MN)  = ";VT
620 IF ENC=1 THEN INPUT"Moment en Tete (MNm)   =";MT
630 INPUT"Nombre de Points de Calcul =";NX
640 INPUT"Nombre de Couches de Terrain =";NC
650 NCT=NC:N1=NCT*4+1
660 IF NX=0 THEN PRINT "Le Nombre de Points de Calcul ne Doit pas etre Nul"
670 IF IDIM>0 THEN ERASE D,A,W,HC,KC,FL
680 DIM D(N1,N1+1),A(N1,N1+1),W(5),HC(NCT+1),KC(NCT+1),FL(4,NX+1)
690 MM=NCT*4:U2=0
700       FOR II=1 TO NC
710       IF LDA=2 THEN READ HC(II),KC(II):GOTO 740
720       PRINT USING"Couche No##, Epaisseur (m) et Module du Sol (MPa/m)";II;
730       INPUT" ="; CL$:GOSUB 2810:HC(II)=U(0):KC(II)=U(1):PRINT
740       U2=U2+HC(II)
750       NEXT II
760 IF IFM=0 THEN B=H:D=EY*H^4#/64#*PI:GOTO 790
770 IF IFM=1 THEN D=EY*B*H^3#/12#:GOTO 790
780 IF IFM=2 THEN D=EY*XIN
790 IF ABS(U2-L)>.03 THEN PRINT"Erreur sur Longueur et Epaisseurs des Couches: Recommencez":GOTO 690
800 IF IPE>2 THEN 910
810 PRINT:PRINT"DONNEES":PRINT"------"
820 IF IFM=0 THEN PRINT USING"Diametre du Pieu =##.### m";H:GOTO 850
830 IF IFM=1 THEN PRINT USING"Largeur =##.### m et Epaisseur du Pieu =##.### m";B;H:GOTO 850
```



```
840 IF IFM=2 THEN PRINT USING"Largeur =##.### m ";B
850 PRINT USING"Longueur du Pieu = ##.### m et Inertie = ##.###### m4";L,D/EY
860 PRINT USING"Module d'Young du Beton =###### MPa";EY
870 PRINT USING"Effort Horizontal en Tete = ###.### MN";VT
880 PRINT USING"Moment en Tete    = ###.### MNm";MT
890 IF ENC=2 THEN ENCA$="Encastre" ELSE ENCA$="Articule"
900 PRINT ENCA$;" en Tete"
910 IF IPE<2 THEN 1020
920 LPRINT:LPRINT"DONNEES":LPRINT"------"
930 IF IFM=0 THEN LPRINT USING"Diametre du Pieu =##.### m";H:GOTO 960
940 IF IFM=1 THEN LPRINT USING"Largeur =##.### m et Epaisseur du Pieu =##.### m";B;H:GOTO 850
950 IF IFM=2 THEN LPRINT USING"Largeur =##.### m et Inertie du Pieu =##.##### m";B;XIN
960 LPRINT USING"Longueur du Pieu = ##.### m";L
970 LPRINT USING"Module d'Young du Beton =###### MPa";EY
980 LPRINT USING"Effort Horizontal en Tete = ###.### MN";VT
990 LPRINT USING"Moment en Tete    = ###.### MNm";MT
1000 IF ENC=2 THEN ENCA$="Encastre" ELSE ENCA$="Articule"
1010 LPRINT ENCA$;" en Tete"
1020       FOR II=1 TO NC
1030       IF IPE<3 THEN PRINT USING"Couche No## , Epaisseur =##.### m, Module du Sol =#####.## MPa/
m";II;HC(II);KC(II)
1040       IF IPE>1 THEN LPRINT USING"Couche No## , Epaisseur =##.### m, Module du Sol =#####.##
MPa/m";II;HC(II);KC(II)
1050       NEXT II
1060 IF IPE<3 THEN PRINT:PRINT "RESULTATS":PRINT"---------"
1070 IF IPE>1 THEN LPRINT:LPRINT "RESULTATS":LPRINT"---------"
1080 RETURN
1090 REM------------------------------------------------------------------------
1100 REM Conditions aux Extremites
1110 J2=MM+1:BE=1#
1120 K1=KC(1):LA=(K1*B/4#/D)^.25#
1130 MT1=MT/2/D:VT1=VT/2/D   ' Conditions en Tete - Equation 1 et 2
1140 IF ENC=1 THEN 1180
1150 D(1,1)=-LA:D(1,2)=LA:D(1,3)=LA:D(1,4)=LA
1160 D(1,J2)=0
1170 GOTO 1200
1180 D(1,2)=-LA^2:D(1,4)=LA^2
1190 D(1,J2)=MT1
1200 D(2,1)=LA^3:D(2,2)=LA^3:D(2,3)=-LA^3:D(2,4)=LA^3
1210 D(2,J2)=VT1
1220 MT1=0:VT1=0
1230 REM  Idem en Pied - Equations 3 et 4
1240 K1=KC(NC):LA=(K1*B/4#/D)^.25#
1250 J1=MM-3:L1=HC(NC):U1=EXP(LA*L1):U2=COS(LA*L1):U3=SIN(LA*L1)
1260 I1=3:GOSUB 1450  ' M=0
1270 I1=4:GOSUB 1520  ' V=0
1280 RETURN
1290 REM------------------------------------------------------------------------
1300 REM Calcul des Coefficients D(-)
1310 REM: Fleche
1320 D(I1,J1)=U2/U1*BE
1330 D(I1,J1+1)=U3/U1*BE
1340 D(I1,J1+2)=U2*U1*BE
1350 D(I1,J1+3)=U3*U1*BE
1360 D(I1,J2)=0
1370 RETURN
1380 REM : Rotation
1390 D(I1,J1)=-(U2+U3)/U1*BE*LA
```

```
1400 D(I1,J1+1)=(U2-U3)/U1*BE*LA
1410 D(I1,J1+2)=(U2-U3)*U1*BE*LA
1420 D(I1,J1+3)=(U2+U3)*U1*BE*LA
1430 D(I1,J2)=0
1440 RETURN
1450 REM : Moment
1460 D(I1,J1)=U3/U1*BE*LA*LA
1470 D(I1,J1+1)=-U2/U1*BE*LA*LA
1480 D(I1,J1+2)=-U3*U1*BE*LA*LA
1490 D(I1,J1+3)=U2*U1*BE*LA*LA
1500 D(I1,J2)=MT1
1510 RETURN
1520 REM : Effort Tranchant
1530 D(I1,J1)=(U2-U3)/U1*BE*LA^3
1540 D(I1,J1+1)=(U2+U3)/U1*BE*LA^3
1550 D(I1,J1+2)=-(U2+U3)*U1*BE*LA^3
1560 D(I1,J1+3)=(U2-U3)*U1*BE*LA^3
1570 D(I1,J2)=VT1
1580 RETURN
1590 REM-----------------------------------------------------------------
1600 REM Calcul des Coefficients inconnus A, B, A', B', A1,B1,A'1,B'1,A2,B2,A'2,B'2
1610 REM par les Conditions de Compatibilite - Equations 5 a MM
1620 REM Calcul des Coefficients de la Matrice D(--) pour les Points B, C, ...
1630 BE=1#
1640 J2=MM+1
1650 J5=INC
1660 FOR J6=1 TO 4  ' pour f, Omega, M, V
1670       FOR J7=1 TO 2  ' Gauche et Droite
1680       L1=HC(J5):K1=KC(J5+J7-1):BE=1#
1690       IF J7=2 THEN BE=-1#:L1=0
1700       LA=(K1*B/4#/D)^.25#
1710       U1=EXP(LA*L1):U2=COS(LA*L1):U3=SIN(LA*L1)
1720       I1=J5*4+J6
1730       J1=(J7-1)*4+(J5-1)*4 +1
1740       IF J6=1 THEN GOSUB 1310 ' Fleche
1750       IF J6=2 THEN GOSUB 1380 ' Rotation
1760       IF J6=3 THEN GOSUB 1450 ' Moment
1770       IF J6=4 THEN GOSUB 1520 ' Effort Tranchant
1780       NEXT J7:NEXT J6
1790 RETURN
1800 REM-----------------------------------------------------------------
1810 REM Resolution d'un Systeme de MM Equations a MM Inconnues par GAUSS
1820 REM Les Constantes donnees et les Resultats sont dans la Colonne MM+1
1830 FOR I8=1 TO MM:FOR J8=1 TO MM+1
1840 A(I8,J8)=D(I8,J8)
1850 NEXT J8:NEXT I8
1860 FOR I8=1 TO MM
1870 K8=I8
1880 IF A(K8,I8)<>0 THEN 1910
1890 K8=K8+1:IF K8<=MM THEN 1880
1900 PRINT"Determinant A =0":END
1910 FOR J8=1 TO MM+1
1920 SWAP A(I8,J8),A(K8,J8)
1930 NEXT J8
1940 FOR J8=MM+1 TO I8 STEP -1
1950 A(I8,J8)=A(I8,J8)/A(I8,I8)
1960 NEXT J8
1970 IF I8=MM THEN 2030
1980 FOR M9=I8+1 TO MM
```



```
1990 FOR J9=MM+1 TO I8 STEP -1
2000 A(M9,J9)=A(M9,J9)-A(M9,I8)*A(I8,J9)
2010 NEXT J9
2020 NEXT M9
2030 NEXT I8
2040 FOR I8=MM TO 1 STEP -1
2050 IF I8=MM THEN 2090
2060 FOR K8=I8+1 TO MM
2070 A(I8,MM+1)=A(I8,MM+1)-A(I8,K8)*A(K8,MM+1)
2080 NEXT K8
2090 NEXT I8
2100 RETURN
2110 REM-----------------------------------------------------------------
2120 REM Ecriture du Titre
2130 IF IPE>2 THEN 2170
2140 PRINT:PRINT" Cote Fleche  Rotat. Moment Eff.Tr. Contr.Sol"
2150 PRINT"  m  mm  rd/1000  kNm  kN  kPa"
2160 PRINT
2170 IF IPE<2 THEN 2210
2180 LPRINT:LPRINT" Cote Fleche  Rotat. Moment Eff.Tr. Contr.Sol"
2190 LPRINT"  m  mm  rd/1000  kNm  kN  kPa"
2200 LPRINT
2210 RETURN
2220 REM ---------------------------------------------------------------
2230 REM Ecriture des Resultats a la Cote Absolue X2, Relative X1
2240 UH=0:BE=1:MT1=0:VT1=0:J2=MM+1
2250       FOR IC=1 TO NC ' Recherche du No de Couche
2260       UH=UH+HC(IC)
2270       IF UH>X2 THEN IND=IC:GOTO 2290
2280       NEXT IC
2290 K1=KC(IND)
2300 X1=X2-UH+HC(IND):L1=X1   ' Cote Relative
2310 LA=(K1*B/4#/D)^.25#
2320 REM Calcul de y, y', M, V, Sigma a la Cote X1
2330 U1=EXP(LA*L1):U2=COS(LA*L1):U3=SIN(LA*L1)
2340       FOR I1=1 TO 4
2350       IF I1>2 THEN UD=2*D ELSE UD=1
2360       W(I1)=0: J1=1
2370       IF I1=1 THEN GOSUB 1310  ' Fleche
2380       IF I1=2 THEN GOSUB 1380 ' Rotation
2390       IF I1=3 THEN GOSUB 1450 ' Moment
2400       IF I1=4 THEN GOSUB 1520 ' Effort Tranchant
2410             FOR J3=1 TO 4
2420             J5=(IND-1)*4+J3
2430             W(I1)=W(I1)+D(I1,J3)*A(J5,MM+1)
2440             NEXT J3
2450       W(I1)=W(I1)*UD  '  *LA^(I1-1)
2460       NEXT I1
2470 FOR I4=0 TO 3:FL(I4,IX)=W(I4+1):NEXT I4
2480 IF IPE<3 THEN PRINT USING"## ##.### #####.## #####.### #####.## #####.##
#####.##";IX;X2;W(1)*1000;W(2)*1000;W(3)*1000;W(4)*1000;W(1)*K1*1000
2490 IF IPE>1 THEN LPRINT USING"## ##.### #####.## #####.### #####.## #####.##
#####.##";IX;X2;W(1)*1000;W(2)*1000;W(3)*1000;W(4)*1000;W(1)*K1*1000
2500 RETURN
2510 REM-----------------------------------------------------------------
2520 INPUT"Voulez-Vous les Dessins : oui=1, non=0 =";IDE
2530 IF IDE=0 THEN 2800
2540 CLS
2550 LA=500:LB=290  ' Largeur et Hauteur de l'Ecran
2560 FOR I=0 TO 3: U(I)=0:NEXT I
```

```
2570      FOR J=0 TO 3
2580              FOR I=0 TO NX
2590              IF ABS(FL(J,I))>U(J) THEN U(J)=ABS(FL(J,I))
2600              NEXT I
2610      NEXT J
2620 PRINT" Fleche maxi  Rotation maxi  Moment maxi Eff. Tranch. maxi"
2630  PRINT  USING"    ###.###  mm    #####.###  rd/1000    #####.####  kNm    #####.####
kN";U(0)*1000;U(1)*1000;U(2)*1000;U(3)*1000
2640 FOR J=0 TO 3
2650 XA=(2*J+1)/8*LA
2660              FOR I=1 TO INT(L)
2670              Y1=LB/8+I*31/40*LB/L
2680              LINE (XA-3,Y1)-(XA+3,Y1)
2690              NEXT I
2700      LINE (XA,.9*LB)-(XA,LB/8)
2710              FOR I=0 TO NX
2720              X1=XA+LA/10*FL(J,I)/U(J)
2730              Y1=I*31/40*LB/NX+LB/8
2740              LINE -(X1,Y1)
2750              NEXT I
2760      LINE -(XA,.9*LB)
2770      NEXT J
2780 IF IPE>1 THEN LCOPY
2790 INPUT U1$
2800 RETURN
2810 REM-----------------------------------------------------------
2820 REM: Conversion Lecture Format Libre
2830      FOR I=0 TO 12
2840      U(I)=0
2850      NEXT I
2860 I1=0
2870 IF CL$="" OR CL$="" THEN 2970
2880 J=1
2890 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 2890
2900 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I=INSTR(1,CL$," ")
2910 IF I=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 2930
2920 MOT$=LEFT$(CL$,I-1)
2930 IF MOT$="" THEN 2960
2940 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
2950 GOTO 2870
2960      FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
2970      FOR I6=0 TO 12
2980      UMY(I6)=U(I6)
2990      NEXT I6
3000 RETURN
3010 REM-----------------------------------------------------------
3020 REM Donnees sous Forme de DATA:
3030 REM H,L,EY,ENC,VT,(MT),NX,NC
3040 REM  H et L = Diametre et Longueur du Pieu (m)
3050 REM  EY = Module d'Young du Beton (MPa)
3060 REM  ENC=1=Tete Articulee, =2=Tete Encastree
3070 REM  VT = Effort Horizontal (MN)en Tete (MNm)
3080 REM  MT = Moment en Tete (MNm), si ENC=1
3090 REM  NX = Nombre de Points de Calcul
3100 REM  NC = Nombre de Couches de Terrain
3110 REM HC(I) et KC(I) = Epaisseur (m) et Module du Sol (MPa/m)
3120 DATA 0,.6,6,30000,1,0.032,0.018,20,1
3130 DATA 6,10
3140 DATA 0,0.6,6,30000,1,0.026,0.009,20,1,6,10
3150 DATA 0,0.6,6,30000,1,0.038,0.021,20,1,6,10
```


PROGRAMME « FLEXCOMP »

Données « FLEXCOMP »

1	' données au clavier
3	' résultats sur l'imprimante seulement
1	' calcul en ELS
0	' section en béton armé
6.81	' $\sigma_b = 0.3 \times 22.7$ MPa
195	' $\sigma_s = 110\sqrt{\eta f_{tj}} = 195$ (avec f_{tj} = 1,962 MPa) en fiss. préjudiciable
1	' section circulaire
1	' pieu
0.6	' diamètre (m)
8	' enrobage (cm) à l'axe des aciers
3	' sortie de la courbe d'interaction
0.91 0.0401	' effort normal (MN) et moment (MNm) cas 1
0.52 0.0284	' effort normal (MN) et moment (MNm) cas 2
0.18 0.0477	' effort normal (MN) et moment (MNm) cas 3
0	' fin de description des sollicitations
8 16	' pieu armé de 8 HA 16

Mode d'emploi de « FLEXCOMP » – Programme de flexion composée de section quelconque

Le programme au choix :
1 - vérifie une section donnée, pour des aciers donnés et des couples de sollicitations (M, N) donnés,
2 - imprime, sous forme de tableau, tous les couples (M, N) d'une section donnée, pour des aciers donnés, dans les cas de section entièrement comprimée, partiellement tendue ou entièrement tendue,
3 - dessine la courbe d'interaction pour les mêmes données que ci-dessus et positionne les couples de sollicitations (M, N) éventuellement donnés,
4 - dessine les courbes d'interaction d'une section donnée pour plusieurs pourcentages d'acier ainsi que les couples de sollicitations (M, N) éventuels.
Les sections peuvent être :
- un cercle (pieu par exemple),
- une section rectangulaire,
- une section quelconque composée de trapèzes superposés (Té, I, H, ...).
La vérification, le calcul du tableau, le dessin de la courbe d'interaction ou l'abaque d'interaction peuvent être effectués en ELS ou en ELU en béton armé (BAEL 91).
La vérification peut être faite en béton précontraint en ELS ou ELU (BPEL 91).

1° Ligne. **Saisie**
= 1 pour une saisie des données sur le clavier,
= 2 pour une lecture des données en DATA en fin de programme.

2° Ligne. **Résul**
= 1 pour une écriture des résultats sur l'écran seulement,
= 2 pour une écriture des résultats sur l'écran et sur l'imprimante,
= 3 pour une écriture des résultats sur l'imprimante seulement.

3° Ligne. **ELU**
= 1 pour un calcul en ELS,
= 2 pour un calcul en ELU.

4° Ligne. **BAP**
= 0 pour un calcul en béton armé,
= 1 pour un calcul en béton précontraint.

5° Ligne. (si ELU=1) et (si BAP=0) σ_b
= contrainte admissible (MPa) du béton en flexion simple,
= 0,6 f_{c28} en général.

6° Ligne. (si ELU=1) et (si BAP=0) σ_s
= contrainte admissible (MPa) de l'acier (suivant le type de fissuration).

7° Ligne. (si ELU=2)ou (si BAP=1) f_{c28}
= résistance caractéristique (MPa) du béton.

8° Ligne. (si ELU=2)ou (si BAP=1) f_e
= limite élastique (MPa) de l'acier de béton armé.

9° Ligne (si BAP=1) *fpeg, fprg*
fpeg = limite élastique garantie (MPa) de l'acier de précontrainte,
fprg = résistance garantie (MPa) de l'acier de précontrainte.

10° Ligne (si BAP=1)et (siELU=1) **Kl**
= classe de vérification en béton précontraint en ELS = 1 , 2 ou 3.

11° Ligne. **Forme**
= 1 pour une section circulaire (pieu par exemple),
= 2 pour une section rectangulaire,
= 3 pour une section composée de trapèzes superposés.

12° Ligne. (si BAP=0) **Pieu**
= 0 si l'élément étudié n'est pas un pieu,
= 1 pour un pieu (de section circulaire, rectangulaire ou quelconque).

13° Ligne. (si Forme=1) **Diam**
= diamètre (m) de la section circulaire en béton.

14° Ligne. (si Forme=1) **Enr**
= enrobage à l'axe (cm) des aciers de la section circulaire.

15° Ligne. (si Forme=2) ***b, h***
b = largeur (m) de la section rectangulaire,
h = hauteur (m) de la section rectangulaire.

16° Ligne. (si Forme=3) n_t
n_t = nombre de trapèzes superposés et accolés composant la section.

17° Ligne. (si Forme=3) (nt lignes) ***a, b, c***
a = largeur (m) de la partie supérieure du trapèze,
b = largeur (m) de la partie inférieure du trapèze,
c = hauteur (m) du trapèze.

18° Ligne. **Sortie**
= 1 pour la vérification de la section pour un ou plusieurs couples de sollicitations Moment - Effort Normal (M, N), (seule possible en BP),
= 2 pour le tableau des résultats : N, M, x, e_o, déformations (ELS) ou contraintes (ELU) pour toute position de la fibre neutre x de $-\infty$ à $+\infty$,
= 3 pour le dessin de la courbe d'interaction (N, M),
= 4 pour dessiner les abaques d'interaction pour n (jusqu'à 8) pourcentages d'acier (dans ce cas il ne peut y avoir qu'un ou deux lits d'aciers).

19° Ligne (si BAP=1) **Mg**
= moment (MNm) dû aux seules charges permanentes.

20° Ligne. (si Sortie= 1,2 ou 3) **N, M, (Comb)**
couples de sollicitations appliqués (FIN = 0 0 ou 0 0 0)
N = effort normal (MN) autre que la précontrainte,
M = moment fléchissant (MNm).
Comb (si BAP=1et ELU=1)
= 0 pour la situation d'exécution,
= 1 pour la combinaison quasi permanente
= 2 pour la combinaison fréquente
= 3 pour la combinaison rare.

21° Ligne. (si Sortie=4) et (si Forme=2 ou 3) **Enr**
Enr = enrobage (cm) pour les abaques en section rectangulaire ou quelconque.

22° Ligne. (si Sortie=4) et (si Forme=2 ou 3) n_a
pour les aciers des sections rectangulaire ou quelconque de la sortie abaques
n_a = 1 pour un seul lit d'acier situé à une distance de la fibre inférieure de la section égale à l'enrobage décrit ci-dessus,
n_a = 2 pour deux lits d'aciers, l'un en haut, l'autre en bas, tous les deux avec l'enrobage ci-dessus, ces aciers sont symétriques.

23° Ligne. (si Forme=1) et (si Sortie=1, 2 ou 3) ***n*, phi**
pour une section circulaire :
n = nombre (pair) de barres,
phi = diamètre (mm) des aciers.

24° Ligne. (si Forme=2 ou 3)et (si Sortie=1,2 ou 3) ***d, n*, phi**
d = distance (m) de l'axe de l'acier à la fibre supérieure du béton,
n = nombre de barres du lit,
phi = diamètre (mm) des aciers du lit,
Retour ligne 24 ou FIN = 0 0 0

25° Ligne. (si Forme=2 ou 3) et (si Sortie=1,2ou3) (et si BAP=1) d_p, n_p, T, σ_p, $Ø_g$
d_p = distance (m) de l'axe du câble à la fibre supérieure du béton,
n_p = nombre de torons,
T = type de torons = 13 pour du T13 de 93 mm^2,
= 14 pour du T14 de 100 mm^2,
= 15 pour du T15 de 139 mm^2,
= 16 pour du T16 de 150 mm^2,

σ_p = contrainte (MPa) de l'acier du câble après pertes,
$\varnothing_g$ = diamètre (mm) de la gaine du câble.
Retour ligne 25 ou FIN = 0 0 0 0 0

Données à l'écran de « FLEXCOMP »

```
FLEXCOMP
Voulez-Vous Entrer les Donnees :
   1 = sur le Clavier
   2 = en DATA en Fin de Programme
=? 1
Voulez-Vous les Resultats :
    1 = sur l'Ecran seul,
    2 = sur l'Ecran et sur l'Imprimante,
    3 = sur l'Imprimante seule.
 ? 3
Calcul en ELS = 1 , en ELU = 2 :? 1
Verification d'une Section en Beton Precontraint: Oui=1, Non=0 ? 0
Contrainte Admissible du Beton (MPa) =? 6.81
Contrainte Admissible de l'Acier BA (MPa) =? 195
Forme de la Section :
     1 = Circulaire,
     2 = Rectangulaire,
     3 = Quelconque
=? 1
Est-ce un Pieu : Oui=1 , Non=0 =? 1
Diametre (m)=? 0.6
Enrobage a l'Axe des Aciers (cm)=? 8
```

```
FLEXCOMP

Type de Sortie :
    1 = Verification d'une Section pour un ou des Couples (M,N)
    2 = Tableau des Resultats : N, M, x, eo
    3 = Dessin de la Courbe d'Interaction (N,M)
    4 = Abaques d'Interaction pour  6 Pourcentages d'Acier
 =? 1

Effort Normal (MN) et Moment (MNm) appliques :
N  et M  ( Fin=0) =? 0.91 0.0404

Effort Normal (MN) et Moment (MNm) appliques :
N  et M  ( Fin=0) =? 0.52 0.0284

Effort Normal (MN) et Moment (MNm) appliques :
N  et M  ( Fin=0) =? 0.18 0.0477

Effort Normal (MN) et Moment (MNm) appliques :
N  et M  ( Fin=0) =? 0
Nombre de Barres (Pair) et Diametre en mm =? 8 16

Suite ?
```


Résultats de « FLEXCOMP »

DONNÉES

Calcul en ELS
Contrainte Admissible du Beton = 6.81 MPa
Contrainte Admissible de l'Acier = 195.00 MPa
Section Circulaire : Diamètre = 0.600 m
Armee de 8 Phi 16

Enrobage à l'Axe des Aciers = 8.0 cm

Charges Appliquées en ELS

No	Eff. Normal MN	Moment MNm
1	0.910	0.040
2	0.520	0.028
3	0.180	0.048

Aciers BA

No	Nbre	Diamètre mm	Distance m	Section cm^2
1	1	16.0	0.080	2.01
2	1	16.0	0.144	2.01
3	1	16.0	0.300	2.01
4	1	16.0	0.456	2.01
5	1	16.0	0.144	2.01
6	1	16.0	0.300	2.01
7	1	16.0	0.456	2.01
8	1	16.0	0.520	2.01

Section Totale d'Acier de Beton Arme = 16.08 cm^2

RÉSULTATS

Caractéristiques Mécaniques

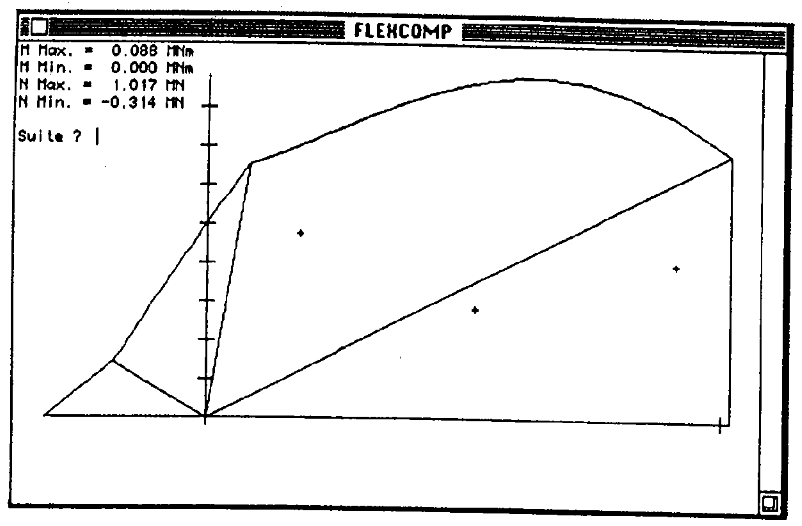
Section Beton Seul
S = 0.282743 m^2 $I/v1$ = 0.021206 m^3 $v1$ = 0.3000 m Giration = 0.1500 m
I = 0.006362 m^4 $I/v2$ = 0.021206 m^3 $v2$ = 0.3000 m Rendement= 0.2500

Section Homogène avec n = 15
S = 0.306871 m^2 $I/v1$= 0.023152 m^3 $v1$= 0.3000 m Giration = 0.1504 m
I = 0.006946 m^4 $I/v2$= 0.023152 m^3 $v2$= 0.3000 m Rendement= 0.2515

Pourcentage d'Acier BA sur Section Totale = 0.569 %

Section Symétrique

Graphique de « FLEXCOMP »



VÉRIFICATIONS

No	Sollicitations Agissantes N	Sollicitations Agissantes M	Sollicitations Résistantes N	Sollicitations Résistantes Mmax	Sollicitations Résistantes Mmin	Vérification
1	0.910	0.040	0.910	0.078	- 0.078	OK
2	0.520	0.028	0.520	0.087	- 0.087	OK
3	0.180	0.048	0.180	0.070	- 0.070	OK

Remarque

Le dessin de la courbe d'interaction n'apparaît qu'avec les sorties 3 et 4. Le tableau de résultats ci-dessus n'apparaît qu'avec la sortie 1.

Listing de « FLEXCOMP »

```
10 REM Programme de Calcul de Flexion Composee d'une Section Quelconque
20 REM Conforme au BAEL 91 et BPEL 91
30 REM en Beton Precontraint - Verification de Section avec Cables Injectes
40 REM "FLEXCOMP" - Henry THONIER - Decembre 1992
50 ON ERROR GOTO 70
60 GOTO 80
70 PRINT USING"Erreur### Ligne ####";ERR;ERL:STOP
80 CALL TEXTFONT(4):CALL TEXTSIZE(9) Taille des Lettres sur Ecran (MacIntosh)
90 PI=3.141593#
100 H5=15                    'Coefficient d'Equivalence Acier/Beton
110 EQU=5                    'Coeff. Equivalence en Surtension BP
120 CADM=.5  'En ELS et Pleu : CADM = 0,3 fc cdg / 0,6 fc maxi= 0.5
130 IPCT=6                   'Nombre de Courbes pour les Abaques
140 N8=6                     'Nombre (Pair) de Pas pour Simpson (20)
150 N9=22                    'Nombre de Pas de Calcul de Chaque Pivot (12)
160 H1=1                     'H1=1= Acier BA a Palier , H1=2= Acier BA Ecroui
170 E9=200000!               'Module d'Young de l'Acier BA en MPa
```



```
180 E10=190000!              'Module d'Young de l'Acier BP en MPa
190 PRN=.01 'Precision sur la Recherche de l'Effort Normal en MN (= 0.01)
200 PRA=.001 'Precision sur la Recherche de la Contrainte de l'Acier en MPa (=0.001)
210 NCHM=15                  'Nombre Maximum de Couples (N,M) appliques
220 NTRM=20                  'Nombre Maximum de Trapezes
230 NAM=20                   'Nombre Maximum d'Aciers BA
240 NAP=20                   'Nombre Maximum d'Aciers BP
250 GAMB=1.5                 'Gamma Beton
260 GAMS=1.15                'Gamma Acier BA
270 GAMP=1.15                'Gamma Acier BP
280 N15=8*N9+3               'Nombre de Points de Chaque Courbe d'Interaction
290 VERIF$="OK":NVERIF$="NON VERIFIE"
300 DIM U(13),UMY(13),TN(N15,6),TM(N15,6),TW(15,6)
310 DIM A(NTRM+1),B(NTRM+1),C(NTRM+1),D(NAM+1),E(NAM+1)
320 DIM Y(N8+1),Z(N8+1),LN(NCHM+1),LM(NCHM+1),PCEN(IPCT+1),DIT(NAM+1)
330 DIM AP(NAP+1),DP(NAP+1),SP(NAP+1),T13(NAP+1),NPT(NAP+1),PHIG(NAP+1), COMB(NAP+1)
340 PCEN(1)=.03: PCEN(2)=.02: PCEN(3)=.01: PCEN(4)=.005: PCEN(5)=.0025: PCEN(6)=0
350 REM = % d'Acier pour Chaque Courbe de l'Abaque d'Interaction
360 CLS:TOUR=0:NCR=0:EL12=0
370 PRINT"Voulez-Vous Entrer les Donnees :"
380 PRINT" 1 = sur le Clavier":PRINT" 2 = en DATA en Fin de Programme"
390 INPUT"=";IECR
400 PRINT"Voulez-Vous les Resultats :"
410 PRINT" 1 = sur l'Ecran seul,"
420 PRINT" 2 = sur l'Ecran et sur l'Imprimante,"
430 PRINT" 3 = sur l'Imprimante seule."
440 INPUT" "; IMPR
450 GOSUB 2730   'Lecture des Donnees Geometriques
460 GOSUB 8500   'Caracteristiques Mecaniques Brutes
470 IF BP>0 THEN SORTI=1:GOTO 550
480 IF IECR=2 THEN READ SORTI:GOTO 550
490 PRINT:PRINT"Type de Sortie :"
500 PRINT" 1 = Verification d'une Section pour un ou des Couples (M,N)"
510 PRINT" 2 = Tableau des Resultats : N, M, x, eo"
520 PRINT" 3 = Dessin de la Courbe d'Interaction (N,M)"
530 PRINT USING" 4 = Abaques d'Interaction pour ## Pourcentages d'Acier"; IPCT
540 INPUT" =";SORTI
550 IF SORTI=1 THEN N9=2
560 IF SORTI=1 OR SORTI=3 OR SORTI=4 THEN GOSUB 3170 'Lecture des Charges
570 IF SORTI=4 THEN GOSUB 3430 :GOTO 600 'Calcul des Aciers Abaques
580 GOSUB 3580   'Lecture des Aciers
590 CPS=1   'Section d'Acier Precontrainte pris en Compte a 100 %
600 IF TOUR<1 THEN GOSUB 9910 'Ecriture des Donnees
610 IF E(1)>0 THEN GOSUB 10950 'Repetition des Donnees Aciers
620 GOSUB 8500 'Calcul des Caracteristiques Mecaniques Brutes
630 IF TOUR<1 OR E(1)>0 THEN GOSUB 9330 'Titre des Resultats
640 IF TOUR<1 THEN GOSUB 8780 'Ecriture des Caracteristiques Mecaniques Brutes
650 IF E(1)>0 AND TOUR<1 THEN GOSUB 9000 'Ecriture des Caracteristiques Meca. Homogenes
660 GOSUB 4080 'Valeurs de Base
670 IF SORTI<4 THEN IPCT=1
680 ON SORTI GOTO 690,800,850,910
690 GOSUB 5810   'Ecriture Titre Tableau de Verification
700 FOR ICM=1 TO NMP
710  IF BP>0 AND ELU<1.1 THEN GOSUB 1090:GOTO 730 'Beton Precontraint en ELS
720       GOSUB 5950 'Calcul des Moments et Eff. Normaux Resistants
730       NEXT ICM
740 PRINT:INPUT"Voulez-Vous Recalculer avec Meme Geometrie et d'Autres Aciers : Oui=1, Non=0
=";U1:PRINT
```

```
750 IF U1=0 THEN 790
760 TOUR=1:IECR=1:GOSUB 3580  ' Lecture des Aciers
770 IF E(1)>0 THEN GOSUB 10950  ' Repetition des Donnees Aciers
780 GOTO 690
790 GOTO 980
800 ICB=1
810 GOSUB 4280  ' Calcul de N, M, x, eo
820 PRINT:INPUT"Voulez-Vous la Courbe d'Interaction : Oui=1, Non =0 :";U1
830 IF U1>0 THEN GOSUB 11520  ' Dessin de la Courbe d'Interaction
840 GOTO 980
850 ICB=1
860 GOSUB 4280  ' Calcul de N, M, x, eo
870 GOSUB 11520  ' Dessin de la Courbe d'Interaction
880 PRINT:INPUT"Voulez-Vous Recalculer avec Meme Geometrie et d'Autres Aciers : Oui=1, Non=0
=";U1:PRINT
890 IF U1>0 THEN TOUR=1:IECR=1:GOTO 570
900 GOTO 980
910        FOR ICB=1 TO IPCT
920        PCENT=PCEN(ICB)
930        GOSUB 3430  ' Calcul de As et d
940        TOUR=2:GOSUB 8500:GOSUB 9000 ' Calcul des Caracteristiques Mecaniques
950  GOSUB 4280  ' Calcul de N, M, x, eo
960  NEXT ICB
970 GOSUB 11520  ' Dessin des Courbes de l' Abaque
980 PRINT"Le Calcul a ete effectue en ";
990 EL1$="ELS":EL2$="ELU"
1000 IF ELU>1.1 THEN EL1$="ELU":EL2$="ELS"
1010 PRINT EL1$
1020 PRINT"Voulez-Vous Recalculer avec Memes Geometrie et Aciers ";
1030 INPUT": Fin=0, ELS=1, ELU=2 ";ELU
1040 IF ELU=0 THEN 1080
1050 IECR=1:TOUR=0:NCR=1:EL12=1
1060 IF BP<1 THEN GOSUB 2490 ELSE GOSUB 2650 ' Lecture des Materiaux
1070 GOTO 550
1080 END
1090 REM-----------------------------------------------
1100 REM Beton Precontraint en ELS
1110 IF COMB(ICM)>0 THEN 1160
1120 SAD=.6*F8
1130 IF KL=1 THEN SAT=-.7*FT:SATG=SAT:GOTO 1290
1140 IF KL=2 THEN SAT=-1.5*FT:SATG=-.7*FT:GOTO 1290
1150 IF KL=3 THEN SAT=-100:SATG=-100:GOTO 1290
1160 IF COMB(ICM)>1 THEN 1210
1170 SAD=.5*F8
1180 IF KL=1 THEN SAT=0:SATG=0:GOTO 1290
1190 IF KL=2 THEN SAT=-1.5*FT:SATG=0:GOTO 1290
1200 IF KL=3 THEN SAT=-0:SATG=-100:GOTO 1290
1210 SAD=.6*F8
1220 IF COMB(ICM)>2 THEN 1260
1230 IF KL=1 THEN SAT=0:SATG=0:GOTO 1290
1240 IF KL=2 THEN SAT=-1.5*FT:SATG=0:GOTO 1290
1250 IF KL=3 THEN SAT=-100:SATG=-100:GOTO 1290
1260 IF KL=1 THEN SAT=0:SATG=0:GOTO 1290
1270 IF KL=2 THEN SAT=-1.5*FT:SATG=-FT:GOTO 1290
1280 IF KL=3 THEN SAT=-100:SATG=-100:GOTO 1290
1290 GOSUB 1820  ' Zone d'Enrobage
1300 IF KL<3 THEN GOSUB 1330  ' Classe I ou II
1310 IF KL=3 THEN GOSUB 1890  ' Classe III
1320 RETURN
1330 REM-----------------------------------------------
1340 REM Calcul des Moments Resistants Maxi et Mini en Classe 1 et 2
1350 X=V1BH:SX=SAD:GOSUB 1510:MSUP=MK
1360 X=V1BH-DP(NP)-ENP
1370 IF X>0 THEN 1400
1380 SX=SATG:GOSUB 1510
1390 IF MK<MSUP THEN MSUP=MK
1400 X=V1BH-HT:SX=SAT:GOSUB 1510
1410 IF MK<MSUP THEN MSUP=MK
1420 X=V1BH-HT:SX=SAD:GOSUB 1510:MMIN=MK
1430 X=V1BH-DP(1)+ENP1
1440 IF X<0 THEN 1470
1450 SX=SATG:GOSUB 1510
1460 IF MK>MMIN THEN MMIN=MK
1470 X=V1BH:SX=SAT:GOSUB 1510
1480 IF MK>MMIN THEN MMIN=MK
1490 GOSUB 6770 ' Ecriture des Resultats
1500 RETURN
1510 REM-----------------------------------------------
1520 REM Pour x donne et Sigma donne en BP
1530 FOR IP=1 TO NP:DEP(IP)=0:NEXT IP
1540       GOSUB 1650 ' Somme des Pj
1550       FOR IKT=1 TO 5
1560       GOSUB 1740 ' Somme des Delta Pj
1570                FOR IP=1 TO NP
1580                SGI=PJ/SECH+(PEJ+MGP)*(V1BH-DP(IP))/INERH
1590                MK=(SX-PJD/SECH)*INERH/X-PEJD
1600                SSI=PJD/SECH+(PEJD+MK)*(V1BH-DP(IP))/INERH
1610                DEP(IP)=-EQU*(SSI-SGI)*AP(IP)
1620                NEXT IP
1630       NEXT IKT
1640 RETURN
1650 REM-----------------------------------------------
1660 REM Calcul de Somme des Pj et des Pj*eoj en BP
1670 PJ=0:PEJ=0
1680       FOR IPJ=1 TO NP
1690       U1=AP(IPJ)*SP(IPJ)
1700       PJ=PJ+U1
1710       PEJ=PEJ+U1*(V1BH-DP(IPJ))
1720       NEXT IPJ
1730 RETURN
1740 REM-----------------------------------------------
1750 REM Calcul de Somme des Pj et des Pj*eoj en BP
1760 PJD=PJ:PEJD=PEJ
1770       FOR IPJ=1 TO NP
1780       PJD=PJD+DEP(IPJ)
1790       PEJD=PEJD+DEP(IPJ)*(V1BH-DP(IPJ))
1800       NEXT IPJ
1810 RETURN
1820 REM-----------------------------------------------
1830 REM Zone d'Enrobage en BP
1840 ENP=1.5*PHIG(NP)
1850 IF ENP>.12 THEN ENP=.12
1860 ENP1=1.5*PHIG(1)
1870 IF ENP1>.12 THEN ENP1=.12
1880 RETURN
1890 REM-----------------------------------------------
```

```
1900 REM Classe III en BP
1910 IZ=3:IPZ=3
1920 CPS=.5 ' Acier de Precontrainte pris a 50 % en Surtension ELS
1930 U1=F5
1940 IF COMB(ICM)=0 OR COMB(ICM)=3 THEN DSPL=.1*FPRG:DSAL=U1
1950 IF COMB(ICM)=2 THEN DSPL=100:DSAL=.35*F7
1960 IF COMB(ICM)=1 THEN DSPL=FPEG:DSAL=F7
1970 IF COMB(ICM)=1 THEN SATG=0 ELSE SATG=-100
1980 GOSUB 1650  ' Somme des Pj et P*eoj
1990 D2=SAD*H5/E9
2000 D1A=-DSAL/E9
2010 D1B=SATG/E9*H5
2020 SGI=PJ/SECH+(MGP+PEJ)*(V1BH-DP(NP))/INERH
2030 D1C=-(DSPL-EQU*SGI)/E10
2040 D2A=D1A
2050 D2B=D1B
2060 SGI=PJ/SECH+(MGP+PEJ)*(V1BH-DP(1))/INERH
2070 D2C=-(DSPL-EQU*SGI)/E10
2080 GOSUB 5950 CALCUL DE MMAX ET MMIN
2090 RETURN
2100 REM-------------------------------------------
2110 REM Calcul de E2 pour E1 donne en Classe 3 pour Mmax en BP
2120 E2=D1A
2130 U1=DP(NP)+ENP
2140 U2=(D1B-E1)*D(N6)/U1+E1
2150 IF U2>E2 THEN E2=U2
2160 U2=(D1C-E1)*D(N6)/DP(NP)+E1
2170 IF U2>E2 THEN E2=U2
2180 IF E1=0 AND E2=0 THEN E1=.00001
2190 RETURN
2200 REM Calcul de E1 pour E2 donne en Classe 3 pour Mmin
2210 E1=D2A
2220 U1=DP(1)-ENP
2230 U2=(D2B-E2)*(HT-D(1))/(HT-U1)+E2
2240 IF U2>E1 THEN E1=U2
2250 U2=(D2C-E2)*(HT-D(1))/(HT-DP(1))+E2
2260 IF U2>E1 THEN E1=U2
2270 IF E1=0 AND E2=0 THEN E2=.00001
2280 RETURN
2290 REM-------------------------------------------
2300 REM: Conversion Lecture Format Libre
2310        FOR I=0 TO 12
2320        U(I)=0
2330        NEXT I
2340 I1=0
2350 IF CL$="" OR CL$="" THEN 2450
2360 J=1
2370 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 2370
2380 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I=INSTR(1,CL$," ")
2390 IF I=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 2410
2400 MOT$=LEFT$(CL$,I-1)
2410 IF MOT$="" THEN 2440
2420 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
2430 GOTO 2350
2440        FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
2450        FOR I6=0 TO 12
2460        UMY(I6)=U(I6)
```



```
2470        NEXT I6
2480 RETURN
2490 REM-------------------------------------------
2500 REM Lecture des Caracteristiques des Materiaux
2510 IF IECR=2 THEN READ BP
2520 IF IECR=1 THEN INPUT"Verification d'une Section en Beton Precontraint: Oui=1, Non=0 ";BP
2530 IF ELU>1.1 OR BP>0 THEN 2580
2540 IF IECR=2 THEN READ F9,F5:GOTO 2680
2550 INPUT "Contrainte Admissible du Beton (MPa) =";F9
2560 INPUT "Contrainte Admissible de l'Acier BA (MPa) =";F5
2570 GOTO 2680
2580 IF IECR=2 AND BP=0 THEN READ F8,F7:GOTO 2660
2590 IF IECR=2 AND BP>0 THEN READ F8,F7,FPEG,FPRG,KL:GOTO 2660
2600 INPUT"Resistance du Beton a la Compression (MPa) =";F8
2610 INPUT"Limite Elastique de l'Acier BA (MPa) =";F7
2620 IF BP>0 THEN INPUT"Limite Elastique et Resistance de l'Acier BP (MPa) =";CL$
2630 GOSUB 2290
2640 FPEG=U(0):FPRG=U(1)
2650 IF BP>0 AND ELU<1.1 THEN INPUT"Classe de Verification: 1 2 ou 3 =";KL
2660 F5=F7/GAMS
2670 F9=.85*F8/GAMB
2680 FT=.06*F8+.6
2690 IF BP<1 OR ELU>1.1 THEN 2720
2700 F5=110*SQR(1.6*FT)
2710 IF F5>2*F7/3 THEN F5=F7*2/3
2720 RETURN
2730 REM-------------------------------------------
2740 REM Lecture des Donnees Generales et Geometriques
2750 IF IECR=2 THEN READ ELU:GOTO 2770
2760 INPUT"Calcul en ELS = 1, en ELU = 2 :";ELU
2770 GOSUB 2490 ' Caracteristiques des Materiaux
2780 IF IECR=2 THEN READ FORME:GOTO 2840
2790 PRINT"Forme de la Section :"
2800 PRINT"  1 = Circulaire,"
2810 PRINT"  2 = Rectangulaire,"
2820 PRINT"  3 = Quelconque"
2830 INPUT"=";FORME
2840 IF BP>0 THEN IPIEU=0:GOTO 2870
2850 IF IECR=2 THEN READ IPIEU:GOTO 2870
2860 INPUT"Est-ce un Pieu : Oui=1, Non=0 =";IPIEU
2870 IF FORME>1 THEN 2920
2880 IF IECR=2 THEN READ PHIP,ENR:GOTO 2910
2890 INPUT"Diametre (m)=";PHIP
2900 INPUT"Enrobage a l'Axe des Aciers (cm)=";ENR
2910 ENR=ENR/100: GOTO 3160
2920 IF FORME=3 THEN 2990
2930 IF IECR=2 THEN READ B(1),C(1):GOTO 2960
2940 INPUT"Largeur b (m) =";B(1)
2950 INPUT"Hauteur Totale h (m) =";C(1)
2960 A(1)=B(1)
2970 N7=1
2980 GOTO 3160
2990 IF IECR=2 THEN READ N7:GOTO 3100
3000 PRINT:PRINT"Trapezes Successifs a, b, h"  ' Section Quelconque
3010 PRINT
3020 PRINT"   a"
3030 PRINT"  ******"
3040 PRINT" *  **
```

```
3050 PRINT" " h"
3060 PRINT" "
3070 PRINT"**************
3080 PRINT" b"
3090 PRINT USING"Nombre de Trapezes (<###) =";NTT;:INPUT N7
3100      FOR I7=1 TO N7
3110      IF IECR=2 THEN READ A(I7),B(I7),C(I7):GOTO 3140
3120      INPUT" a, b, h (m) =";CL$:GOSUB 2290
3130      A(I7)=U(0):B(I7)=U(1):C(I7)=U(2)
3140      NEXT I7
3150 IF IECR=1 THEN PRINT
3160 RETURN
3170 REM-----------------------------------------
3180 REM Lecture des Charges Appliquees
3190 NMP=1
3200 IF TOUR>0 THEN 3230
3210 IF BP>0 AND IECR=2 THEN READ MGP:GOTO 3240
3220 IF BP>0 AND NCR<1 THEN INPUT"Moment du au Charges Permanentes (MNm) =";MGP
3230 IF IECR=1 THEN 3260
3240 IF BP<1 OR ELU>1.1 THEN READ U(0),U(1):GOTO 3380
3250 READ U(0),U(1),U(2):GOTO 3380
3260 PRINT:PRINT"Effort Normal (MN) et Moment (MNm) appliques ";
3270 IF ELU<1.1 AND BP>0 THEN PRINT", Combinaison :" ELSE PRINT":"
3280 IF BP<1 OR ELU>1.1 THEN 3340
3290 PRINT"avec Combinaison : "
3300 PRINT" = 0 pour Situation d'Execution"
3310 PRINT" = 1 pour Combinaison Quasi-Permanente,"
3320 PRINT" = 2 pour Combinaison Frequente,"
3330 PRINT" = 3 pour Combinaison Rare"
3340 IF BP>0 THEN PRINT"(L'Effort de Precontrainte n'est pas a Decrire ici)"
3350 IF BP<1 OR ELU>1.1 THEN INPUT"N et M (Fin=0) ="; CL$:GOTO 3370
3360 INPUT"N M et Combinaison (Fin=0) ="; CL$
3370 GOSUB 2290 ' Format Libre
3380 IF U(0)=0 AND U(1)=0 THEN NMP=NMP-1:GOTO 3420
3390 LN(NMP)=U(0):LM(NMP)=U(1):COMB(NMP)=U(2)
3400 NMP=NMP+1
3410 GOTO 3230
3420 RETURN
3430 REM-----------------------------------------
3440 REM Aciers des Abaques Section non Circulaire
3450 IF PHIP=0 THEN INPUT"Enrobage (cm)=";ENR:ENR=ENR/100
3460 IF FORME =1 THEN 3540
3470 PRINT" 1= Un Acier Tendu a la Distance d = h - enrobage"
3480 PRINT" 2= Deux Aciers Symetriques a 'enrobage' et 'd'"
3490 INPUT "=";N6
3500 D(1)=ENR:D(2)=HT-ENR
3510 IF N6=1 THEN E(1)=PCENT*SECB
3520 IF N6=2 THEN E(1)=PCENT*SECB/2:E(2)=E(1)
3530 GOTO 3570
3540 N6=8
3550 AIRA=PCENT*PI/4*PHIP^2/N8
3560 GOSUB 5670
3570 RETURN
3580 REM-----------------------------------------
3590 REM Lecture des Aciers
3600 IF EL12>0 THEN 4070
3610 N6=0:IF FORME=1 THEN 3770
```



```
3620 IF IECR=2 THEN 3670
3630 PRINT:PRINT"Aciers BA: d = distance (m) a la Fibre Superieure, n = Nombre de Barres, Phi =Diametre
(mm)"
3640 PRINT" a Decrire par d Croissant"
3650 IF BP>0 THEN PRINT"(Ne pas Oublier de Decrire l'Acier Passif le Plus Haut"
3660 PRINT"et l'Acier Passif le plus bas)"
3670 IF IECR=2 THEN READ U(0),U(1),U(2):GOTO 3690
3680 INPUT " d n et Phi (Fin=0) =";CL$:GOSUB 2290
3690 IF U(0)=0 AND U(1)=0 THEN 3820
3700 IF U(0)>=HT THEN PRINT"Acier en Dehors de la Section, Recommencez":GOTO 3610
3710 N6=N6+1
3720 D(N6)=U(0)
3730 IF D(N6)<D(N6-1) THEN PRINT"ATTENTION, Distances Croissantes SVP, Recommencez":GOTO 3610
3740 E(N6)=U(1)*(U(2)/1000)^2/4*PI
3750 DIT(N6)=U(2)
3760 GOTO 3670
3770 IF IECR=2 THEN READ U(0),U(1):GOTO 3790
3780 INPUT"Nombre de Barres (Pair) et Diametre en mm =";CL$:GOSUB 2290
3790 IF U(0)<6 THEN PRINT"Le Nombre de Barres doit Etre Superieur a 5, Recommencez":GOTO 3770
3800 N6=U(0):AIRA=PI*(U(1)/1000)^2/4:DIAC=U(1)
3810 GOSUB 5670 ' Determination des Aciers en Section Circulaire
3820 IF N6>0 THEN 3840
3830 N6=2:D(1)=HT/20:E(1)=.00000001#:D(2)=.59*HT:E(2)=E(1)
3840 IF BP<1 THEN 4070
3850 NP=0:SECP=0
3860 IF IECR=2 THEN 3940
3870 PRINT:PRINT"Aciers BP:
3880 PRINT" d = distance (m) a la Fibre Superieure,"
3890 PRINT" n = Nombre de Torons a cette Altitude,"
3900 PRINT" T= 13 pour T13, 14 pour T13S, 15 pour T15, 16 pour T15S,"
3910 PRINT" Sigmap = Contrainte de l'Acier du Cable apres Pertes (MPa):"
3920 PRINT" Phig = Diametre de la Gaine (mm)"
3930 PRINT" (Les Cables sont a Decrire par d Croissant)"
3940 IF IECR=2 THEN READ U(0),U(1),U(2),U(3),U(4):GOTO 3960
3950 INPUT "d n T Sigmap Phig(Fin=0) =";CL$:GOSUB 2290
3960 IF U(1)=0 THEN 4070
3970 IF U(0)>=HT THEN PRINT"Acier en Dehors de la Section, Recommencez":
GOTO 3850
3980 NP=NP+1
3990 DP(NP)=U(0):T13(NP)=U(2):NPT(NP)=U(1):PHIG(NP)=U(4)/1000
4000 IF DP(NP)<DP(NP-1) THEN PRINT"ATTENTION, Distances Croissantes SVP, Recommencez":GOTO 3850
4010 IF U(2)=13 THEN AP(NP)=93/1000000!*U(1)
4020 IF U(2)=14 THEN AP(NP)=100/1000000!*U(1)
4030 IF U(2)=15 THEN AP(NP)=139/1000000!*U(1)
4040 IF U(2)=16 THEN AP(NP)=150/1000000!*U(1)
4050 SP(NP)=U(3):SECP=SECP+AP(NP)
4060 GOTO 3940
4070 RETURN
4080 REM-----------------------------------------
4090 REM Valeurs de Base
4100 D1=-F5/E9:D2=F9*H5/E9
4110 IF IPIEU>0 THEN D5=D2*CADM ELSE D5=D2
4120 V1K=(V1B-D(N6))/V1B
4130 V2K=(D(1)-V1B)/(HT-V1B)
4140 D7=(D1-D5)/V1K+D5
4150 D8=V1K*(D2-D5)+D5
4160 D9=(D2-D5)*V2K+D5
```

```
4170 IF ELU<1.1 AND IPIEU<1 THEN D8=100:D9=100
4180 D10=(D1-D5)/V2K+D5
4190 AT6=HT*(D2-D5)/D2
4200 IF ELU>1.1 THEN 4230
4210 IF IPIEU<1 THEN 4230
4220 IF AT6>V1B THEN AT6=V1B
4230 AT7=HT*(D2-D5)/D2
4240 IF ELU>1.1 THEN 4270
4250 IF IPIEU<1 THEN 4270
4260 IF AT7>(HT-V1B) THEN AT6=HT-V1B
4270 RETURN
4280 REM-----------------------------------------
4290 REM Calcul des Tableaux N, M, x
4300 K1=1:KN2=-1
4310      GOSUB 9410 ' Ecritures Communes
4320 IZ=1     ' Sections Entierement Tendues Pivot 1A
4330 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Entierement Tendue Pivot 1A"
4340 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Entiérement Tendue Pivot 1A"
4350 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4360 E2=D1:AD2=0:AD1=D1
4370      GOSUB 4890
4380 IZ=2  ' Sections Partiellement Tendues Pivot 1B
4390 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 1B"
4400 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 1B"
4410 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4420 E2=D1:AD1=0:AD2=D2:N0=1
4430 IF ELU<1.1 AND IPIEU>0 AND AD2>D7 THEN AD2=D7
4440      GOSUB 4960
4450 IZ=3  ' Sections Partiellement Tendues Pivot 2
4460 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 2"
4470 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 2"
4480 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4490 E1=D2
4500 AD1=D1:AD2=(1-D(N6)/HT)*D2
4510      GOSUB 5030
4520 IZ=4  ' Section Entierement Comprimee Pivot 3
4530 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Entierement Comprimee Pivot 3"
4540 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Entierement Comprimee Pivot 3"
4550 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4560 AD1=0:AD2=D5
4570      GOSUB 5110
4580 K1=2
4590 IF SYM=1 THEN 4860
4600 IZ=5  ' Section Entierement Comprime Pivot 3'
4610 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Entierement Comprimee Pivot 3'"
4620 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Entierement Comprimee Pivot 3'"
4630 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4640 AD1=0:AD2=D5
4650      GOSUB 5190
4660 IZ=6  ' Section Partiellement Tendue Pivot 2'
4670 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 2'"
4680 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 2'"
4690 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4700 E2=D2
4710 AD1=D1:AD2=D(1)/HT*D2
4720      GOSUB 5270
4730 IZ=7 ' Section Partiellement Tendue Pivot 1'B
4740 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 1'B"
```



```
4750 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Partiellement Tendue Pivot 1'B"
4760 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4770 AD1=0:AD2=D2:E1=D1
4780 IF ELU<1.1 AND IPIEU>0 AND AD2>D10 THEN AD2=D10
4790      GOSUB 5350
4800 IZ=8  ' Section Entierement Tendue Pivot 1'A
4810 IF IMPR<3 AND SORTI=2 THEN PRINT:PRINT"Section Entierement Tendue Pivot 1'A"
4820 IF IMPR>1 AND SORTI=2 THEN LPRINT:LPRINT"Section Entierement Tendue Pivot 1'A"
4830 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9560 ' Ecriture Tableaux
4840 AD1=D1:AD2=0:E1=D1
4850      GOSUB 5420
4860 RETURN
4870 REM-----------------------------------------
4880 REM Etude des Differents Pivots
4890 REM Pivot 1A ------
4900 AD3=(AD2-AD1)/N9
4910      FOR J1=0 TO N9
4920      E1=AD1+J1*AD3
4930      GOSUB 7390  ' (Beton) + Acier Tendus
4940      NEXT J1
4950 RETURN
4960 REM Pivot 1B ------
4970 AD3=(AD2-AD1)/N9
4980      FOR J1= N0 TO N9
4990      E1=J1*AD3+AD1
5000      GOSUB 7390  ' Beton + Acier Tendus
5010      NEXT J1
5020 RETURN
5030 REM Pivot 2 ------
5040 AD3=(AD2-AD1)/N9
5050      FOR J1=N0 TO N9
5060      E2=J1*AD3+AD1
5070      IF E2>D8 THEN E1=(E2-D5)/V1K+D5
5080      GOSUB 7390  ' Beton + Aciers Tendus
5090      NEXT J1
5100 RETURN
5110 REM Pivot 3 ------
5120 AD3=(AD2-AD1)/N9
5130      FOR J1=N0 TO N9
5140      E2=AD1+J1*AD3
5150      E1=(D5-E2)*AT6/(HT-AT6)+D5
5160      GOSUB 7390  ' Beton + Aciers Comprimes
5170      NEXT J1
5180 RETURN
5190 REM Pivot 3' ------
5200 AD3=(AD2-AD1)/N9
5210      FOR J1=N9-N0 TO 0 STEP -1
5220      E1=AD1+J1*AD3
5230      E2= (D5-E1)*AT7/(HT-AT7)+D5
5240      GOSUB 7390  ' Beton + Aciers Comprimes
5250      NEXT J1
5260 RETURN
5270 REM Pivot 2' ------
5280 AD3=(AD2-AD1)/N9
5290      FOR J1=N9-N0 TO 0 STEP -1
5300      E1=J1*AD3+AD1
5310      IF E1>D9 THEN E2=(E1-D5)/V2K+D5
5320      GOSUB 7390  ' Beton + Acier Tendus
```

```
5330        NEXT J1
5340 RETURN
5350 REM Pivot 1'B -------
5360 AD3=(AD2-AD1)/N9
5370        FOR J1=N9-N0 TO 0 STEP -1
5380        E2=AD1+J1*AD3
5390        GOSUB 7390  ' Beton + Acier Tendus
5400        NEXT J1
5410 RETURN
5420 REM Pivot 1'A -------
5430 AD3=(AD2-AD1)/N9
5440        FOR J1=N9-N0 TO 0 STEP -1
5450        E2=AD1+J1*AD3
5460        GOSUB 7390  ' Beton + Acier Tendus
5470        NEXT J1
5480 RETURN
5490 REM---------------------------------------------
5500 REM Aciers et Beton Entierement Comprimes
5510 IF IZ<4 OR IZ>5 THEN 5660
5520 F1=0:F2=0
5530        FOR I6=1 TO N6
5540        U2=D(I6)
5550        E4=E1+(E2-E1)*U2/HT
5560        GOSUB 8070  ' Sigma s
5570        F1=F1+F4*E(I6)
5580        F2=F2+F4*E(I6)*D(I6)
5590        NEXT I6
5600 X2=HT:GOSUB 7550
5610 IF E1=E2 THEN W4=999.99:GOTO 5640
5620 IF E1<E2 THEN W4=E2*HT/(E2-E1):GOTO 5640
5630 IF E1>E2 THEN W4=E1*HT/(E1-E2)
5640 IF BP>0 THEN GOSUB 6960 ' Calcul des Sollicitations dues a la Precontrainte
5650 GOSUB 8000
5660 RETURN
5670 REM---------------------------------------------
5680 REM Determination des Aciers en Section Circulaire
5690 PHIA=PHIP-2*ENR
5700 DAL=2*PI/N6:D(1)=ENR
5710 FOR I=1 TO N6:E(I)=AIRA:NEXT I
5720        FOR I=2 TO N6/2
5730        ALP=(I-1)*DAL
5740        D(I)=ENR+PHIA/2*(1-COS(ALP))
5750        I1=N6/2+I-1
5760        D(I1)=D(I)
5770        NEXT I
5780 FOR I7=1 TO N6:DIT(I7)=DIAC:NEXT I7
5790 D(N6)=PHIP-ENR
5800 RETURN
5810 REM---------------------------------------------
5820 REM Ecriture Tableau des Verifications
5830 IF IMPR>2 THEN 5890
5840 PRINT:PRINT"VERIFICATIONS":PRINT"------------":PRINT
5850 PRINT"No Sollicitations Agissantes Sollicitations Resistantes Verification"
5860 PRINT"  N  M  N  Mmax  Mmin "
5870 PRINT"  (MN)  (MNm)  (MN)  (MNm)  (MNm)"
5880 PRINT
5890 IF IMPR<2 THEN 5940
```



```
5900 LPRINT:LPRINT"VERIFICATIONS":LPRINT"------------":LPRINT
5910 LPRINT"No Sollicitations Agissantes Sollicitations Resistantes Verification"
5920 LPRINT"  N  M  N  Mmax  Mmin "
5930 LPRINT
5940 RETURN
5950 REM---------------------------------------------
5960 REM Verification de Mu entre Mmin et Mmax
5970 REM Recherche du Pivot pour Mmax
5980 ICB=1:KN2=-1:RN=0
5990 K1=1
6000 VERIF$="OK"
6010 IF BP>0 THEN 6040
6020 IZ=1:E1=D1:E2=D1:GOSUB 7390
6030 IF LN(ICM)<F1 THEN VERIF$=NVERIF$:RN=F1:MSUP=0:MMIN=0:GOTO 6860
6040 IZ=2:E1=0:E2=D1:GOSUB 7390
6050 IF LN(ICM)<F1 THEN IPZ=1 :GOTO 6180
6060 IZ=2:E1=D2:E2=D1
6070 IF ELU<1.1 AND IPIEU>0 AND E1>D7 THEN E1=D7
6080 GOSUB 7390
6090 IF LN(ICM)<F1 THEN IPZ=2:GOTO 6180
6100 REM IF BP>0 AND ELU<1.1 THEN IPZ=3:GOTO 5910
6110 IZ=4:E2=0:IPZ=IZ
6120 E1=(D5-E2)*AT6/(HT-AT6)+D5
6130 GOSUB 7390  ' Beton + Aciers Comprimes
6140 IF LN(ICM)<F1 THEN IZ=3:IPZ=3:GOTO 6180
6150 IZ=4:E1=D5:E2=D5:GOSUB 7390
6160 IF LN(ICM)<F1 THEN IPZ=4:GOTO 6180
6170 RN=F1:MSUP=0:MMIN=0:VERIF$=NVERIF$:GOTO 6860
6180 REM Cas Pivots 1A, 1B, 2, 3 Moment Maximum
6190 MPRN=F2:KN2=-1
6200 REM Recherche par N9-chotomie de Nappliq=Nresist
6210 ICB=1:N0=0:IZ=IPZ
6220 ON IPZ GOTO 6230,6240,6270,6280
6230 E2=D1:AD1=D1:AD2=0:GOTO 6290
6240 E2=D1:AD1=0:AD2=D2
6250 IF ELU<1.1 AND IPIEU>0 AND AD2>D7 THEN AD2=D7
6260 GOTO 6290
6270 AD2=D2*(1-D(N6)/HT):E1=D2:AD1=D1:GOTO 6290
6280 AD2=D5:AD1=0
6290 KN2=-1
6300 ON IPZ GOTO 6310,6320,6330,6340
6310 GOSUB 4890:GOTO 6350
6320 GOSUB 4960:GOTO 6350
6330 GOSUB 5030:GOTO 6350
6340 GOSUB 5110
6350        FOR J2=1 TO N9
6360        J3=J2
6370        IF LN(ICM)<TN(J2,1) THEN 6390
6380        NEXT J2
6390 U1=TN(J3,1):U2=TM(J3,1):W4=TW(J3,1)
6400 IF ABS(U1-LN(ICM))<PRN THEN RN=U1:MSUP=U2:GOTO 6440
6410 J4=J3-1
6420 AD1=AD1+J4*AD3:AD2=AD1+AD3
6430 GOTO 6290
6440 REM Cas Pivots 1'A, 1'B, 2', 3' Moment Minimum
6450 K1=2:KN2=-1
6460 IZ=7:E2=0:E1=D1:GOSUB 7390
```

```
6470 IF LN(ICM)<F1 THEN IPZ=8:GOTO 6560
6480 IZ=7:E2=D2:E1=D1
6490 IF ELU<1.1 AND IPIEU>0 AND E2>D10 THEN E2=D10
6500 GOSUB 7390
6510 IF LN(ICM)<F1 THEN IPZ=7:GOTO 6560
6520 IZ=5:E1=0:IPZ=IZ
6530 E2=D5+AT7/(HT-AT7)*(D5-E1)
6540 GOSUB 7390
6550 IF LN(ICM)<F1 THEN IPZ=6
6560 KN2=-1:IZ=IPZ
6570 ON IPZ GOTO 6640,6640,6640,6640,6640,6620,6590,6580
6580 E1=D1:AD1=D1:AD2=0:GOTO 6650
6590 E1=D1:AD1=0:AD2=D2
6600 IF ELU<1.1 AND IPIEU>0 AND AD2>D10 THEN AD2=D10
6610 GOTO 6650
6620 E2=D2:AD1=D1:AD2=D2*D(1)/HT
6630 GOTO 6650
6640 AD2=D5:AD1=0
6650 KN2=-1
6660 IF IPZ=8 THEN GOSUB 5420:GOTO 6700
6670 IF IPZ=7 THEN GOSUB 5350:GOTO 6700
6680 IF IPZ=6 THEN GOSUB 5270:GOTO 6700
6690 IF IPZ=5 THEN GOSUB 5190
6700      FOR J2=1 TO N9
6710      J3=J2:IF LN(ICM)>TN(J2,1) THEN 6730
6720      NEXT J2
6730 U1=TN(J3,1):U2=TM(J3,1)
6740 IF ABS(U1-LN(ICM))<PRN THEN MMIN=U2:GOTO 6770
6750 AD2=AD2-(J3-1)*AD3:AD1=AD2-AD3
6760 GOTO 6650
6770 IF LM(ICM)<MMIN OR LM(ICM)>MSUP THEN VERIF$=NVERIF$
6780 K1=2:KN2=-1
6790 QPER$=" "
6800 IF ELU>1.1 OR BP<1 THEN 6850
6810 IF COMB(ICM)=0 THEN QPER$=" Execut."
6820 IF COMB(ICM)=1 THEN QPER$=" Q-Perm."
6830 IF COMB(ICM)=2 THEN QPER$=" Frequente"
6840 IF COMB(ICM)=3 THEN QPER$=" Rare"
6850 KLA$=" "
6860 IF KL=1 THEN KLA$=" Classe 1 "
6870 IF KL=2 THEN KLA$=" Classe 2 "
6880 IF KL=3 THEN KLA$=" Classe 3 "
6890 IF IMPR>2 THEN 6920
6900      PRINT    USING"##      #####.###      #####.###      #####.###      #####.###      #####.###
";ICM;LN(ICM);LM(ICM);RN;MSUP;MMIN;
6910 PRINT "  ";VERIF$;KLA$;QPER$
6920 IF IMPR<2 THEN 6950
6930      LPRINT   USING"##      #####.###      #####.###      #####.###      #####.###      #####.###
";ICM;LN(ICM);LM(ICM);RN;MSUP;MMIN;
6940 LPRINT "  ";VERIF$;KLA$;QPER$
6950 RETURN
6960 REM-----------------------------------------
6970 REM Sollicitations dues a la Precontrainte
6980 GOSUB 1650 ' Somme des Pj et Pj*eoj
6990      FOR I13=1 TO NP
7000      SGI=PJ/SECB-(MGP+PEJ)*(DP(I13)-V1B)/INER
7010      G6=SP(I13)+EQU*SGI
7020      IF K1=1 THEN UH=D(N6) ELSE UH=HT-D(1)
```



```
7030      IF E1>=0 AND E2>=0 THEN UH=HT
7040      DS2=-E1-(E2-E1)*DP(I13)/UH
7050      U7=AP(I13)*(G6+DS2*E10*CPS)
7060      IF ELU>1.1 THEN 7100
7070      F1=F1-U7
7080      F2=F2-U7*DP(I13)
7090      GOTO 7160
7100      GOSUB 8420   ' Deformation Acier Q6 pour Contrainte G6
7110      IF ABS(DS2)>.01 THEN DS2=.01*SGN(DS2)
7120      E4=Q6+DS2
7130      GOSUB 8170 ' Contrainte Acier F4 pour une Deformation E4
7140      F1=F1-AP(I13)*F4
7150      F2=F2-AP(I13)*F4*DP(I13)
7160      NEXT I13
7170 RETURN
7180 REM-----------------------------------------
7190 REM Largeur B3 de la Section a la Profondeur X8
7200 IF X8>=PHIP THEN B3=0:GOTO 7220
7210 IF PHIP>0 THEN B3=2*SQR(X8*(PHIP-X8)):GOTO 7300
7220 U1=0
7230 FOR I12=1 TO N7
7240 U1=U1+C(I12)
7250 IF X8>U1 THEN 7290
7260 U2=U1-C(I12)
7270 B3=A(I12)+(B(I12)-A(I12))*(X8-U2)/C(I12)
7280 GOTO 7300
7290 NEXT I12
7300 RETURN
7310 REM-----------------------------------------
7320 REM Simpson
7330 U1=Y(N8)-Y(0)
7340      FOR I9=1 TO N8 STEP 2
7350      U1=U1+4*Y(I9)+2*Y(I9-1)
7360      NEXT I9
7370 U1=U1*L9/3/N8
7380 RETURN
7390 REM-----------------------------------------
7400 REM Betons en Section Partiellement Tendue
7410 IF KL<3 THEN 7500
7420 IF IZ=2 AND KL=3 AND K1=1 THEN GOSUB 2100:GOTO 7460 ' Calcul de E2 en Classe 3
7430 IF IZ=3 AND KL=3 AND K1=1 THEN 7440 ELSE GOTO 7460
7440 E21=E2:GOSUB 2100
7450 IF E2<E21 THEN E2=E21
7460 IF IZ=7 AND KL=3 AND K1=2 THEN GOSUB 2200:GOTO 7500 ' Calcul de E1 en Classe 3
7470 IF IZ=6 AND KL=3 AND K1=2 THEN 7480 ELSE GOTO 7500
7480 E21=E1:GOSUB 2200
7490 IF E1<E21 THEN E1=E21
7500 IF IZ=4 OR IZ=5 THEN GOSUB 5490:GOTO 7770
7510 F1=0:F2=0
7520 IF IZ=1 OR IZ=8 THEN 7760
7530 IF E1=E2 THEN X2=HT:GOTO 7560
7540 IF K1=1 THEN X2=D(N6)*E1/(E1-E2) ELSE X2=(HT-D(1))*E2/(E2-E1)
7550 IF X2=0 THEN 7760
7560 FOR I1=0 TO N8
7570 X7=I1/N8*X2
7580 IF K1=2 THEN X8=HT+X7-X2 ELSE X8=X2-X7
7590 IF IZ=4 OR IZ=5 THEN X8=X7
```

```
7600 GOSUB 7180 ' Largeur Beton = B3 pour Profondeur X8
7610 IF K1=1 THEN EU1=E1 ELSE EU1=E2
7620 IF IZ=4 OR IZ=5 THEN E3=E1+(E2-E1)*X7/HT:GOTO 7640
7630 E3=EU1*X7/X2
7640 GOSUB 7780 ' Contrainte Beton = F3
7650 U1=B3*F3
7660 Y(I1)=U1
7670 Z(I1)=U1*X8
7680 NEXT I1
7690 L9=X2
7700 GOSUB 7310  ' Simpson
7710 F1=F1+U1
7720 FOR I9=0 TO N8:Y(I9)=Z(I9):NEXT I9
7730 GOSUB 7310  Simpson
7740 F2=F2+U1
7750 IF IZ=4 OR IZ=5 THEN 7770
7760 GOSUB 7850  ' Aciers Tendus
7770 RETURN
7780 REM-----------------------------------------
7790 REM Contrainte Beton
7800 IF ELU<1.1 THEN F3=E3*E9/H5:GOTO 7840
7810 F3=F9
7820 IF E3> .002 THEN 7840
7830 F3=F9*(1-(E3/.002-1)^2)
7840 RETURN
7850 REM-----------------------------------------
7860 REM Aciers Tendus
7870 IF K1=1 THEN V4=D(N6) ELSE V4=HT-D(1)
7880      FOR I13=1 TO N6
7890      IF K1=1 THEN V3=D(I13) ELSE V3=D(I13)-D(1)
7900      E4=E1+(E2-E1)*V3/V4
7910      GOSUB 8070
7920      U0=F4*E(I13)
7930      F1=F1+U0
7940      F2=F2+U0*D(I13)
7950      NEXT I13
7960 IF E1=E2 THEN W4=999.999:GOTO 8000
7970 IF K1=1 THEN W4=E1*V4/(E1-E2)
7980 IF K1=2 THEN W4=E2*V4/(E2-E1)
7990 IF BP>0 THEN GOSUB 6960 ' Calcul des Sollicitations dues a la Precontrainte
8000 F2=F1*V1B-F2  ' Moment par Rapport au cdg-
8010 IF F1=0 THEN E0=999.99 ELSE E0=F2/F1
8020 IF W4>999 THEN W4=999.999
8030 KN2=KN2+1
8040 TN(KN2,ICB)=F1:TM(KN2,ICB)=F2
8050 IF SORTI=2 THEN GOSUB 9710 ' Ecritures
8060 RETURN
8070 REM-----------------------------------------
8080 REM Contrainte Acier
8090 IF ELU<1.1 THEN F4=E4*E9:GOTO 8160
8100 Q1=SGN(E4)
8110 E4=ABS(E4)
8120 IF H1=2 THEN GOSUB 8170
8130 F4=E9*E4
8140 IF F4>F5 THEN F4=F5
8150 F4=Q1*F4
8160 RETURN
```



```
8170 REM-----------------------------------------
8180 REM Contrainte F4 Acier Ecroui BA ou BP pour Deformation E4
8190 E19=E4
8200 IF BP<1 THEN 8260
8210 H2=.9*FPEG/GAMP/E10:E4=ABS(E4)
8220 IF E4<=H2 THEN F4=E10*E19:GOTO 8410
8230 G1=.9*FPEG/GAMP
8240 G3=1.1*FPEG/GAMP
8250 GOTO 8300
8260 H2=.7*F5/E9
8270 E4<=H2 THEN F4=E9*E4:GOTO 8410
8280 G1=.7*F5
8290 G3=1.13*F5
8300 Q0=E4
8310      FOR I7=1 TO 18
8320      G2=(G1+G3)/2
8330      G6=G2
8340      GOSUB 8420:Q2=Q6:G6=G1
8350      GOSUB 8420:Q1=Q6:G6=G3
8360      GOSUB 8420:Q3=Q6
8370      IF (Q0-Q1)*(Q0-Q2)<0 THEN G3=G2 ELSE G1=G2
8380      IF ABS(G3-G1)<PRA THEN 8400
8390      NEXT I7
8400 F4=(G1+G3)/2*SGN(E9)
8410 RETURN
8420 REM Deformee Acier Q6 pour une Contrainte G6
8430 IF BP<1 THEN 8460
8440 U1=GAMP*G6/FPEG-.9
8450 IF U1<0 THEN Q6=G6/E10:GOTO 8490
8460 Q6=G6/E10+100*(U1)^5
8470 GOTO 8490
8480 Q6=G6/E9+.823*(G6/F5-.7)^5
8490 RETURN
8500 REM-----------------------------------------
8510 REM Caracteristiques Mecaniques Brutes
8520 IF PHIP=0 THEN 8570
8530 U1=PI*PHIP^2/4:U4=PI*PHIP^4/64
8540 V1=PHIP/2:V2=V1
8550 V5=PHIP
8560 GOTO 8690
8570 U1=0:U2=0:U3=0:U4=0
8580      FOR I=1 TO N7
8590      U3=U3+C(I)
8600      U1=U1+(A(I)+B(I))*C(I)/2
8610      U2=U2+A(I)*C(I)*(U3-C(I)/2)+(B(I)-A(I))*C(I)/2*(U3-C(I)/3)
8620      U4=U4 +A(I)*C(I)*(U3-C(I)/2)^2+A(I)*C(I)^3/12
8630      U4=U4+(B(I)-A(I))*(U3-C(I)/3)^2*C(I)/2+(B(I)-A(I))*C(I)^3/36
8640      NEXT I
8650 V1=U2/U1
8660 U4=U4-U1*V1*V1
8670 V2=U3-V1
8680 V5=U3
8690 U5=SQR(U4/U1)
8700 U6=U4/U1/V1/V2
8710 SECB=U1
8720 INER=U4
8730 HT=V1+V2
```

```
8740 V1B=V1
8750 U2=U4/V1
8760 U3=U4/V2
8770 RETURN
8780 REM-----------------------------------------------
8790 REM Ecriture des Caracteristiques Mecaniques
8800 IF TOUR>0 THEN 8990
8810 IF IMPR>2 THEN 8900
8820 PRINT
8830 PRINT"Caracteristiques Mecaniques "
8840 PRINT"------------------------"
8850 PRINT
8860 PRINT" Section Beton Seul"
8870 PRINT USING"S=###.###### m2 I/v1=##.###### m3 v1=##.#### m Giration =##.#### m";U1;U2;V1;U5
8880 PRINT USING"I=###.###### m4 I/v2=##.###### m3 v2=##.#### m Rendement=##.####";U4;U3;V2;U6
8890 PRINT
8900 IF IMPR<2 THEN 8990
8910 LPRINT
8920 LPRINT"Caracteristiques Mecaniques "
8930 LPRINT"------------------------"
8940 LPRINT
8950 LPRINT" Section Beton Seul"
8960 LPRINT USING"S=###.###### m2 I/v1=##.###### m3 v1=##.#### m Giration =##.#### m";U1;U2;V1;U5
8970 LPRINT USING"I=###.###### m4 I/v2=##.###### m3 v2=##.#### m Rendement=##.####";U4;U3;V2;U6
8980 LPRINT
8990 RETURN
9000 REM-----------------------------------------------
9010 IF TOUR<1 AND IMPR<3 THEN PRINT USING" Section Homogene avec n=##";H5
9020 IF TOUR<1 AND IMPR>1 THEN LPRINT USING" Section Homogene avec n=##";H5
9030 V3=V1*U1
9040 V4=U4+U1*V1^2
9050     FOR I=1 TO N6
9060     U0=H5*E(I)
9070     U1=U1+U0
9080     V4=V4+U0*D(I)^2
9090     V3=V3+U0*D(I)
9100     NEXT I
9110 V1=V3/U1
9120 V2=V5-V1
9130 U4=V4-U1*V1*V1
9140 U2=U4/V1
9150 U3=U4/V2
9160 U5=SQR(U4/U1)
9170 U6=U4/U1/V1/V2
9180 IF TOUR>0 THEN 9250
9190 IF IMPR>2 THEN 9220
9200 PRINT USING"S=###.###### m2 I/v1=##.###### m3 v1=##.#### m Giration =##.#### m";U1;U2;V1;U5
9210 PRINT USING"I=###.###### m4 I/v2=##.###### m3 v2=##.#### m Rendement=##.####";U4;U3;V2;U6
9220 IF IMPR<2 THEN 9250
9230 LPRINT USING"S=###.###### m2 I/v1=##.###### m3 v1=##.#### m Giration =##.#### m";U1;U2;V1;U5
9240 LPRINT USING"I=###.###### m4 I/v2=##.###### m3 v2=##.#### m Rendement=##.####";U4;U3;V2;U6
9250 SECH=U1:INERH=U4:V1BH=V1
9260 U1=(SECH-SECB)/H5/SECB*100
9270 IF TOUR>1 THEN 9290
```



```
9280 IF IMPR>1 THEN LPRINT:LPRINT USING" Pourcentage d'Acier BA sur Section Totale =#.### %";U1:LPRINT
9290 IF ABS(V1BH-HT+V1BH)<.00001 THEN SYM=1
9300 IF SYM>0 AND IMPR<3 THEN PRINT " Section Symetrique"
9310 IF SYM>0 AND IMPR>1 THEN LPRINT " Section Symetrique"
9320 RETURN
9330 REM-----------------------------------------------
9340 REM Resultats
9350 IF TOUR>0 THEN 9400
9360 IF IMPR<3 THEN PRINT:PRINT "RESULTATS"
9370 IF IMPR<3 THEN PRINT"*********"
9380 IF IMPR>1 THEN LPRINT:LPRINT "RESULTATS"
9390 IF IMPR>1 THEN LPRINT"*********"
9400 RETURN
9410 REM-----------------------------------------------
9420 REM Ecriture des Resultats en Tableau
9430 IF SORTI<2 OR SORTI>2 THEN 9540
9440 IF IMPR>2 THEN 9490
9450 PRINT
9460 PRINT"(x = Distance de la Fibre Neutre a la Fibre Superieure)"
9470 PRINT"(eo = Excentricite de N par Rapport au Cdg du Beton Seul)"
9480 PRINT"(Contraintes en MPa et Deformations en Milliemes)
9490 IF IMPR<2 THEN 9540
9500 LPRINT
9510 LPRINT"(x = Distance de la Fibre Neutre a la Fibre Superieure)"
9520 LPRINT"(eo = Excentricite de N par Rapport au Cdg du Beton Seul)"
9530 LPRINT"(Contraintes en MPa et Deformations en Milliemes)
9540 RETURN
9550 REM
9560 PRINT
9570 IF IMPR<3 THEN PRINT" N  M  x  eo ";
9580 IF IMPR>1 THEN LPRINT" N  M  x  eo ";
9590 SS$=" s":SC$=" b"
9600 IF ELU>1 THEN SIP$=" Epsilon" ELSE SIP$=" Sigma"
9610 IF IMPR>2 THEN 9680
9620 IF IZ=1 OR IZ=8 THEN LPRINT SIP$;SS$;SIP$;SS$
9630 IF IZ=2 OR IZ=3 THEN LPRINT SIP$;SC$;SIP$;SS$
9640 IF IZ=4 OR IZ=5 THEN LPRINT SIP$;SC$;SIP$;SC$
9650 IF IZ=6 OR IZ=7 THEN LPRINT SIP$;SS$;SIP$;SC$
9660 LPRINT" MN  MNm  m  m ";
9670 LPRINT" Haut  Bas"
9680 IF IMPR<2 THEN 9690
9690 U3=E9/H5
9700 RETURN
9710 REM
9720 IF ELU<1.1 THEN 9770
9730 U1=E1*1000:U2=E2*1000
9740 IF IZ=1 THEN U1=(E1+(E2-E1)*D(1)/D(N6))*1000:U2=E2*1000
9750 IF IZ=8 THEN U2=(E2+(E1-E2)*(HT-D(N6))/(HT-D(1)))*1000:U1=E1*1000
9760 GOTO 9850
9770 IF IZ=1 THEN U1=E9*(E1+(E2-E1)*D(1)/D(N6)):U2=E9*E2
9780 IF IZ=8 THEN U1=E9*E1:U2=E9*(E2+(E1-E2)*(HT-D(N6))/(HT-D(1)))
9790 IF IZ=2 OR IZ=3 THEN U1=U3*E1:U2=E9*E2
9800 IF IZ=4 OR IZ=5 THEN U1=U3*E1:U2=U3*E2
9810 IF IZ=6 OR IZ=7 THEN U1=E9*E1:U2=U3*E2
9820 IF IZ>4 THEN W4=HT-W4
9830 IF ABS(W4)>990 THEN W4=999.999
```

```
9840 IF IMPR>2 THEN 9870
9850 PRINT USING"### ####.#### ###.#### ###.### ####.###";KN2;F1;F2;W4;E0;
9860 PRINT USING" ####.### ####.###";U1;U2
9870 IF IMPR<2 THEN 9900
9880 LPRINT USING"### ####.#### ###.#### ###.### ####.###";KN2;F1;F2;W4;E0;
9890 LPRINT USING" ####.### ####.###";U1;U2
9900 RETURN
9910 REM-----------------------------------------
9920 REM Repetition des Donnees
9930 PRINT:INPUT"Suite ";UU:CLS
9940 IF IMPR>2 THEN 9980
9950 PRINT"DONNEES"
9960 PRINT"*******"
9970 PRINT
9980 IF IMPR<2 THEN 10020
9990 LPRINT"DONNEES"
10000 LPRINT"*******"
10010 LPRINT
10020 IF ELU>1.1 THEN 10130
10030 IF IMPR<3 THEN PRINT"Calcul en ELS"
10040 IF IMPR>1 THEN LPRINT"Calcul en ELS"
10050 IF BP>0 THEN 10150
10060 IF IMPR>2 THEN 10090
10070 PRINT USING"  Contrainte Admissible du Beton = ###.## MPa";F9
10080 PRINT USING"  Contrainte Admissible de l'Acier = ###.## MPa";F5
10090 IF IMPR<2 THEN 10120
10100 LPRINT USING"  Contrainte Admissible du Beton = ###.## MPa";F9
10110 LPRINT USING"  Contrainte Admissible de l'Acier = ###.## MPa";F5
10120 GOTO 10310
10130 IF IMPR>2 THEN 10170
10140 PRINT"Calcul en ELU"
10150 PRINT USING"  Resistance du Beton     = ###.## MPa";F8
10160 PRINT USING"  Limite Elastique de l'Acier BA = ###.## MPa";F7
10170 IF IMPR<2 THEN 10210
10180 LPRINT"Calcul en ELU"
10190 LPRINT USING"  Resistance du Beton     = ###.## MPa";F8
10200 LPRINT USING"  Limite Elastique de l'Acier BA = ###.## MPa";F7
10210 IF IMPR>2 THEN 10260
10220 IF ELU>1.1 THEN PRINT USING"  Contrainte de Calcul du Beton = ###.## MPa";F9
10230 IF BP<1 OR ELU>1.1 THEN PRINT USING"  Contr. de Calcul de l'Acier BA = ###.## MPa";F5
10240 IF BP>0 THEN PRINT USING"  Limite Elastique de l'Acier BP =####.## MPa";FPEG
10250 IF BP>0 THEN PRINT USING"  Resist. Garantie de l'Acier BP =####.## MPa";FPRG
10260 IF IMPR<2 THEN 10310
10270 IF ELU>1.1 THEN LPRINT USING"  Contrainte de Calcul du Beton = ###.## MPa";F9
10280 IF BP<1 OR ELU>1.1 THEN LPRINT USING"  Contr. de Calcul de l'Acier BA = ###.## MPa";F5
10290 IF BP>0 THEN LPRINT USING"  Limite Elastique de l'Acier BP =####.## MPa";FPEG
10300 IF BP>0 THEN LPRINT USING"  Resist. Garantie de l'Acier BP =####.## MPa";FPRG
10310 IF FORME>1.1 THEN 10390
10320 IF IMPR>2 THEN 10350
10330 PRINT USING"Section Circulaire : Diametre = ##.### m";PHIP
10340 PRINT USING"Armee de ## Phi ##";N6;SQR(4*AIRA/PI)*1000
10350 IF IMPR<2 THEN 10380
10360 LPRINT USING"Section Circulaire : Diametre = ##.### m";PHIP
10370 LPRINT USING"Armee de ## Phi ##";N6;SQR(4*AIRA/PI)*1000
10380 GOTO 10510
10390 IF IMPR>2 THEN 10420
10400 PRINT:PRINT"Trapezes":PRINT"------":PRINT"No  a  b  h"
10410 PRINT"   m  m  m"
10420 IF IMPR<2 THEN 10450
10430 LPRINT:LPRINT"Trapezes":LPRINT"------":LPRINT"No  a  b  h"
10440 LPRINT"   m  m  m"
10450 U1=0
10460  FOR I=1 TO N7
10470  U1=U1+C(I)
10480  IF IMPR<3 THEN PRINT USING"##  ##.### ##.### ##.###";I;A(I);B(I);C(I)
10490  IF IMPR>1 THEN LPRINT USING"##  ##.### ##.### ##.###";I;A(I);B(I);C(I)
10500  NEXT I
10510 IF IMPR>2 THEN 10560
10520 PRINT
10530 IF FORME>1 THEN PRINT USING"   Hauteur Totale = ##.### m";U1
10540 PRINT
10550 IF ENR>0 THEN PRINT USING"Enrobage a l'Axe des Aciers =##.# cm";ENR*100
10560 IF IMPR<2 THEN 10610
10570 LPRINT
10580 IF FORME>1 THEN LPRINT USING"   Hauteur Totale = ##.### m";U1
10590 LPRINT
10600 IF ENR>0 THEN LPRINT USING"Enrobage a l'Axe des Aciers =##.# cm";ENR*100
10610 IF NMP=0 THEN 10940
10620 IF IMPR>2 THEN 10690
10630 PRINT:PRINT"Charges Appliquees";
10640 IF ELU>1 THEN PRINT " en ELU" ELSE PRINT" en ELS"
10650 PRINT "-----------------"
10660 PRINT"No Eff. Normal Moment";
10670 IF BP>0 AND ELU<1.1 THEN PRINT"  Combinaison" ELSE PRINT
10680 PRINT"  MN  MNm":PRINT
10690 IF IMPR<2 THEN 10760
10700 LPRINT:LPRINT"Charges Appliquees";
10710 IF ELU>1 THEN LPRINT " en ELU" ELSE LPRINT" en ELS"
10720 LPRINT "-----------------"
10730 LPRINT"No Eff. Normal Moment";
10740 IF BP>0 AND ELU<1.1 THEN LPRINT"  Combinaison" ELSE LPRINT
10750 LPRINT"  MN  MNm":LPRINT
10760      FOR I=1 TO NMP
10770      IF IMPR>2 THEN 10840
10780      PRINT USING"## ####.### ####.###";I;LN(I);LM(I);
10790      IF BP=0 OR ELU>1.1 THEN PRINT:GOTO 10840
10800      IF COMB(I)=0 AND ELU<1.1 THEN PRINT "  d'Execution"
10810      IF COMB(I)=1 THEN PRINT "  Quasi-Permanente"
10820      IF COMB(I)=2 THEN PRINT "  Frequente"
10830      IF COMB(I)=3 THEN PRINT "  Rare"
10840      IF IMPR<2 THEN 10910
10850      LPRINT USING"## ####.### ####.###";I;LN(I);LM(I);
10860      IF BP=0 OR ELU>1.1 THEN LPRINT:GOTO 10910
10870      IF COMB(I)=0 AND ELU<1.1 THEN LPRINT "  d'Execution"
10880      IF COMB(I)=1 THEN LPRINT "  Quasi-Permanente"
10890      IF COMB(I)=2 THEN LPRINT "  Frequente"
10900      IF COMB(I)=3 THEN LPRINT "  Rare"
10910      NEXT I
10920 IF BP>0 AND IMPR<3 THEN PRINT:PRINT USING"Moment du aux Charges Permanentes = ##.###
MNm";MGP
10930 IF BP>0 AND IMPR>1 THEN LPRINT:LPRINT USING"Moment du aux Charges Permanentes = ##.###
MNm";MGP
10940 RETURN
10950 REM-----------------------------------------
10960 REM Repetition des Donnees Aciers
```

```
10970 IF SORTI=4 THEN 11180
10980 IF IMPR>2 THEN 11020
10990 PRINT:PRINT"Aciers BA":PRINT"------"
11000 PRINT"No Nbre Diametre Distance Section"
11010 PRINT"  mm  m  cm2"
11020 IF IMPR<2 THEN 11060
11030 LPRINT:LPRINT"Aciers BA":LPRINT"------"
11040 LPRINT"No Nbre Diametre Distance Section"
11050 LPRINT"  mm  m  cm2"
11060 U2=0
11070     FOR I=1 TO N6
11080     IF E(I)<.0000009 THEN 11140
11090     U1=(DIT(I)/1000)^2*PI/4
11100     I1=E(I)/U1
11110     IF IMPR<3 THEN PRINT USING"## ### ###.#  ###.### ####.##" ;I;I1;DIT(I);D(I);E(I)*10000
11120     IF IMPR>1 THEN LPRINT USING"## ### ###.#  ###.### ####.##" ;I;I1;DIT(I);D(I);E(I)*10000
11130     U2=U2+E(I)
11140     NEXT I
11150 IF IMPR<3 THEN PRINT USING" Section Totale d'Acier de Beton Arme = ####.## cm2";U2*10000
11160 IF IMPR>1 THEN LPRINT USING" Section Totale d'Acier de Beton Arme = ####.## cm2";U2*10000
11170 IF TOUR >0 THEN GOSUB 8500:GOSUB 9000 ' Caracteres Mecaniques de la Section
11180 IF BP<1 THEN 11510
11190 IF IMPR>2 THEN 11230
11200 PRINT:PRINT"Aciers BP":PRINT"------"
11210 PRINT"No Nbre Torons Distance Excentricite  Section  Diam. Gaine Contrainte"
11220 PRINT"       m   m    mm2  mm   MPa"
11230 IF IMPR>2 THEN 11270
11240 LPRINT:LPRINT"Aciers BP":LPRINT"------"
11250 LPRINT"No Nbre Torons Distance Excentricite  Section  Diam. Gaine Contrainte"
11260 LPRINT"       m   m    mm2  mm   MPa"
11270 PREC=0:SECP=0
11280     FOR I=1 TO NP
11290     IF T13(I)=13 THEN T14$="T13 "
11300     IF T13(I)=14 THEN T14$="T13S"
11310     IF T13(I)=15 THEN T14$="T15 "
11320     IF T13(I)=16 THEN T14$="T15S"
11330     SECP=SECP+AP(I)
11340     PREC=PREC+AP(I)*SP(I)
11350     E0=DP(I)-V1B
11360     IF IMPR>2 THEN 11400
11370     PRINT USING"## ###"; I;NPT(I);
11380     PRINT T14$;
11390     PRINT      USING"      ###.###          ###.###          ######          #####
####.##";DP(I);E0;AP(I)*1000000;PHIG(I)*1000;SP(I)
11400     IF IMPR<2 THEN 11440
11410     LPRINT USING"## ###"; I;NPT(I);
11420     LPRINT T14$;
11430     LPRINT      USING"      ###.###          ###.###          ######          #####
####.##";DP(I);E0;AP(I)*1000000;PHIG(I)*1000;SP(I)
11440     NEXT I
11450 IF IMPR>2 THEN 11480
11460 PRINT USING" Precontrainte apres Pertes =##.### MN";PREC
11470 PRINT USING" Section Totale d'Acier de Precontrainte =##### mm2" ;SECP*1000000
11480 IF IMPR<2 THEN 11510
11490 LPRINT USING" Precontrainte apres Pertes =##.### MN";PREC
11500 LPRINT USING" Section Totale d'Acier de Precontrainte =##### mm2" ;SECP*1000000
11510 RETURN
```



```
11520 REM------------------------------------------------
11530 REM Trace des Courbes d'Interaction
11540 PRINT:INPUT"Suite ";UU:CLS
11550 NPTA=490  ' Nombre de Points d'Ecran en Abscisse = 490
11560 NPTB=260  ' Nombre de Points d'Ecran en Ordonnee = 280
11570 MG=20   ' Marge aux Bords
11580 XA=100:XB=-100:YC=-100:YD=100
11590 NT9=KN2
11600     FOR I1=0 TO NT9  ' Recherche des Maxi et Mini de M et N
11610     IF TN(I1,1)>XB THEN XB=TN(I1,1)
11620     IF TN(I1,1)<XA THEN XA=TN(I1,1)
11630     IF TM(I1,1)>YC THEN YC=TM(I1,1)
11640     IF TM(I1,1)<YD THEN YD=TM(I1,1)
11650     NEXT I1
11660 IH=XA/(XA-XB)*(NPTA-2*MG)
11670 JH=YC/(YC-YD)*(NPTB-2*MG)
11680 LINE(MG,JH+MG)-(NPTA-MG,JH+MG) 'Axe Ox
11690 LINE(IH+MG,NPTB-MG)-(IH+MG,MG) ' Axe Oy
11700 JLX=(NPTA-2*MG)/(XB-XA)
11710 JLY=(NPTB-2*MG)/(YC-YD)
11720 X=XB:GOSUB 12230
11730 ILX=JLX*XB/X3
11740 X=YC:GOSUB 12230
11750 ILY=JLY*YC/X3
11760 X2=X1      ' Barrettes sur Oy
11770 X=ABS(YD):GOSUB 12230
11780 X1=X1*SGN(YD)
11790     FOR IX=X1 TO X2
11800     Y=JH+MG-ILY*IX
11810     LINE(IH+MG-5,Y)-(IH+MG+5,Y)
11820     NEXT IX
11830 X=XB:GOSUB 12230:X2=X1    ' Barrettes sur Ox
11840 X=ABS(XA):GOSUB 12230
11850 X1=X1*SGN(XA)
11860     FOR IX=X1 TO X2
11870     Y=IH+MG+ILX*IX
11880     LINE(Y,JH+MG-5)-(Y,JH+MG+5)
11890     NEXT IX
11900     FOR IPC=1 TO IPCT    ' Trace des Courbes
11910     X1=IH+MG+JLX*TN(0,IPC)
11920     Y1=JH+MG-JLY*TM(0,IPC)
11930     LINE (X1,Y1)-(X1,Y1)
11940             FOR I1=1 TO NT9
11950             X1=IH+MG+JLX*TN(I1,IPC)
11960             Y1=JH+MG-JLY*TM(I1,IPC)
11970             LINE -(X1,Y1)
11980             NEXT I1
11990     NEXT IPC
12000 IF NMP=0 THEN 12090
12010     FOR I1=1 TO NMP  ' Trace des Points (M,N) donnes
12020     IF SYM=1 THEN U1=ABS(LN(I1)) ELSE U1=LN(I1)
12030     IF SYM=1 THEN U2=ABS(LM(I1)) ELSE U2=LM(I1)
12040     X1=IH+MG+JLX*U1
12050     Y1=JH+MG-JLY*U2
12060     LINE(X1-2,Y1)-(X1+2,Y1)
12070     LINE(X1,Y1-2)-(X1,Y1+2)
12080     NEXT I1
```

```
12090 GOSUB 12320 'Separateurs des Zones
12100 PRINT USING"M Max. =###.### MNm";YC;
12110 IF SORTI<4 THEN GOTO 12160
12120 PRINT" Courbes :";
12130     FOR I=1 TO IPCT
12140     PRINT USING" #.## % ";PCEN(I)*100;
12150     NEXT I
12160 PRINT
12170 PRINT USING"M Min. =###.### MNm";YD
12180 PRINT USING"N Max. =###.### MN";XB
12190 PRINT USING"N Min. =###.### MN";XA
12200 IF SORTI=4 AND ICB<IPCT THEN 12220
12210 PRINT:INPUT"Suite ";UU:CLS
12220 IF IMPR>1 THEN LCOPY
12225 RETURN
12230 REM ------------------------------------------
12240 REM Nombre de Barrettes sur les Axes Ox et Oy
12250     FOR I=1 TO 10
12260     X1=X*10^(-4+I)
12270     IF X1>1 THEN 12290
12280     NEXT I
12290 X3=X1
12300 X1=INT(X1)
12310 RETURN
12320 REM------------------------------------------
12330 REM Separateurs des Zones sur Courbes
12340     FOR I=1 TO 7
12350     IF I=4 THEN 12420
12360     I1=I*N9
12370     X0=IH+MG
12380     Y0=JH+MG
12390     X1=X0+JLX*TN(I1,IPCT)
12400     Y1=Y0-JLY*TM(I1,IPCT)
12410     LINE(X0,Y0)-(X1,Y1)
12420     NEXT I
12430 RETURN
12440 REM------------------------------------------
12450 REM Donnees sous Forme de DATA
12460 DATA 1,0.6,81,195,1,1,0.6,8,3
12470 DATA 0.91,0.0404
12480 DATA 0.52,0.0284
12490 DATA 0.18,0.0477
12500 DATA 0,0
12510 DATA 8,16
```

8.2. Exemple – Étude d'un groupe de pieux

Soit l'ensemble d'une file de trois poteaux (Fig.8) reposant sur des semelles sur pieux reliées par des longrines avec :

- un pieu Ø600 sur l'axe 1,
- deux pieux Ø900 sur l'axe 2, disposés dans un plan perpendiculaire à la file des poteaux,
- deux pieux Ø900 sur l'axe 3, disposés dans le plan de la file des poteaux.

Les pieux ont tous une profondeur de 10,5 m.
Le module d'Young du béton est de 30 000 MPa (sollicitations de courte durée).
Le module de réaction du sol vaut $k = 20$ MPa/m.

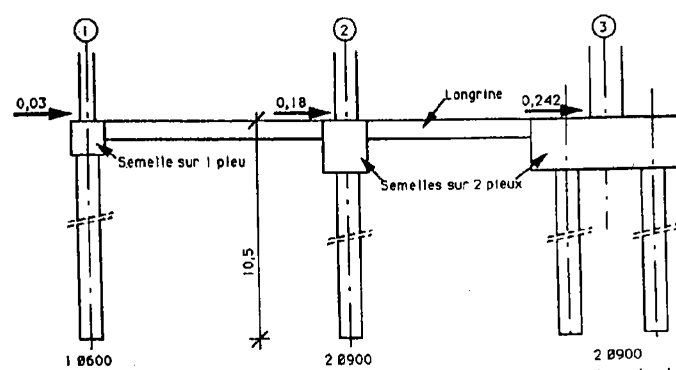


Fig.8 – Ensemble de pieux avec efforts horizontaux.

Nous utiliserons le programme « PIEUHOR » pour déterminer la déformée en tête pour un effort unité de 0,1 MN. Nous en déduirons alors l'effort en tête nécessaire pour obtenir une déformée unité de 10 mm.
Les efforts dans les longrines sont obtenus par différence entre les efforts apportés par les poteaux et les efforts résistants des pieux pour un même déplacement de l'ensemble. Pour cela, nous avons négligé le raccourcissement ou l'allongement élastique des longrines sous l'effort axial qu'elles supportent.
Les efforts apportés par les poteaux en tête de pieux sont donnés dans le tableau suivant :

Numéro d'axe	1	2	3	TOTAL
Nombre de pieux n	1	2	2	5
Diamètre (m)	0,6	0,9	0,9	
Condition en tête	articulé	articulé	encastré	
Effort H_c (MN) en pied de poteau	0,030	0,180	0,242	0,452
Déplacement δ (mm) en tête de pieu pour un effort unité H = 0,1 MN Programme « PIEUHOR »	5,906	2,952 (*)	1,496 (**)	
Effort en tête (MN) pour un déplacement unité de 10 mm $= n / \delta$	0,1963	0,6775	1,3369	2,1837
soit en %	7,75 %	31,02 %	61,22 %	100 %
et en MN : H_p	0,035	0,1402	0,2767	0,452
Effort dans la longrine (< 0 = traction) $H_{Li} = H_{Li-1} + H_{pi} - H_{ci}$ avec $H_{Lo} = 0$	0,005	– 0,348	0	

(*) 2 pieux articulés en tête donnent un déplacement moitié que pour un pieu
(**) pieux encastrés en tête
H_{Li} = effort dans la longrine i
H_{pi} = effort en tête du pieu i
H_{ci} = effort en pied de poteau i

Remarque

On constate bien que l'effort dans la longrine 3 (imaginaire) est nul.

9. SEMELLES SUR PIEUX

9.1. Généralités

Les semelles sont des éléments de transition entre poteaux et pieux qui n'ont pas les mêmes formes, ni les mêmes dimensions.
Nous n'étudierons que les semelles sur un, deux, trois pieux en triangle et quatre pieux, cas les plus courants en bâtiment. En effet, les efforts ne sont pas si importants et les forces portantes des pieux si petites que l'on soit obligé de recourir a des semelles sur cinq pieux et plus (Fig.1 et 2).
Les semelles sur trois pieux alignés sont à éviter car la répartition des efforts est difficile à cerner avec exactitude du fait de la connaissance toute relative que l'on peut avoir des caractéristiques du sol (relation enfoncement-effort) par rapport à celle du béton (souplesse à la flexion de la semelle et racourcissement élastique des pieux).

Choix du nombre de pieux et du type de semelle

Nombre de pieux	Charge	Moment en pied de poteau	
		suivant Ox : M_a	suivant Oy : M_b
1	Modérée	0	0
2	Importante	Modéré, voire important	0
3	Élevée	Important	Important
4	Élevée	Élevé	Élevé

Dispositions constructives

Les semelles doivent déborder de (Fig. 9) :
- 0,10 m des poteaux,
- 0,15 m des pieux

La hauteur totale h peut être déduite de la hauteur utile d en ajoutant 0,05 m correspondant à un enrobage de 3 cm, (sauf sol ou eau agressifs avec 5 cm), un diamètre transversal de l'ordre de 8 à 10 mm et un demi-diamètre de 10 à 12 mm.

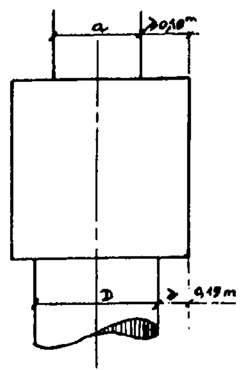


Fig.9 – Débords mimlnum

On pourra disposer d'un pourcentage minimum d'acier pour les :
- aciers horizontaux inférieurs et supérieurs, de 4 cm² par m de largeur,
- aciers verticaux, de 2 h cm²/m et par face, (h = hauteur de la semelle en m),
- aciers horizontaux intermédiaires, de 3 cm²/m de face verticale.

Cages de ferraillage

Il peut être pratique de disposer les armatures en cages préfabriquées en forme de U pour les aciers inférieurs et de U renversés pour les aciers supérieurs, que l'on appelle couramment paniers. Le recouvrement des crochets des U supérieurs et inférieurs assurent une continuité verticale tenant lieu de cadres (Fig.10).
Il ne reste alors qu'à disposer des armatures de répartition horizontales sous formes de cadres horizontaux répartis sur la hauteur de la semelle.

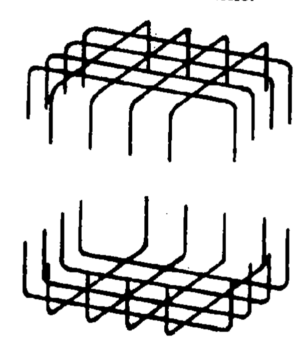


Fig.10 – Cages de ferralllage en panler

9.2. Semelles sur un pieu

Les semelles sur un pieu sont calculées comme des semelles superficielles isolées en appliquant la méthode des bielles.

Soient : (Fig.11)
D = diamètre du pieu,
a = côté du poteau suivant Ox,
b = côté du poteau suivant Oy
h = hauteur totale de la semelle
d = hauteur utile de la semelle
A et B = dimensions en plan de la semelle
C = côté équivalent du pieu s'il était carré : $C = \sqrt{\pi D^2/4}$
P = charge apportée par le poteau
σ_s = contrainte de calcul des aciers en ELU ou en ELS.

La méthode des bielles permet de calculer :
. la hauteur utile : $d \geq (C - b)/4$ et $d \geq (C - a)/4$
. la section d'acier :
$A_s \geq P(C - b)/(8\,d\,\sigma_s)$ et $A_s \geq P(C - a)/(8\,d\,\sigma_s)$.

Cependant comme les différences C - a et C - b sont faibles, on est amené alors :
- à prendre une hauteur conseillée égale à 0,90 D et au minimum de 0,75 D
- à disposer d'un pourcentage minimum d'acier (voir en 9.1 ci-dessus).

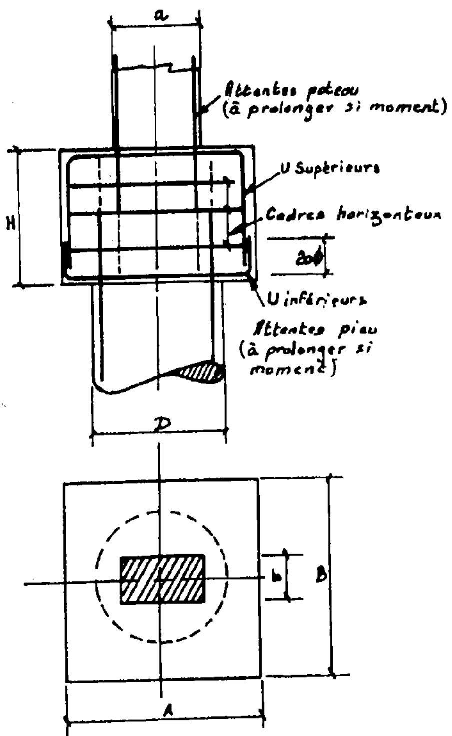


Fig. 11 – Semelle sur un pieu

EXEMPLE :

Données : Poteau 0,20 × 0,60 m transmettant une charge ELU de 1,6 MN,
pieu de diamètre D = 0,60 m
béton de résistance f_{c28} = 25 MPa et acier de 500 MPa de limite élastique.

Résultats :
Côtés de la semelle : A = B = D + 0,3 = 0,90 m

Côté du pieu carré équivalent : $C = \sqrt{\pi D^2/4} = 0{,}53$ m
$d \geq |C - b|/4 = 0{,}017$ m et $d \geq (C - a)/4 = 0{,}0825$ m,
nous prendrons d = 0,9 D = 0,54 m, soit h = 0,59 m
la section d'acier avec $8\,d\,\sigma_s = 8 \times 0{,}54 \times 500 / 1{,}15 / 10^4 = 0{,}1878$ vaut :
$A_{sx} \geq P\,(C - a) / (8\,d\,\sigma_s) = 1{,}6\,(0{,}53 - 0{,}2) / 0{,}1878 = 2{,}81$ cm²
en partie inférieure car C > a

et $A_{sy} \geq P\,|C - b| / (8\,d\,\sigma_s) = 1{,}6\,|0{,}53 - 0{,}6| / 0{,}1878 = 0{,}60$ cm²
en partie supérieure car C < b.
Le mimimum de 4 cm² par m conduit à une section minimum d'acier de 3,6 cm² que nous disposerons dans les deux directions, en parties supérieure et inférieure, soit 5 HA 10 (Fig.12).

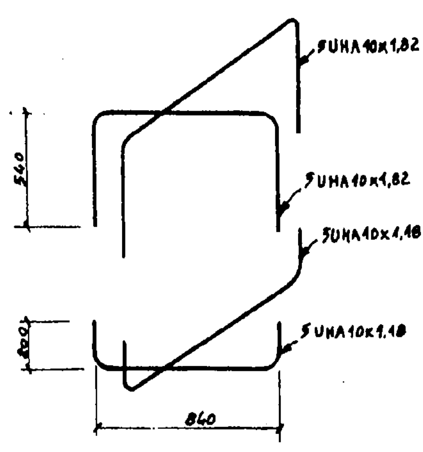


Fig. 12 – Cages de ferraillage en panier

Les aciers de répartition horizontaux seront réalisés sous forme de cadres, $2\,h = 2 \times 0{,}59 = 1{,}18$ cm², soit 2 cadres HA10.

9.3. Semelles sur deux pieux

Les semelles sur deux pieux permettent de répartir sur deux pieux des charges relativement importantes et des moments dans le plan de symétrie des pieux.
Les diamètres des pieux peuvent être différents si les charges sont excentrées ou en présence de moment dominant dans un des deux sens.

9.3.1. Charge verticale sans moment

La distance entre pieux est généralement assez faible pour permettre de considérer la semelle comme une poutre de faible portée par rapport à sa hauteur. La méthode classique des poutres ne s'applique pas, car l'effort du poteau est principalement transmis par deux bielles inclinées directement du pied de poteau à la tête des pieux.
Pour que cette méthode soit applicable, il faut que l'angle d'inclinaison des bielles soit au moins de 45°. La valeur conseillée est de 50° à 54°. Ainsi, on n'a pas besoin de reprendre l'effort tranchant par des cadres.
J. BLEVOT, qui a proposé cette méthode, considérait que les bielles inclinées rejoignaient les deux bielles moyennes réprésentant l'effort du poteau (Fig.13), ce qui conduisait à un angle d'inclinaison θ tel que $\mathrm{tg}\,\theta = d / (e/2 - a/4)$.

L'effort de traction dans le tirant vaut alors :

$$T = 0{,}5P\cot g\theta = \frac{Pe}{4d}\left(1 - \frac{a}{2e}\right) \qquad (1)$$

et la section d'acier inférieur : $A_s = T / \sigma_s$.

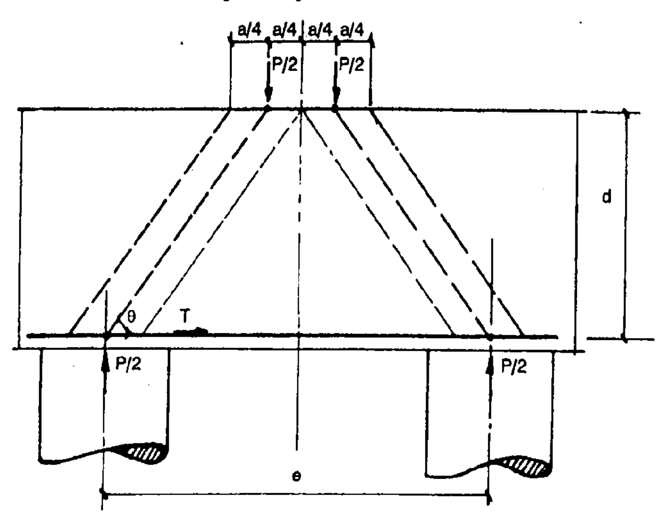


Fig. 13 – Bielles suivant J. BLEVOT

À la suite de nombreux essais [14], J. BLEVOT a été amené à majorer de 15 % la section d'acier calculée suivant la méthode précédente (les résultats d'essais étaient compris entre 1,03 et 1,15 fois la valeur calculée).

La bielle horizontale d'équilibre des bielles inclinées a son plan moyen dans le plan de jonction poteau-semelle.

Cette méthode présente ainsi l'inconvénient de ne pas s'appliquer au cas des poteaux non coulés en même temps que la semelle (existence d'un plan de glissement entre poteau et semelle préjudiciable à une bonne transmission des efforts de bielles à travers cette surface) ; on élimine aussi le cas des poteaux métalliques sur platines.

R. FREMY [14] a proposé une formule prenant en compte la charge du poteau, non plus comme équivalente à deux charges $P/2$ aux abscisses $a/4$ et $-a/4$ mais comme une charge répartie (Fig. 14).

Soit une charge élémentaire dP à l'abscisse x à partir du centre du poteau.

On a : $dP = \frac{Pdx}{a} \qquad tg\theta_1 = \frac{d}{e/2 + x} \qquad tg\theta_2 = \frac{d}{e/2 - x}$.

Les efforts élémentaires dans les pieux, dF_{p1} et dF_{p2} sont déterminés en fraction de dP au prorata des rapports μ_2/e et μ_1/e respectivement :

$$dF_{p1} = dP\frac{\mu_2}{e} = \frac{Pdx}{ea}(e/2 - x) \qquad dF_{p2} = dP\frac{\mu_1}{e} = \frac{Pdx}{ea}(e/2 + x) \qquad (2)$$

L'effort élémentaire de traction dans le tirant inférieur est donné par :

$$dT = dF_{p1}\cot g\,\theta_1 = \frac{Pdx}{ead}\left(\frac{e}{2} - x\right)\left(\frac{e}{2} + x\right) = \frac{Pdx}{ead}\left(\frac{e^2}{4} - x^2\right)$$

En intégrant sur toute la largeur du poteau, on trouve :

$$T = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{P}{ead}\left(\frac{e^2}{4} - x^2\right)dx = \frac{Pe}{4d}\left(1 - \frac{a^2}{3e^2}\right)$$

soit



$$T = \frac{Pe}{4d}\left(1 - \frac{a^2}{3e^2}\right) \qquad (3)$$

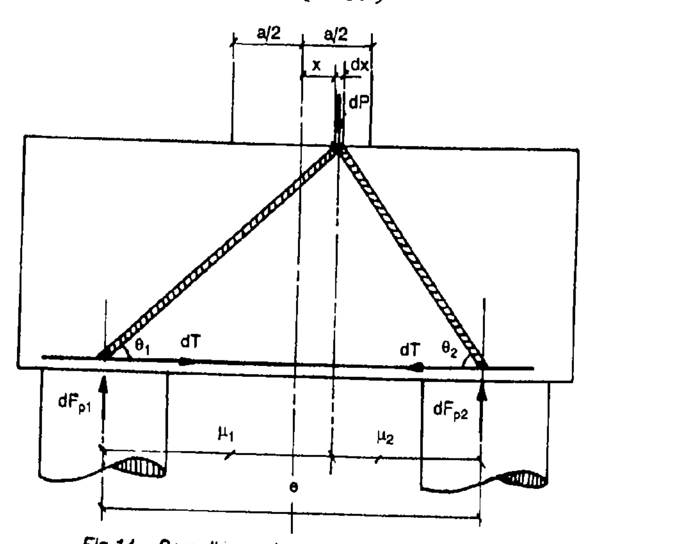


Fig. 14 – Semelle sur deux pieux. Méthode des bielles suivant FREMY

Considérons maintenant que la bielle horizontale supérieure a sa ligne moyenne à une distance d de la face supérieure de la semelle (Fig. 15). Appelons z la distance entre cette bielle horizontale et le tirant inférieur. On a alors : $z = d - \delta$.

Le même raisonnement que pour la méthode BLEVOT amène à remplacer d par z dans la formule (1) :

$$T = \frac{Pe}{4z}\left(1 - \frac{a}{2e}\right) \qquad (4)$$

Le problème est de déterminer la hauteur 2δ de la bielle horizontale supérieure. Une solution peut consister à prendre la hauteur minimum nécessaire en ELU et à considérer que le béton de cette bielle travaille à la contrainte $\sigma_b = 0{,}8 f_{c28} / \gamma_b$.

L'effort de compression de la bielle horizontale vaut $C = T = 2\,\delta\, b\, \sigma_b$ d'où la valeur de δ : $\delta = T / (2\, b\, \sigma_b)$ avec b = largeur transversale du poteau

$d = \delta + z$ et $h = d + 0{,}05\ m$.

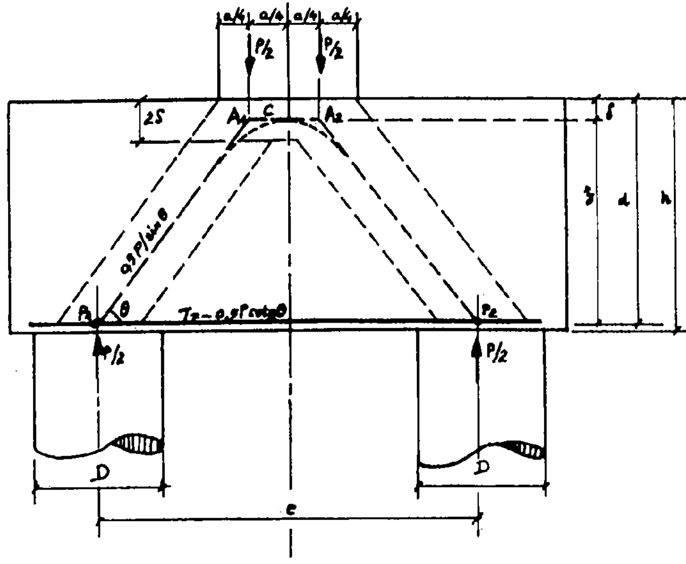


Fig. 15 – Bielle supérieure d'épaisseur 2 δ

Remarque

En réalité, la charge apportée par le poteau n'est pas décomposée en deux charges concentrées P / 2 aux abscisses $-a/4$ et $+a/4$, mais en une charge répartie P / b sur la longueur a. Le segment horizontal de la bielle comprimée, de longueur $a/2$, est à remplacer par un arc de parabole de longueur a, ce qui ne change pas la valeur de z, ni de δ pour un même angle θ, propriété remarquable de la parabole.

EXEMPLE : Poteau : 0,50 x 0,50 m avec une charge ELU de 3 MN, entre axe de pieux de 1,80m

a) BLEVOT : $d = 1{,}4\,(e/2 - a/4) = 1{,}085$ m

Le coefficient 1,4 correspond à un angle $\theta = \text{Arctg}\,(1{,}4) = 54{,}5°$ et l'angle θ correspond à $\text{tg}\,\theta = d/(e/2 - a/4)$.

Effort de traction du tirant inférieur T :

$$T = \frac{Pe}{4d}\left(1 - \frac{a}{2e}\right) = \frac{3 \times 1{,}8}{4 \times 1{,}085}\left(1 - \frac{0{,}5}{3{,}6}\right) = 1{,}071 \text{ MN}$$

Valeur qu'il faut majorer de 15 % pour tenir compte d'une adaptation aux résultats d'essais comme indiqué supra, soit 1,232 MN.

b) FREMY : Même hauteur $d = 1{,}085$ m

Effort dans le tirant :

$$T = \frac{Pe}{4d}\left(1 - \frac{a^2}{3e^2}\right) = \frac{3 \times 1{,}8}{4 \times 1{,}085}\left(1 - \frac{0{,}25}{9{,}72}\right) = 1{,}212 \text{ MN}$$

c) Méthode proposée : (Béton $f_{c28} = 25$ MPa, soit $\sigma_b = 0{,}8 f_{c28}/\gamma_b = 13{,}33$ MPa)

$z = 1{,}3\,(e/2 - a/4) = 1{,}01$ m

Le coefficient 1,3 correspond à un angle de bielle de 52,4°, valeur comprise entre 52° et 54°. Nous avons remplacé 1,4 de Blévot par 1,3 pour tenir compte du fait que la hauteur est calculée avec z et non d. On trouve alors des hauteurs totales de semelles comparables à celles obtenues par la méthode BLEVOT-FREMY.

Effort de traction du tirant :

$$T = \frac{Pe}{4z}\left(1 - \frac{a}{2e}\right) = \frac{3 \times 1{,}8}{4 \times 1{,}01}\left(1 - \frac{0{,}5}{3{,}6}\right) = 1{,}151 \text{ MN}$$

$$\delta = T/(2b\sigma_b) = 1{,}151/(2 \times 0{,}50 \times 13{,}33) = 0{,}09 \text{ m d'où } d = z + \delta = 1{,}10 \text{ m}$$

Si l'on adoptait la hauteur BLEVOT-FREMY de 1,085 m, l'effort de traction deviendrait 1,151 x 1,10 / 1,085 = 1,167 MN, valeur voisine de celles trouvées par BLEVOT (1,232 MN) et FREMY (1,212 MN, soit à moins de 4 % près).

Vérification de la contrainte de compression de la bielle

La contrainte de compression, sous le poteau, dans la bielle relative au pieu i est égale à $\sigma_{bc} = F_{pi}/(a\,b\sin^2\theta_i)$.

Cette contrainte doit être inférieure à la contrainte limite qui sera prise égale à $0{,}8 f_{c28}/\gamma_b$ conformément l'article A.5.1.315 du BAEL. De plus, on vérifiera, suivant l'article A.5.322, que :

$\Sigma F_{pi}/(a\,b\sin^2\theta_i) < 1{,}3 f_{c28}/\gamma_b$.

La contrainte en pied de bielle, au contact du pieu, vaut :

$\sigma_{bp} = 2P/(\pi \text{Ø}^2 \sin^2\theta) \leq 0{,}8 f_{c28}/\gamma_b$ (BAEL-article A.5.1.313).

Si la contrainte de la bielle est dépassée, on pourra avoir recours à l'article A.8.4.12 du BAEL sur les efforts localisés, en prenant un rapport d'homothétie $(b/B)^2$.

À défaut de pouvoir vérifier la contrainte avec cet article, on disposera alors d'un frettage en application de l'article A.8.4.2 du BAEL.

Cisaillement

Par application de l'article A.5.1.2 du BAEL 91, les charges situées à une abscisse $a < 1{,}5h$ du nu de l'appui peuvent :

- être négligées si $a < 0{,}5\,h$,
- prises que pour une fraction $2a/3h$ pour $0{,}5\,h < a < 1{,}5\,h$.

La charge correspondant au pieu est une charge circulaire située entre les abscisses (Fig. 16) λ et λ + D.

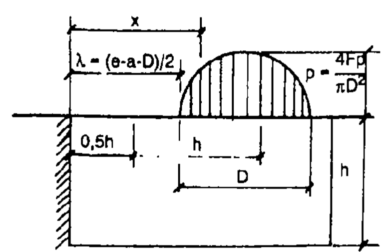


Fig. 16 – Charges situées près des appuis.

Elle vaut $p_o = \dfrac{4F_p}{\pi D^2}$ avec F_p = effort repris par le pieu.

À l'abscisse x, on a $p(x) = 2p_o\sqrt{D^2/4 - (x - D/2 - \lambda)^2}$
et on intègre pour obtenir l'effort tranchant V par :

$$V = \int_{\mathrm{Max}(0{,}5h\,;\,\lambda)}^{\mathrm{Min}(1{,}5h\,;\,\lambda+D)} (2x/3h)\,p(x)\,\mathrm{d}x + \left(\int_{1{,}5h}^{\lambda+D} p\,\mathrm{d}x\right)$$

Ainsi pour un poteau de 0,50 m de côté, une charge de 4 MN sur deux pieux de D = 0,60m, e = 3 D = 1,80 m, une hauteur minimum $h = e/2 - a/4 + 0{,}05 = 0{,}825$ m, $\lambda = 0{,}5\,(e - a - D) = 0{,}35$ m, on trouve un effort tranchant

$$V = \int_{0{,}4125}^{0{,}95} 11{,}432x\sqrt{1{,}3x - x^2 - 0{,}3325}\,\mathrm{d}x + 0 = 1{,}085\ \text{MN, soit 54 \% de la charge du pieu.}$$

Le cisaillement est réduit de moitié. Or nous avons été prudent en prenant la hauteur de semelle minimum, valeur la plus défavorable.
Le cisaillement vaut $\tau = V/(B\,d) = 1{,}085/(0{,}9 \times 0{,}77) = 1{,}56$ MPa, valeur bien inférieure à la valeur limite de $0{,}20 f_{c28}/\gamma_b$ (= 3,33 MPa) en fissuration peu préjudiciable ou $0{,}15 f_{c28}/\gamma_b$ dans les autres cas (= 2,5 MPa)

En pratique : On calcule le cisaillement sans tenir compte de l'effort tranchant réduit, $\tau = F_{pmax}/B\,d \leq 0{,}2 f_{c28}/\gamma_b$ ou $\leq 0{,}15 f_{c28}/\gamma_b$
Si l'inéquation n'est pas vérifiée - ce qui est rarement le cas - alors on calcule l'effort tranchant réduit comme indiqué ci-dessus.

EXEMPLE :

Données : Poteau carré de 0,50 m x 0,50 m avec une charge ELU P = 3 MN
Pieux de 0,60 m de diamètre
Béton f_{c28} = 25 MPa et f_e = 500 MPa en fissuration peu préjudiciable.

Résultats : Entre axe des pieux e = 3 D = 1,80 m
Dimensions en plan de la semelle : A = e + D + 0,30 = 2,70 m et B = D + 0,30 = 0,90 m
Bras de levier $z = 1{,}3\,(e/2 - a/4) = 1{,}01$ m (le coefficient 1,30 représente Arctg 52,4°, valeur dans la fourchette conseillée de 50° à 54°)

- Effort dans le tirant : $T = 0{,}5\,P\,(e/2 - a/4)/z = 0{,}5 \times 3\,(0{,}9 - 0{,}125)/1{,}01 = 1{,}151$ MN
- Acier de tirant : $A_s = T\gamma_s/f_e = 1{,}151 \times 1{,}15 \times 10^4/500 = 26{,}47\ \text{cm}^2$ soit 6 HA25
- Hauteur utile $d = z + T/(2\,b\,\sigma_b) = 1{,}01 + 1{,}151/(2 \times 0{,}5 \times 13{,}33) = 1{,}10$ m et h = 1,15 m

Angle d'inclinaison de la bielle : $\mathrm{tg}\,\theta = z/(e/2 - a/4) = 1{,}303$ et $\theta = 52{,}5°$

- Vérification de la bielle sous poteau :

$\sigma_{bc} = F_p/(a\,b\sin^2\theta) = 1{,}5/(0{,}25\sin^2 52{,}5°) = 9{,}53\ \text{MPa} < 0{,}8 \times 25/1{,}5 = 13{,}33$ MPa **OK**

- Vérification de la bielle sur pieu :

$\sigma_{bp} = 2P/(\pi D^2\sin^2\theta) = 6/(\pi\,0{,}36\sin^2 52{,}5°) = 8{,}43\ \text{MPa} < 0{,}8 \times 25/1{,}5 = 13{,}33$ MPa **OK**

- Vérification du cisaillement :

$\tau_u = 0{,}5\,P/(B\,d) = 1{,}5/(0{,}9 \times 1{,}10) = 1{,}52\ \text{MPa} < 0{,}20 f_{c28}/\gamma_b = 3{,}33$ MPa **OK**

Remarque

Il n'a pas été tenu compte du poids propre de la semelle dans cet exemple.

9.3.2. Poteau avec moment en pied

Nous reprendrons le schéma de fonctionnement de bielles et tirant du cas sans moment auquel nous superposerons le cas de moment appliqué en pied de poteau se traduisant par un couple M de deux forces F et - F espacées de la longueur ε (Fig.17) : $M = F_p\,e = F\,\varepsilon$.

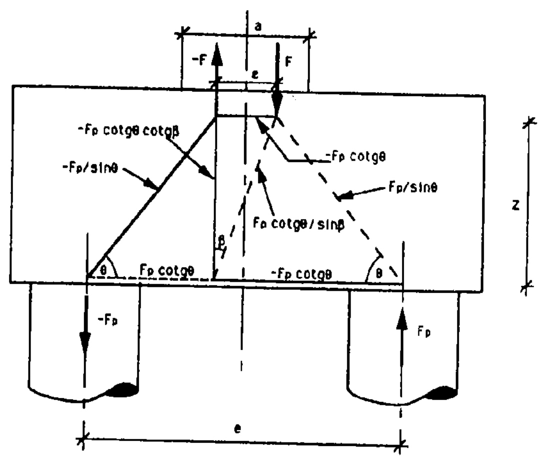


Fig.17 – Semelle sur deux pieux avec moment – Méthode des bielles.

Les pieux sont soumis, l'un à une traction $-F_p = -F\,\varepsilon/e$ et l'autre à une compression $F_p = F\,\varepsilon/e$.
L'inclinaison des bielles est donnée par $\mathrm{tg}\,\theta = 2z/(e - \varepsilon)$ et $\mathrm{tg}\,\beta = \varepsilon/z$.
On constate que l'effort de tirant, dû à la fois à la charge verticale et au moment, est obtenu en remplaçant l'effort P du cas sans moment par P + 2 M / e.

Remarque

Le poteau peut ne pas être au milieu des deux centres des pieux. Dans ce cas, on devra s'assurer que la bielle la moins inclinée sur l'horizontale fait un angle d'au moins 45° (Fig.18).

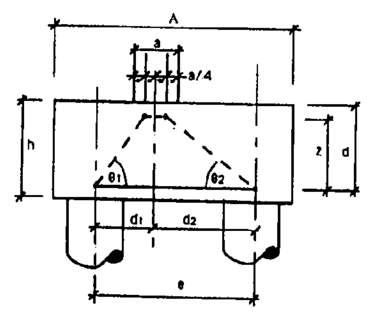


Fig.18 – Semelle sur deux pieux avec poteau excentré.

Dimensionnement (Fig.19)

Attribuons à chaque bielle une fraction de la section du poteau au prorata des efforts F_{p1} ou F_{p2} repris par chaque pieu. Les centres de ces deux zones sont les points A_1 et A_2.
$a_1 = OA_1 = 0{,}5\ a\ F_{p2} / (F_{p1} + F_{p2})$ et $a_2 = OA_2 = 0{,}5\ a\ F_{p1} / (F_{p1} + F_{p2})$.
Soit λ_1 et λ_2 les longueurs horizontales des bielles :
$\lambda_1 = d_1 - a_1$ et $\lambda_2 = d_2 - a_2$
Le bras de levier vaut : $z = 1{,}3\ \mathrm{Max}\ [\lambda_1 ; \lambda_2]$
Les angles θ_1 et θ_2 sont donnés par :
$\mathrm{tg}\ \theta_1 = z / \lambda_1$ et $\mathrm{tg}\ \theta_2 = z / \lambda_2$
Effort maximum de traction dans le tirant $T = \mathrm{Max}[F_{p1} \cot\theta_1 ; F_{p2} \cot\theta_2]$
Hauteur utile : $d = z + \delta$ avec $\delta = T / (2\ b\ \sigma_b)$ et hauteur totale : $h = d + 0{,}05$
Effort maximum de compression dans la bielle $= \mathrm{Max}[F_{p1} / \sin\theta_1 ; F_{p2} / \sin\theta_2]$
Contrainte maximum de compression dans la bielle au droit du poteau :
$\sigma_{bc} = 0{,}5\ \mathrm{Max}\ [F_{p1} / (a_1\ b \sin^2\theta_1) ; F_{p2} / (a_2\ b \sin^2\theta_2)]$
Contrainte maximum de compression dans la bielle au droit du pieu :

$$\sigma_{bp} = \frac{4}{\pi}\mathrm{Max}\left[\frac{F_{p1}}{D_1^2 \sin^2\theta_1} ; \frac{F_{p2}}{D_2^2 \sin^2\theta_2}\right]$$

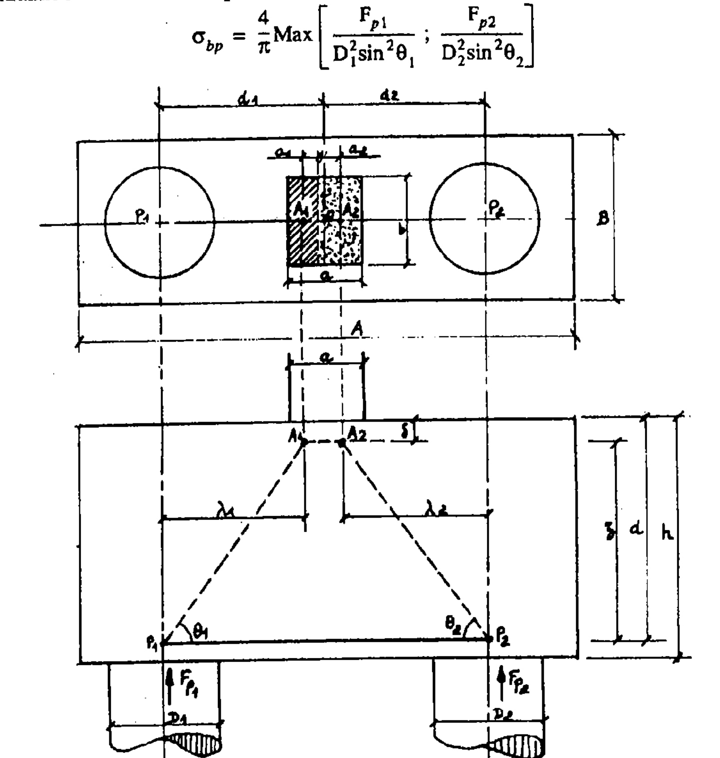


Fig.19 – Semelle sur deux pieux avec moment

Ferraillage

Les armatures pourront être disposées en paniers en forme de U (Fig.20) ou bien suivant les principes courants des poutres (Fig.21).

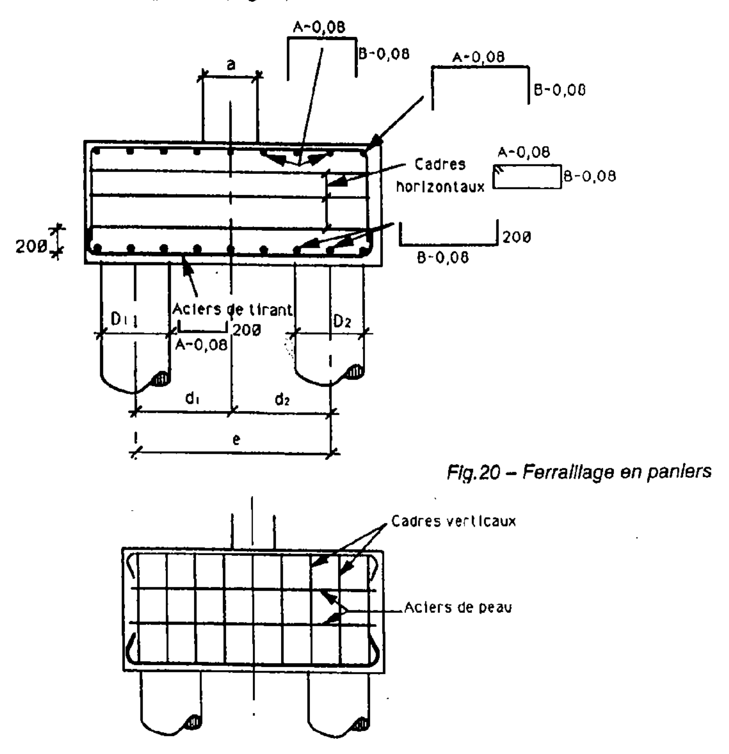


Fig.20 – Ferraillage en paniers

Fig.21 – Ferraillage variante « poutre »

EXEMPLE : **Poteau carré centré avec moment**

Données : Poteau : 0,50 m x 0,50 m, charge ELU P = 3 MN, moment M_x = 0,4 MNm, diamètre des pieux $D_1 = D_2 = D$ = 0,60 m, f_{c28} = 25 MPa, f_e = 500 MPa

Résultats :

Entre axe des pieux : $e = 1{,}5\ (D_1 + D_2) = 1{,}80$ m
Efforts dans les pieux : $F_{p1} = P / 2 - M_x / e = 1{,}5 - 0{,}4 / 1{,}8 = 1{,}278$ MN
et $F_{p2} = P / 2 + M_x / e = 1{,}5 + 0{,}4 / 1{,}8 = 1{,}722$ MN
Dimensions : $A = 2\ (D_1 + D_2) + 0{,}30 = 2{,}70$ m et $B = \mathrm{Max}[D_1 ; D_2] + 0{,}30 = 0{,}90$ m
$a_1 = 0{,}5\ a\ F_{p2} / (F_{p1} + F_{p2}) = 0{,}25 \times 1{,}722 / 3 = 0{,}1435$ m
$a_2 = 0{,}5\ a\ F_{p1} / (F_{p1} + F_{p2}) = 0{,}25 \times 1{,}278 / 3 = 0{,}1065$ m
$d_1 = d_2 = e / 2 = 0{,}90$ m

$\lambda_1 = d_1 - a_1 = 0{,}90 - 0{,}1435 = 0{,}7565$ m et
$\lambda_2 = d_2 - a_2 = 0{,}90 - 0{,}1065 = 0{,}7935$ m
Bras de levier $z = 1{,}3$ Max $[\lambda_1 ; \lambda_2] = 1{,}032$ m
$\operatorname{tg} \theta_1 = z / \lambda_1 = 1{,}035 / 0{,}7565 = 1{,}368$ et $\operatorname{tg} \theta_2 = z / \lambda 2 = 1{,}035 / 0{,}7935 = 1{,}304$

Traction dans le tirant :
$T = \text{Max}[F_{p1} \operatorname{cotg} \theta_1 ; F_{p2} \operatorname{cotg} \theta_2] = \text{Max}\ [1{,}278 / 1{,}368 ; 1{,}722 / 1{,}304] = 1{,}32$ MN
Section d'acier : $A_s = T \gamma_s / f_e = 30{,}36$ cm², soit 7 HA25
$d = z + \delta = z + T / (2\, b\, \sigma_b) = 1{,}032 + 1{,}32 / (2 \times 0{,}5 \times 13{,}33) = 1{,}13$ m
d'où $h = d + 0{,}05 = 1{,}18$ m.

Contrainte maximum dans les bielles :
$\sigma_{bc} = \text{Max}\ [F_{p1} / (a\, b \sin^2 \theta_1) ; F_{p2} / (a\, b \sin^2 \theta_2)]$
$= \text{Max}\ [1{,}278 / (0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}6517 ; 1{,}722 / (0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}6297]$
$= \text{Max}\ [7{,}84 ; 10{,}94] = 10{,}94 \text{ MPa} < 0{,}8 \times 25 / 1{,}5 = 13{,}33$ MPa **OK**

$$\sigma_{bp} = \frac{4}{\pi}\text{Max}\left[\frac{F_{p1}}{D_1^2 \sin^2\theta_1} ; \frac{F_{p2}}{D_2^2 \sin^2\theta_2}\right]$$

$= 1{,}273$ Max $[1{,}278 / (0{,}36 \times 0{,}6517) ; 1{,}722 / (0{,}36 \times 0{,}6297]$
$= 9{,}67 \text{ MPa} < 0{,}8 \times 25 / 1{,}5 = 13{,}33$ MPa **OK**

Cisaillement : $\tau_u = F_{pmax} / (B\, d) = 1{,}722 / (0{,}9 \times 1{,}13)$
$= 1{,}69 < 0{,}20 \times 25 / 1{,}5 = 3{,}33$ MPa **OK**

9.4. Semelles sur trois pieux

Ce type de semelle n'est à utiliser que lorsqu'on ne peut trouver de solution avec une semelle sur deux pieux.
En général, ce type de semelle possède un plan de symétrie contenant le centre du poteau et un pieu, les deux autres pieux ayant même diamètre (Fig.22).

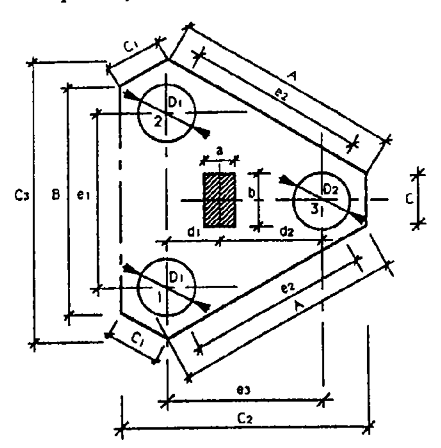


Fig. 22– Semelle sur 3 pieux – Géométrie

Pour une semelle équilatérale, on a :
$D_1 = D_2 = D_3$
$e = e_1 = e_2 \geq 3\,D$
$e_3 = e\,\sqrt{3} / 2$
$A = B = e + (D + 0{,}30)\,\sqrt{3} / 3$
$C = C_1 = (D + 0{,}30)\,\sqrt{3} / 3$
$C_2 = e\,\sqrt{3} / 2 + D + 0{,}30$
$C_3 = e + 2\,(D + 0{,}30)\,\sqrt{3} / 3$

9.4.1. *Dimensionnement et efforts dans les bielles*

La transmission de l'effort du poteau aux trois pieux s'effectue au moyen de trois bielles, partant des points A_1, A_2 et A_3 du poteau, centre de gravité de trois aires proportionnelles aux charges reprises par chaque pieu (Fig.23).

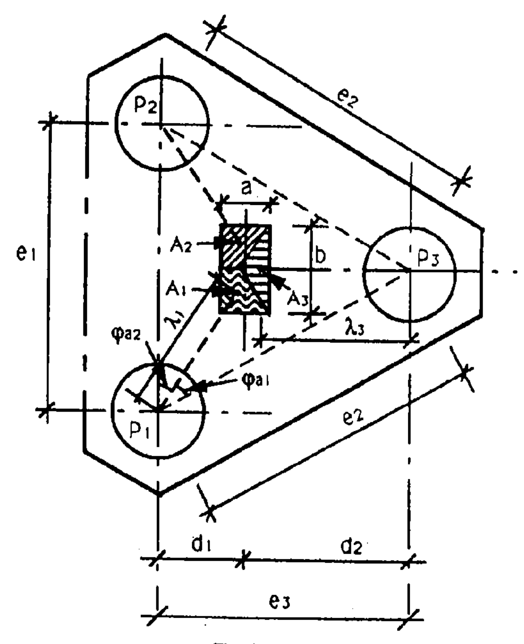


Fig. 23 – Semelle sur 3 pieux – Méthode des bielles

Nous supposons les pieux P_1 et P_2 symétriques par rapport au plan vertical passant par Ox.
Le point A_1 a des coordonnées comprises entre :
$a / 4$ et $a / 9$ pour l'abscisse, on pourra retenir une valeur moyenne de $0{,}15\,a$.
$b / 4$ et $5\,b / 18$ pour l'ordonnée, ou pourra retenir une valeur moyenne de $0{,}26\,b$.
Le point A_2 a une abscisse pouvant varier entre $a / 4$ et $a / 3$.
Retenons la valeur moyenne $OA_2 = 0{,}28\,a$.

On peut alors déterminer les longueurs horizontales des bielles (Fig.23) : $\lambda_1 = \lambda_2$ et λ_3 le bras de levier $z = 1{,}3$ Max $[\lambda_1 ; \lambda_3]$.

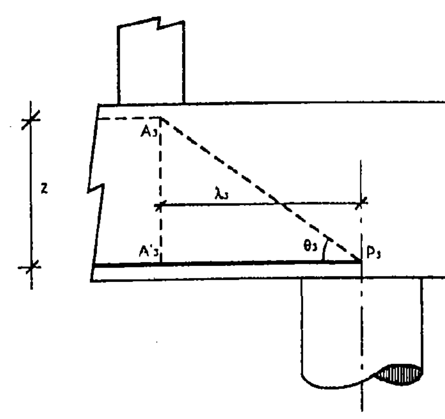


Fig.24 – Inclinaison des bielles

Inclinaisons des bielles (Fig.24) :
$\operatorname{tg}\theta_1 = \operatorname{tg}\theta_2 = z / \lambda_1$ et $\operatorname{tg}\theta_3 = z / \lambda_3$
Les efforts repris par les pieux sont fonction de l'effort vertical P et des moments M_x et M_y en pied de poteau :

$$F_{p1} = \frac{P}{2}\frac{d_2}{d_1+d_2} - \frac{0{,}5M_x}{d_1+d_2} - \frac{M_y}{e_1}$$

$$F_{p2} = \frac{P}{2}\frac{d_2}{d_1+d_2} - \frac{0{,}5M_x}{d_1+d_2} + \frac{M_y}{e_1}$$

$$F_{p3} = \frac{P}{2}\frac{d_1}{d_1+d_2} + \frac{0{,}5M_x}{d_1+d_2}$$

Efforts dans les tirants médians (A'_1P_1, A'_2P_2, A'_3P_3) (Fig.24) :
$T_1 = F_{p1} \operatorname{cotg}\theta_1$
$T_2 = F_{p2} \operatorname{cotg}\theta_2$
$T_3 = F_{p3} \operatorname{cotg}\theta_3$
Hauteur δ de la bielle horizontale supérieure :

$$\delta = \operatorname{Max}\left[\frac{T_1}{2a'\sigma_b} ; \frac{T_2}{2a'\sigma_b} ; \frac{T_3}{2b\sigma_b}\right] \text{avec } a' = \operatorname{Min}(a ; \sqrt{ab})$$

Hauteur utile $d = z + \delta$ et hauteur totale $h = d + 0{,}05$ m.

Efforts dans les bielles :
$F_{b1} = F_{p1} / \sin\theta_1$
$F_{b2} = F_{p2} / \sin\theta_2$
$F_{b3} = F_{p3} / \sin\theta_3$

9.4.2. *Ferraillage*

On pourrait se contenter de disposer des armatures suivant les médianes, c'est-à-dire à l'aplomb des bielles pour reprendre les efforts de traction en pied de bielles.
L'expérience a montré qu'il est plus judicieux de reprendre une partie ou la totalité des efforts de traction par des cerces passant par les pieds des trois bielles.
On pourra adopter l'une ou l'autre des dispositions de ferraillage inférieur suivantes (Fig.25) :

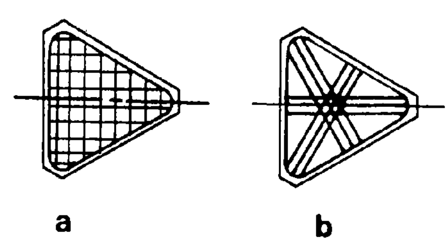


Fig.25 – Semelles sur 3 pieux – Types de ferraillage

- **Cerces et quadrillage** (Fig.25a)

La totalité de l'effort est repris par les cerces. Le quadrillage est disposé pour limiter la fissuration de la partie inférieure de la semelle.
L'effort de traction dans la cerce au pied de la bielle A_1P_1 vaut (Fig.23) :
$T_{c1} = T_1 \operatorname{Max}[\sin\varphi_{a1} ; \sin\varphi_{b1}] / \sin(\varphi_{a1} + \varphi_{b1})$
De même pour T_{c2} et T_{c3}.
Ce type de ferraillage est conseillé de préférence au suivant.
Pour une semelle en triangle équilatéral, on obtient $T_{c1} = T_1 \sqrt{3} / 3$

- **Cerces et médianes** (Fig.25b)

Une partie notable des efforts des bielles (fraction γ comprise entre 2/3 et 4/5) peut être reprise par les cerces, le complément $(1 - \gamma)$ étant à reprendre par les aciers en position médiane.
La section d'acier des cerces vaut alors $A_c = \gamma \operatorname{Max}[T_{c1} ; T_{c2} ; T_{c3}] / \sigma_s$
La section des aciers en position médiane $A_{mi} = (1 - \gamma)\, T_i \operatorname{cotg}\theta_i$
Cas particulier : Semelle en triangle équilatéral sans moment sous une charge P.
Les entre axes de pieux sont égaux $e = e_1 = e_2$
Supposons les longueurs OA_i sensiblement égales à $0{,}29\sqrt{ab} = 0{,}5\sqrt{ab}\sqrt{3}/3$
$\lambda = e\sqrt{3}/3 - 0{,}5\sqrt{ab}\sqrt{3}/3 = \sqrt{3}/3\,(e - 0{,}5\sqrt{ab})$
le bras de levier $z = 1{,}3\,\lambda$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{z}{\lambda} = \frac{z\sqrt{3}}{e - 0{,}5\sqrt{ab}}$$

Les efforts repris par les pieux sont égaux à $F_p = P / 3$
Effort repris par les bielles : $F_b = F_p / \sin\theta = P / (3 \sin\theta)$
Composante horizontale de l'effort des bielles inclinées

$$T = F_p \operatorname{cotg}\theta = \frac{P\operatorname{cotg}\theta}{3} = \frac{Pe\sqrt{3}}{9z}\left(1 - \frac{\sqrt{ab}}{2e}\right)$$

Effort de traction selon les cerces :

$$T_c = T\sqrt{3}/3 = \frac{P\sqrt{3}}{9}\operatorname{cotg}\theta = \frac{Pe}{9z}\left(1 - \frac{\sqrt{ab}}{2e}\right)$$

Hauteur δ de la bielle horizontale supérieure :
$\delta = T / \text{Max}\,[2\,a'\sigma_b\,;\,2\,b\,\sigma_b]$ avec $a' = \text{Min}[a\,;\,\sqrt{ab}]$
Hauteur utile $d = z + \delta$ et hauteur totale $h = d + 0{,}05$ m

EXEMPLE : Soit une semelle sur trois pieux de 0,60 m de diamètre, disposés au sommet d'un triangle équilatéral, supportant un poteau carré de 0,60 m de côté avec une charge P = 5 MN en ELU.

Dimensions. Entre axe des pieux $e = 3\,D = 1{,}80$ m
Coordonnées des points A et P :
A_1 : ($-0{,}15\,a = 0{,}09$ m ; $-0{,}26\,b = -0{,}156$ m)
A_3 : ($0{,}28\,a = 0{,}168$ m ; 0)
P_1 : ($-e\,\sqrt{3}/6 = -0{,}52$ m ; $-e/2 = -0{,}90$ m)
P_3 : ($e\,\sqrt{3}/3 = 1{,}04$ m ; 0)
Longueurs λ :
$\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{(0{,}52-0{,}09)^2 + (0{,}9-0{,}156)^2} = 0{,}859$ m
$\lambda_3 = 1{,}04 - 0{,}168 = 0{,}871$ m
Bras de levier : $z = 1{,}3 \times 0{,}871 = 1{,}133$ m
$\operatorname{tg}\theta_1 = z/\lambda_1 = 1{,}319$ et $\operatorname{tg}\theta_3 = z/\lambda_3 = 1{,}300$
Effort dans un pieu : $F_p = P/3 = 1{,}67$ MN
Composantes horizontales des bielles inclinées :
$T_1 = T_2 = F_{p1}\operatorname{cotg}\theta_1 = 1{,}67/1{,}30 = 1{,}282$ MN
$T_3 = F_{p3}\operatorname{cotg}\theta_3 = 1{,}67/1{,}319 = 1{,}264$ MN
Armatures par cerces et quadrillage :
$\varphi_{a1} = \varphi_{b1} = 30°$ $\quad \varphi_1 = \varphi_{a1} + \varphi_{b1} = 60°$
$T_c = 1{,}282 \sin 30° / \sin 60° = 0{,}74$ MN
$T_q = 0{,}2 \times 0{,}74 = 0{,}148$ MN
Hauteur de la bielle horizontale supérieure :
$\delta = \text{Max}\,[T_1/2\,a'\sigma_b\,;\,T_3/2\,b\,\sigma_b] = \text{Max}\,[1{,}282/1{,}20\,;\,1{,}264/1{,}2)/13{,}33 = 0{,}080$ m
Hauteur utile $d = z + \delta = 1{,}133 + 0{,}080 = 1{,}213$ m
et hauteur totale $h = d + 0{,}05 = 1{,}263$ m valeur arrondie à $h = 1{,}27$ m
Ferraillage en cerces : $A_c = T_c/\sigma_s = 0{,}74 \times 1{,}15 \times 10^4/500 = 17{,}02$ cm² soit 4 HA 25
Ferraillage en quadrillage $A_q = 0{,}2 \times 17{,}02 = 3{,}40$ cm².
Nous disposerons d'un minimum de 4 cm² par mètre de largeur, soit 5 HA 10 par mètre (Fig.26-Fig.27).

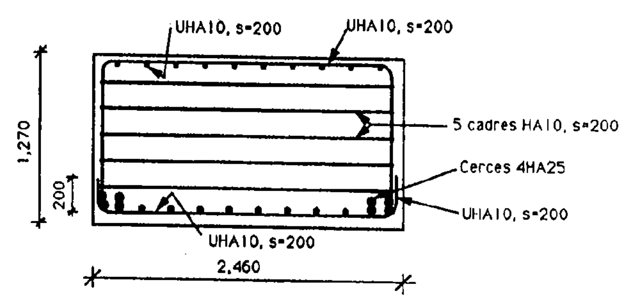


Fig.26 – Semelle sur 3 pieux – Ferraillage – Coupe verticale

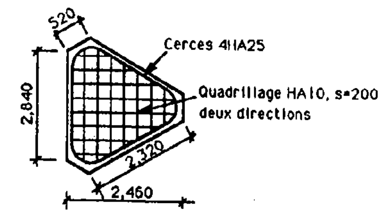


Fig.27 – Semelle sur 3 pieux – Ferraillage – Vue en plan

Contrainte dans la bielle au droit du poteau :
$\sigma_{bc} = 1{,}67/(0{,}6 \times 0{,}6 \times \sin^2\theta_1) = 7{,}38$ MPa < 13,33 MPa **OK**
et $\sigma_{bc} = 5/(0{,}6 \times 0{,}6) = 13{,}89$ MPa < 21,66 MPa **OK**
Contrainte dans la bielle au droit du pieu :
$\sigma_{bp} = 1{,}67/(\pi \times 0{,}6^2/4 \times \sin^2\theta_1) = 9{,}28$ MPa < 13,33 MPa **OK**
La contrainte de cisaillement de poinçonnement à la distance $h/2$ du contour du pieu est donnée par (BAEL, art. A.5.2.42) : $\tau = F_p/(u_c\,h)$
avec le périmètre $u_c = D + 0{,}30\text{ m} + \pi\,(D + h)/6 = 1{,}88$ m
soit $\tau = 1{,}67/1{,}88/1{,}27 = 0{,}70$ MPa $< 0{,}045\,f_{c28}/\gamma_b = 0{,}75$ MPa.
Si cette condition n'était pas vérifiée, on pourrait prendre une contrainte limite majorée en tenant compte des aciers traversant la surface - aciers inférieurs de quadrillage et aciers de cerce - conformément à l'article A.5.2.42 du BAEL.

Remarque

Il n'a pas été tenu compte du poids propre de la semelle dans cet exemple.

9.5. Semelles sur quatre pieux

Ce type de semelle n'est à utiliser que lorsqu'on ne peut trouver de solution avec une semelle sur trois pieux.
En général, les semelles sont réalisées avec 4 pieux disposés au sommet d'un rectangle. Les pieux peuvent avoir des diamètres différents pour mieux résister aux sollicitations du poteau (moments dans une ou dans deux directions) (Fig.28).

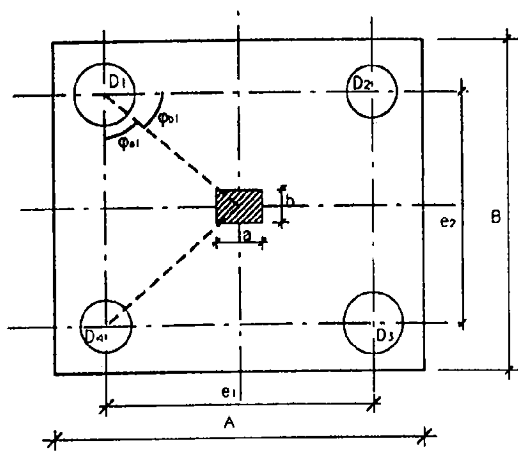


Fig. 28 – Semelle sur 4 pieux – Géométrie

Les entre axes des pieux doivent satisfaire les inéquations :
$e_1 \geq 1{,}5\ (D_1 + D_2)$ et $e_1 \geq 1{,}5\ (D_3 + D_4)$
$e_2 \geq 1{,}5\ (D_1 + D_4)$ et $e_2 \geq 1{,}5\ (D_2 + D_3)$

9.5.1. Dimensionnement et efforts dans les bielles

La transmission de l'effort du poteau aux quatre pieux s'effectue au moyen de quatre bielles, partant des centres de gravité des quatre aires du poteau, proportionnelles aux charges reprises par chaque pieu.
Par souci de simplification et sans changer les résultats de façon significative, on peut considérer que ces points sont au milieu des quatre quadrants du poteau, aux abscisses $\pm a/4$ et aux ordonnées $\pm b/4$.
On peut alors déterminer les longueurs horizontales des bielles qui sont toutes égales à :

$\lambda = 0{,}5\ \sqrt{e_1^2 + e_2^2} - 0{,}25\ \sqrt{a^2 + b^2}$.

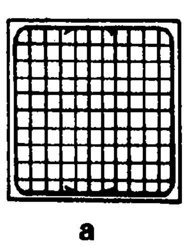
Pour conserver à la bielle la pente minimum de 45°, ou conseillée de 52° à 54° sur l'horizontale, on prendra un bras de levier :
$z_{mini} = \lambda$
$z_{cons} = 1{,}3\ \lambda$
La composante horizontale de chaque bielle inclinée vaut alors :
$T_i = F_{pi} \cot\theta = F_{pi}\ \lambda / z$
Les efforts supportés par les pieux sont donnés en fonction des sollicitations en pied de poteau (charge P, moments M_x et M_y) par :

$$F_{p1} = \frac{P}{4} - \frac{M_x}{e_1} + \frac{M_y}{e_2} \qquad F_{p2} = \frac{P}{4} + \frac{M_x}{e_1} + \frac{M_y}{e_2}$$

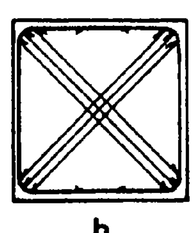
$$F_{p3} = \frac{P}{4} + \frac{M_x}{e_1} - \frac{M_y}{e_2} \qquad F_{p4} = \frac{P}{4} - \frac{M_x}{e_1} - \frac{M_y}{e_2}$$

9.5.2. Ferraillage

On pourrait se contenter de disposer des armatures suivant les médianes, c'est-à-dire à l'aplomb des bielles pour reprendre les efforts de traction en pied de bielles.
L'expérience a montré qu'il est plus judicieux de reprendre une partie ou la totalité des efforts de traction par des cerces passant par les pieds des quatre bielles.
On pourra adopter l'une ou l'autre des dispositions de ferraillage inférieur suivantes (Fig.29) :



a



b

Fig.29 – Semelles sur 4 pieux – Types de ferraillage.

• Cerces et quadrillage (Fig.29a)

La majorité de l'effort est repris par les cerces (proportion γ de 75 % à 85 %). Le quadrillage reprenant l'effort restant, est disposé pour limiter la fissuration de la partie inférieure de la semelle.
L'effort de traction dans la cerce au pied de chaque bielle i vaut (Fig.28) :
$T_{ci} = \mathrm{Max}[\sin(\varphi_{ai})\ ;\ \sin(\varphi_{bi})]\ T_i / \sin(\varphi_{ai} + \varphi_{bi})$.
D'où l'effort de traction à prendre en compte, qui en est le maximum avec la fraction γ :
$T_c = \gamma\,\mathrm{Max}[T_1\ ;\ T_2\ ;\ T_3\ ;\ T_4]$.
Les armatures de quadrillage reprendront le restant majoré de 20 % pour tenir compte de leur moindre efficacité, soit :
$T_q = 2{,}4\ (1 - \gamma)\ T_c$.
Ce type de ferraillage est conseillé de préférence au suivant.
Pour une semelle carrée, on obtient $T_{ci} = 0{,}707\ T_i$.

• Cerces et médianes (Fig.29b)

Une partie notable des efforts des bielles (fraction γ comprise entre 50 % et 65 %) peut être reprise par les cerces, le complément $(1 - \gamma)$ étant à reprendre par les aciers en position médiane.
La section d'acier des cerces vaut alors $A_c = \gamma\,\mathrm{Max}[T_{c1}\ ;\ T_{c2}\ ;\ T_{c3}\ ;\ T_{c4}] / \sigma_s$
La section des aciers en position médiane $A_{m13} = (1 - \gamma)\ \mathrm{Max}[T_1\ ;\ T_3] / \sigma_s$
et $A_{m24} = (1 - \gamma)\ \mathrm{Max}[T_2\ ;\ T_4] / \sigma_s$.
Cas particulier. Pour des semelles carrées, soumises à une charge P en pied de poteau, sans moment, on trouve $T_c = 0{,}707$ T et :

$$A_c = \gamma \frac{Pe}{8z}\left(1 - \frac{a}{2e}\right) / \sigma_s$$ pour les aciers de cerces et

$$A_q = 2{,}4\,(1 - \gamma)\,\frac{Pe}{8z}\left(1 - \frac{a}{2e}\right) / \sigma_s$$ pour les aciers de quadrillage.

Hauteur δ de la bielle horizontale supérieure :
δ = Max [T_1 ; T_2 ; T_3 ; T_4] / ($2\ \sigma_b \sqrt{ab}$)
Hauteur utile $d = z + \delta$ et hauteur totale $h = d + 0{,}05$ m

EXEMPLE : Soit une semelle sur quatre pieux de 0,60 m de diamètre, disposés au sommet d'un carré, supportant un poteau carré de 0,70 m de côté avec une charge P = 7 MN en ELU.

Dimensions. Entre axe des pieux e = 3 D = 1,80 m
Dimensions en plan : A = B = 4 D + 0,30 = 2,70 m
Longueur λ :
$\lambda = \sqrt{2}\ (e / 2 - a / 4) = 1{,}025$m
Bras de levier : z = 1,3 x 1,025 = 1,333 m
Effort dans un pieu : F_p = P / 4 = 1,75 MN
Composantes horizontales des bielles inclinées :
$T = T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = F_p \cot\theta = F_p\ \lambda / z = P\ \lambda / (4\ z)$
= 7 x 1,025 / (4 x 1,333) = 1,346 MN
Armatures par cerces et quadrillage :
$\varphi_{a1} = \varphi_{b1} = 45°$ $\varphi_1 = \varphi_{a1} + \varphi_{b1} = 90°$
$T_c = \gamma$ 1,346 sin 45° / sin 90° = 0,761 MN avec γ = 0,80 (80 %)
d'où A_c = 0,761 x 10^4 x 1,15 / 500 = 17,50 cm² soit 6 HA20
A_q = 2,4 (1 - γ) x 17,50 = 8,4 cm² soit 8,4 / 2,7 = 3,11 cm²/m, valeur inférieure au pourcentage minimum de 4 cm²/m (Voir en 9.1 ci-dessus).
Hauteur de la bielle horizontale supérieure :
$\delta = T / (2\ a\ \sigma_b)$ = 1,346 / (2 x 0,7 / 13,33) = 0,072 m
Hauteur utile $d = z + \delta$ = 1,333 + 0,072 = 1,405 m
et hauteur totale $h = d$ + 0,05 = 1,455 m valeur arrondie à h = 1,46 m
Nous disposerons d'un minimum de 4 cm² par mètre de largeur, soit 5 HA 10 par mètre.
Contrainte dans la bielle au droit du poteau :
σ_{bc} = (7 / 4) / (0,7 x 0,7 x sin² θ) = 5,68 MPa < 13,33 MPa **OK**
avec tg $\theta = z / \lambda$ = 1,3
et σ_{bc} = 7 / (0,7 x 0,7) = 14,29 MPa < 21,66 MPa **OK**
Contrainte dans la bielle au droit du pieu :
σ_{bp} = 1,75 / (π x 0,62 / 4 x sin² θ) = 9,85 MPa < 13,33 MPa **OK**
La contrainte de cisaillement de poinçonnement à la distance h / 2 du contour du pieu est donnée par (BAEL - Art.A.5.2.42) :
$\tau = F_p / (u_c\ h)$
avec le périmètre u_c = D + 0,30 m + π (D + h) / 8 = 1,71 m
soit τ = 1,75 / 1,71 / 1,46 = 0,70 MPa < 0,045 f_{c28} / γ_b = 0,75 MPa
Si cette condition n'était pas vérifiée, on pourrait prendre une contrainte limite majorée en tenant compte des aciers traversant la surface - aciers inférieurs de quadrillage et aciers de cerce - conformément à l'article A.5.2.42 du BAEL.

Remarque

Il n'a pas été tenu compte du poids propre de la semelle dans cet exemple.

9.6. Action des moments – Continuité de l'effort de traction

En plus de l'action des moments exercés par les poteaux qui se traduit par des efforts de compression ou de traction supplémentaires dans les pieux, il est nécessaire d'effectuer deux vérifications :
- la continuité de la transmission de l'effort de traction éventuel en pied de poteau,
- la torsion pour les semelles sur 2, 3 ou 4 pieux.

9.6.1. Semelle sur un pieu

L'effort de traction exercé en pied de poteau doit se transmettre au pieu par recouvrement des attentes de pieu et de poteau, soit la longueur de scellement droit augmentée de la distance entre les aciers (Fig.30) :
$L_1 = L_2 + L_d$
avec L_2 = D / 2 - 0,07 - (a / 2 - 0,04) = distance maximum entre aciers de poteau et de semelle pour un moment M_x ; remplacer a par b pour un moment M_y
L_d = longueur de scellement droit des aciers
h = hauteur totale de la semelle

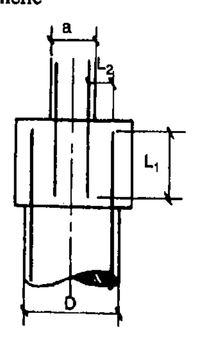


Fig.30 – Semelle sur un pieu, continuité du ferraillage en cas de traction dans le poteau

Si la longueur L_1 est supérieure à h - 0,06 m, il convient alors de retourner les attentes de poteau et de pieu par des crochets en équerre.

Remarque

Il déconseillé de transmettre des moments en tête de semelle sur un pieu.

9.6.2. Semelle sur deux pieux

Pour un moment M_y, le problème est ramené au cas de la semelle sur un pieu.
Pour un moment M_x, l'acier de poteau est à retourner en équerre en bas de semelle sur une longueur L_d pour assurer une continuité avec les aciers de tirant (Fig.31 - pour un moment M_x positif)

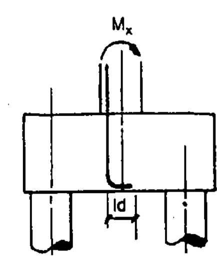


Fig.31 – Semelle sur 2 pieux – Continuité du ferraillage en cas de traction dans le poteau – Sous moment M_x

9.6.3. Semelle sur trois pieux

Nous considérerons trois cas :
- moment M_x positif : figure 32a,
- moment M_x négatif : figure 32b,
- moment M_y positif : figure 32c (le cas d'un moment M_y négatif est symétrique),

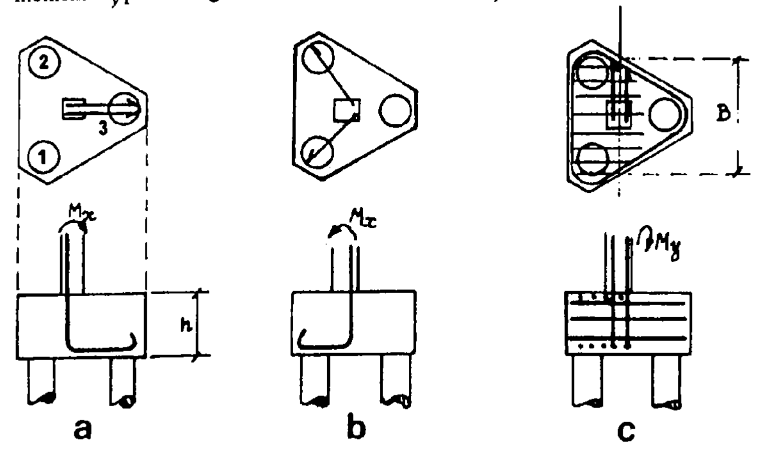
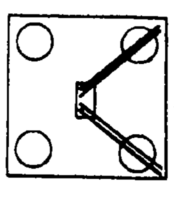


Fig.32 – Semelle sur 3 pieux – Continuité du ferraillage en cas de traction dans le poteau

Les deux premiers cas sont à traiter de la même manière que pour la semelle sur deux pieux sous moment M_x.
Dans le cas d'un moment M_y positif (Fig.32c), le moment de torsion est entièrement repris par les deux pieux situés à gauche. L'effort de traction nécessite un retournement des attentes de poteau en bas de semelle pour assurer une continuité avec les aciers horizontaux inférieurs de la semelle (parallèle à Oy) reprenant le moment de torsion (voir en 9.7 ci-après) et le transmettant aux deux pieux symétriques (à gauche sur la figure 32c). Ces aciers jouent le rôle de cadres de torsion (voir en 9.7 ci-après). Il convient de disposer des aciers longitudinaux parallèles à Ox sur la même partie gauche.

9.6.4. Semelle sur quatre pieux

L'effort de traction doit être repris par des attentes de poteau retournées en bas de semelle pour assurer la continuité avec les aciers de torsion de la semelle (Fig.33, pour un moment M_x positif).



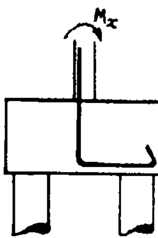


Fig.33 – Semelle sur 4 pieux Continuité du ferraillage en cas de traction dans le poteau

9.7. Torsion dans la semelle due à des efforts de traction dans le poteau

9.7.1. Semelle sur deux pieux

En supposant que les pieux puissent résister à un moment exercé en tête, un moment M_y en pied de poteau se traduit par un moment de torsion dans le semelle $T_u = M_y$.
La vérification du cisaillement et le calcul des aciers de torsion de la semelle s'écrivent (BAEL, art. 5.4.22) :

$\tau_{V^2} + \tau_{T^2} \leq \tau_{lim^2}$ avec $\tau_{lim} = 0{,}20 f_{c28} / \gamma_b$ en fissuration peu préjudiciable
et $0{,}15 f_{c28} / \gamma_b$ dans le cas contraire.

avec :

$b_o = \text{Min}[B ; h] / 6$	épaisseur de la paroi creuse de calcul
$\Omega = (B - b_o)(h - b_o)$	aire du contour tracé à mi-épaisseur
$\tau = T_u / (2\,\Omega\, b_o)$	cisaillement de torsion
$u = 2(B + h - 2\,b_o)$	périmètre du contour d'aire Ω
$A_t/s_t = \gamma_s T_u / (2\,\Omega f_e)$	acier transversal de torsion par mètre suivant Ox (Fig.33)
$\Sigma A_l / u = T_u \gamma_s / (2\,\Omega f_e)$	acier longitudinal de torsion par mètre de périmètre u

9.7.2. Semelle sur trois pieux

Il n'y a de torsion que pour un moment M_y. Cette dernière est reprise par les deux pieux disposés suivant l'axe Oy. Le calcul est identique à celui de la semelle sur deux pieux ci-

dessus en remplaçant B par la largeur de la semelle suivant O_y au droit du poteau (voir Fig. 23) :

$$B = \frac{e_1}{e_3}\left(d_1 + 0{,}3 + \frac{D_1(e_3 - d_1) + D_2 d_1}{2e_3}\right)$$

EXEMPLE : La semelle de l'article 9.4 ci-dessus avec un moment $T_u = M_y = 0{,}9$ MNm

On a : $D_1 = D_2 = 0{,}60$ m $e_1 = e_2 = 1{,}80$ m P = 5 MN

$e_3 = e_1\sqrt{3}/2 = 1{,}559$ m $d_1 = 0{,}52$ m $h = 1{,}29$ m

Le B du cas de la semelle sur deux pieux est à remplacer par :

$$B = \frac{1{,}80}{1{,}559}\left(0{,}52 + 0{,}3 + \frac{0{,}6\,(1{,}559 - 0{,}52) + 0{,}6 \times 0{,}52}{2 \times 1{,}559}\right) = 1{,}293 \text{ m}$$

$b_o = \text{Min}[B ; h] / 6 = 0{,}215$ m $d = h - 0{,}05$ m $= 1{,}24$ m

$\Omega = (B - b_o)(h - b_o) = 1{,}159$ m^2

$u = 2(B + h - 2\,b_o) = 4{,}306$ m

$\tau_T = T_u / (2\,\Omega\, b_o) = 0{,}9 / (2 \times 1{,}159 \times 0{,}215) = 1{,}806$ MPa

$\tau_V = 2\,P / (3\,B\,d) = 10 / (3 \times 1{,}293 \times 1{,}24) = 2{,}08$ MPa

$\tau_V^2 + \tau_T^2 = 4{,}33 + 3{,}26 = 7{,}59 \leq \tau_{lim}^2 = (0{,}20 f_{c28} / \gamma_b)^2 = 11{,}11$ **OK**

$A_t/s_t = T_u\,\gamma_s / (2\,\Omega f_e) = 1{,}15 \times 0{,}9 \times 10^4 / (2 \times 1{,}159 \times 500) = 8{,}93$ cm^2/m sous forme de cadres et épingles parallèles à Oy, du pied de poteau jusqu'aux pieux situés à gauche (Fig.34), ou bien en utilisant des U supérieurs et inférieurs parallèles à Oy.

$\Sigma A_l / u = T_u\,\gamma_s / (2\,\Omega f_e) = 8{,}93$ cm^2/m

sous forme d'acier longitudinaux horizontaux supérieurs et inférieurs parallèles à Ox (Fig.34) pour les faces horizontales : HA14, $s = 0{,}17$ m

et de cadres horizontaux pour les faces verticales (Fig.34) :

8,93 x (1,29 - 0,215) = 9,60 cm^2 soit 9 HA12

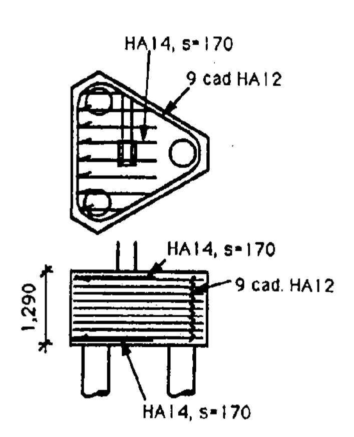


Fig.34 – Semelle sur 3 pieux – Ferraillage de torsion

9.8. Programme « SEMPIEU »

9.8.1. Domaine d'application

- Semelle sur deux pieux : les deux pieux peuvent être de diamètres différents. Le poteau rectangulaire peut être centré, ou bien au centre de gravité des aires des pieux, ou bien à une position quelconque imposée entre les deux pieux.
- Semelles sur trois pieux : la semelle doit avoir un plan de symétrie comprenant un pieu. Les diamètres des pieux peuvent être différent en respectant la symétrie. Le poteau rectangulaire peut être centré, ou bien au centre de gravité des aires des pieux, ou bien à une position quelconque imposée sur l'axe de symétrie.
- Semelle sur quatre pieux : la semelle est rectangulaire. Les pieux sont au sommets d'un rectangle dont le centre est le centre du poteau rectangulaire.
- Les charges peuvent être données en ELU et ELS. On peut entrer plusieurs cas de charges par semelle.
- Pour les notations, voir les figures 11 (1 pieu), 20 (2 pieux), 22 (3 pieux), 28 (4 pieux).

9.8.2. Données

Ligne 1 **f_e, f_c, Fiss** — Données générales

f_e = limite élastique des aciers (MPa)
f_c = contrainte caractéristique du béton (MPa)
Fiss = 0 en fissuration peu préjudiciable
= 1 en fissuration préjudiciable
= 2 en fissuration très préjudiciable

Ligne 2 **Titre**

= titre du passage

Ligne 3 **N_p**

= nombre de pieux. On regroupera les semelles en fonction de leur nombre de pieux

Ligne 4 **Nom**

= nom de la semelle (4 caractères au maximum)
= F pour fin de description des semelles de même nombre de pieux, puis aller en ligne 3. On obtient alors le métré et la répétition des données de l'ensemble des semelles ayant un même nombre de pieux
= FIN pour fin de calcul

Ligne 5
N_b, a, b, D, A, B, H — pour sem. sur 1 pieu
N_b, a, b, D_1, D_2, E_1, A, B, H, d_1 — pour sem. sur 2 pieux
N_b, a, b, D_1, D_2, E_1, E_2, H, d_1 — pour sem. sur 3 pieux
N_b, a, b, D_1, D_2, D_3, D_4, E_1 E_2, H — pour sem. sur 4 pieux

N_b = nombre de semelles identiques
a = côté (m) du poteau suivant Ox
b = côté (m) du poteau suivant Oy
D_1, D_2, D_3, D_4 = diamètres (m) du ou des pieux, = 0 si calculés par le programme
E_1, E_2 = entre axes (m) des pieux, = 0 si calculé par le programme
A = longueur (m) de la semelle suivant Ox, = 0 si calculée par le programme
B = largeur (m) de la semelle suivant Oy, = 0 si calculée par le programme
H = hauteur (m) de la semelle, = 0 si calculée par le programme

d_1 = distance suivant l'axe Ox, entre le centre du pieu (ou des pieux) situé à gauche et le centre du poteau, = 0 si calculée par le programme en plaçant le centre du poteau au centre de gravité des aires des pieux

Ligne 6 N_u, M_{ux}, M_{uy}, (H_{ux}, H_{uy}) *Charges ELU*

N_u = effort (MN) vertical ELU centré en pied de poteau, = 0 pour fin d'ELU et passage en ligne 7

M_{ux} = moment (MNm) ELU en pied de poteau dans le sens Ox, positif s'il comprime le pieu d'abscisse la plus grande

M_{uy} = moment (MNm) ELU en pied de poteau dans le sens Oy, positif s'il comprime le pieu d'ordonnée la plus grande

H_{ux} = effort (MN) ELU horizontal en pied de poteau, positif vers les x positifs Voir la remarque ci-après.

H_{uy} = effort (MN) ELU horizontal en pied de poteau, positif vers les y positifs

Ligne 7 N, M_x, M_y, (H_x, H_y) *Charges ELS*

N = effort (MN) ELS vertical centré en pied de poteau, = 0 pour fin d'ELS et retour en ligne 4

M_x = moment (MNm) ELS en pied de poteau dans le sens Ox, positif s'il comprime le pieu d'abscisse la plus grande

M_y = moment (MNm) ELS en pied de poteau dans le sens Oy, positif s'il comprime le pieu d'ordonnée la plus grande

H_x = effort (MN) ELS horizontal en pied de poteau, positif vers les x positifs Voir la remarque ci-après

H_y = effort (MN) ELS horizontal en pied de poteau, positif vers les y positifs

Remarque

Les efforts horizontaux en pied de poteau ne peuvent être introduits que si la hauteur H est imposée, c'est-à-dire non nulle.

9.8.3. Résultats

- **Dimensions de la semelle et sections d'acier en cm²**

- « SigPo » représente la contrainte (MPa) maximum en pied de poteau,
- « SigPie », la contrainte (MPa) maximum de compression des pieux, en tenant compte du poids propre de la semelle,
- « Tau » :

Ligne de résultat	2 pieux	3 et 4 pieux
n° 1	τ_V en MPa	τ_p en MPa
n° 2	$\sqrt{\tau_{V}^2+\tau_{T}^2}/\tau_{ulim}$ en %	$\sqrt{\tau_{V}^2+\tau_{T}^2}/\tau_{ulim}$ en %

τ_V cisaillement d'effort tranchant
τ_p cisaillement de poinçonnement
τ_T cisaillement de torsion
τ_{ulim} = 0,20 f_{c28}/γ_b ou 0,15 f_{c28}/γ_b suivant que la fissuration est non préjudiciable ou préjudiciable

- « Bie », la contrainte maximum dans la bielle, exprimée en % de la contrainte limite autorisée en ELU (= 0,8 f_{c28}/γ_b pour le pied de poteau, et en tête de pieu), au contact du pied du poteau pour la 1re ligne et au contact de la tête de pieu pour la seconde ligne,

- « Angle » = angle minimum d'inclinaison des bielles de béton en degrés,
- « Eff. Pieu » = charges maximum reprise par chacun des pieux et comprenant le poids propre de la semelle.

- **Ferraillage avec diamètres et nombres de barres**

- les aciers sont calculés en ELU et en ELS
- les aciers côté A sont parallèles au côté de longueur A (axe Ox)
- les armatures sont déterminées sous forme de quadrillage de barres retournées en extrémité pour former des U pour les aciers inférieurs et des U renversés pour les aciers supérieurs.

Des cadres horizontaux maintiennent les retours (appelés « croch ») verticaux des cages. Pour les semelles sur trois et quatre pieux, on ajoute des cerces horizontales situées en partie inférieure de la semelle.

- **Métré béton, acier et coffrage**

Calcul du métré béton, aciers, coffrage et densité d'acier par m³ de béton pour chaque semelle et pour l'ensemble des semelles d'un même type (c'est-à-dire ayant un même nombre de pieux).
Le métré ne comprend pas les aciers en attentes des poteaux et des pieux.

- **Quantité d'aciers classés par diamètres**
- **Répétition des données générales et des données propres à chaque semelle**

9.8.4. Exemple

```
500 25 0        ' fe, fc28, fissuration peu préjudiciable
Bâtiment A      ' titre
2               ' nombre de pieux par semelle
S24             ' nom de la semelle
3 0,5 0,5 0,6   ' 3 semelles ident., poteau 0,5x0,5, diamètre 0,6 m, autres valeurs nulles
3               ' 3 MN en ELU, pas de moments
0               ' fin de description des charges ELU
0               ' fin de description des charges ELS
S25             ' nom de la semelle
1 0,5 0,5 0,6   ' 1 semelle, poteau 0,5x0,5, diamètre 0,6 m, autres valeurs nulles
3 0,4           ' 3 MN et moment Mx = 0,4 MNm, autre valeurs nulles (en ELU)
0               ' fin de description des charges ELU
0               ' fin de description des charges ELS
F               ' fin de description des semelles sur 2 pieux
FIN             ' fin du calcul
```

Il est conseillé de rentrer les données en DATA en fin de programme pour pouvoir les conserver et les modifier ultérieurement.

```
SEMPIEUX
Voulez-Vous Lire les Donnees:
      1 = sur l'Ecran,
      2 =  sous Forme de DATA en Fin de Programme ,
 = ? 1
Limite Elastique des Acier (MPa) fe=? 500
Resistance Caracteristique du Beton  de Semelle(MPa) fc28=? 25
Fissuration peu Prejud.=0, Prejud.=1, Tres Prej.=2 : ? 0

Titre de l'Etude =? Batiment A
Nombre de Pieux sous la Semelle (1 ,2 , 3 ou 4 ) =? 2

Nom de la Semelle=? S24
Ecrire: Nombre , Dimensions du Poteau ( m), Diametres des Pieux (m)
Entraxe des Pieux et Dimensions de la Semelle A, B, H , d1 ( 0 pour chaque Valeur
Nbre , a , b , D1 , D2 , E , A , B , H , d1? 4  0.5  0.5 0.6

E.L.U.
------
N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) =? 3
N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) =? 0
```

```
SEMPIEUX


E.L.S.
------
N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm)=? 0

Nom de la Semelle=? S25
Ecrire: Nombre , Dimensions du Poteau ( m), Diametres des Pieux (m)
Entraxe des Pieux et Dimensions de la Semelle A, B, H , d1 ( 0 pour chaque Valeur
Nbre , a , b , D1 , D2 , E , A , B , H , d1? 1  0.5  0.5  0.6

E.L.U.
------
N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) =? 3  0.4
N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) =? 0

E.L.S.
------
N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm)=? 0

Nom de la Semelle=? F

Titre de l'Etude =? FIN
```


9.8.5. *Résultats*

Batiment A

SEMELLES SUR DEUX PIEUX

Nom	Nb	A/B m	H m	D1/D2 m	d1/d2 m	Asup/Ainf cm2	Ainter cm2	At/s cm2/m	Tau MPa	SigPo MPa	SigPie Mpa	SigBie %	Angle mini	Eff.Pieux MN
S24	4	2.70	1.15	0.60	0.90	3.60	2.30	2.30	1.52	12.00	5.31	72 % -	52deg.	1.500
		0.90		0.60	0.90	26.54			45 %		5.31	63 %		1.500
S25	1	2.70	1.18	0.60	0.90	3.60	2.36	2.36	1.69	12.00	4.52	82 %	52deg.	1.278
		0.90		0.60	0.90	30.47			51 %		6.09	73 %		1.722

FERRAILLAGE

```
Nb A    B    H   Diam.        Aciers Cote A                      Aciers Cote B
   m    m    m   max.          mm      m           mm       mm        m              mm
Semelle : S24
 4 2.70 0.90 1.15 0.60 A.Sup.= 9 U HA 8 x 4.78  Croch=1095 11 U HA 8 x 2.98 Croch=1095
                  0.60 A.Inf.  = 9 U HA20 x 3.32 Croch= 407  11 U HA 8 x 1.12 Croch= 165
                  Cadres Hor.=    4 HA10 x 7.12 (2.640 x 0.840)        Densité= 45.10 kg/m3
Semelle : S25
 1 2.70 0.90 1.18 0.60 A.Sup.= 7 U HA10 x 4.82 Croch=1124 11 U HA 8 x 3.04 Croch=1125
                  0.60 A.Inf.  = 7 U HA25 x 3.48 Croch= 504  11 U HA 8 x 1.12 Croch= 165
                  Cadres Hor.=    4 HA10 x 7.12 (2.640 x 0.840)        Densité= 52.41 kg/m3
```

METRE

Nom des Semelles	Nbre Sem.	Nbre Pieux	SEMELLE (L'UNITE) BETON	ACIER	COFFRAGE	DENSITE
			m3	kg	m2	kg/m3
S24	4	2	2.795	126.0	8.280	45.10
S25	1	2	2.867	150.3	8.496	52.41
Total	5	10	14.045	654.4	41.616	46.59

TABLEAU DES DIAMETRES

Diametre	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Longueur	0.0	398.2	176.1	0.0	0.0	0.0	119.5	24.4	0.0	0.0
Poids	0.0	157.1	108.6	0.0	0.0	0.0	294.8	93.9	0.0	0.0

Poids Total = 654.4 kg

Rappel des Donnees
\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-\-

```
......................................
' Beton : fc28 = 25.00 MPa '
'         ft28 = 2.10 MPa  '
'         sbu = 14.17 MPa  '
'         tau = 3.33 MPa   ' en Cisaillement
'         tau = 0.75 MPa   ' en Poinçonnement (hors Aciers Inférieurs)
' Acier : fe = 500.0 MPa   '
'         su = 434.8 MPa   '
'         sels = 500.0 MPa '
'         ld = 44.1 Phi    '
......................................
```

Nom	Semelles		Poteaux		Charges (MN)	Moments (MNm)		Eff.Hor.(MN)		
	A	B	a	b	N	Ma	Mb	Ha	Hb	
S24	2.700	0.900	0.500	0.500	3.000	0.000	0.000	0.000	0.000	ELU
S25	2.700	0.900	0.500	0.500	3.000	0.400	0.000	0.000	0.000	ELU

F

FIN

9.8.6. Listing « SEMPIEUX »

```
10 REM Programme "SEMPIEUX" - Calcul des Semelles sur 1 2 3 ou 4 Pieux
20 REM d'apres "SEMELLES SUR PIEUX" de J.BLEVOT et R.FREMY-
30 REM - Annales ITBTP- Fevrier 1967 et BAEL 91
40 REM Henry THONIER - Mai 1992
50 ON ERROR GOTO 70
60 GOTO 80
70 PRINT USING"Erreur ### Ligne#####";ERR;ERL:STOP
80 TOL=1.02 ' Tolerance sur les Resultats
90 GB=1.5:GS=1.15   ' Coefficients sur les Materiaux
100 CLS
110 DST=.15   ' Distance Minimum du Bord par Rapport au Nu du Pieu
120 ENRA=.05   ' Distance du cdg des Aciers au Nu Beton
130 PI=3.141593#:F4=10000:ENR=.03   ' Enrobage au Nu des Aciers
140 PSPEC=0  ' .0245   ' Poids Specifique du Beton de la Semelle en MN/m3
150 KN=21:KNN=KN:NTCH=10 '(KN-1) Semelles par Calcul et (NTCH-1) Charges par Semelle
160 DIM U(14),UMY(14),P(50),CA(50),VA(50),DIO(12),DM1(12),DM2(12),XL(12)
170 DIM PABR(KN,NTCH),CAR(KN,NTCH),CBR(KN,NTCH),NPI(KN),D1C(KN),TAUTO(KN)
180 DIM WVA(KN,NTCH),WVB(KN,NTCH),WELU(KN,NTCH),ATORS(KN,2),LARG(KN)
190 DIM AINFX(KN),AINFY(KN),AHOR(KN),PA(KN),PB(KN),COFS(KN),VOLS(KN)
200 DIM A(KN),B(KN),H(KN),ACI(KN),NOM$(KN),ACERC(KN),C2(KN),C3(KN)
210 DIM PM(5),TH(5),D(5),SP(5),PMI(5),PMAS(5),PMIS(5),D1(KN,5),SIGPIEU(5)
220 DIM PMB(5),LAP(5),T(5),F(5),UB(5)
230 CALL TEXTFONT(4):CALL TEXTSIZE(9)   ' Propre au Macintosh
240 WIDTH"LPT1:",125   ' Ligne Compressee (15 cpi)
250 REM lprint CHR$(27);CHR$(120)   ' 120 car./Ligne
260 FOR I=1 TO 10:READ DIO(I):NEXT I   ' Diametres des Barres
270 FOR I=1 TO 10:READ DM1(I):NEXT I   ' Diametres des Mandrins de Cintrage des Ancrages
280 FOR I=1 TO 6:READ DM2(I):NEXT I   ' Diametres des Mandrins de Cintrage des Cadres
290 GOSUB 6810   ' Lecture des Donnees Generales
300 GOSUB 7030:LPRINT
310 LPRINT STRING$(96,42)
320 LPRINT TITRE$:LPRINT
330 IF TITRE$="FIN" THEN 1290
```



```
340 VOLS=0:ACI=0:COFS=0
350 FOR I=1 TO KNN:ACI(I)=0:ATORS(I,0)=0:ATORS(I,1)=0
360 TAUTO(I)=0:NEXT I
370 FOR I=1 TO 10:XL(I)=0:NEXT I
380 IF IECR=2 THEN READ NP:GOTO 400
390 INPUT"Nombre de Pieux sous la Semelle (1 ,2 , 3 ou 4) =";NP
400 KN=0
410 ON NP GOTO 420,620,830,1040
420 KN=KN+1:NCH=1
430 IF KN=1 THEN GOSUB 7210   ' Titre de Semelle sur 1 Pieu
440 IF IECR=1 THEN 490
450 READ NOM$(KN)
460 IF NOM$(KN)="F" THEN 600
470 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
480 READ U(0),U(1),U(2),U(3),U(4),U(5),U(6):GOTO 560
490 PRINT:INPUT"Nom de la Semelle=";NOM$(KN)
500 IF NOM$(KN)="F" THEN 600
510 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
520 PRINT"Ecrire: Nombre , Dimensions du Poteau (m), Diametre du Pieu (m)"
530 PRINT"et Dimensions de la Semelle A, B, H (0 pour chaque Valeur Inconnue)"
540 INPUT"Nbre , a , b , D , A , B , H";CL$
550 GOSUB 1300   ' Format Libre
560 NPI(KN) = U(0): PA(KN) = U(1): PB(KN) = U(2): D1(KN,1) = U(3): A(KN) = U(4): B(KN) = U(5): H(KN) = U(6)
570 GOSUB 8940   ' Lecture des Charges
580 GOSUB 1500   ' Calcul et Resultats de Semelles sur 1 Pieu
590 GOTO 420
600 GOSUB 5410   ' Cage d'Armature en U
610 GOTO 1260
620 KN=KN+1:NCH=1
630 IF KN=1 THEN GOSUB 7290   ' Titre de Semelle sur 2 Pieux
640 IF IECR=1 THEN 690
650 READ NOM$(KN)
660 IF NOM$(KN)="F" THEN 810
670 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
680 READ U(0),U(1),U(2),U(3),U(4),U(5),U(6),U(7),U(8),U(9):GOTO 760
690 PRINT:INPUT"Nom de la Semelle=";NOM$(KN)
700 IF NOM$(KN)="F" THEN 810
710 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
720 PRINT"Ecrire: Nombre , Dimensions du Poteau (m), Diametres des Pieux (m)"
730 PRINT"Entraxe des Pieux et Dimensions de la Semelle A, B, H , d1":PRINT   (0 pour chaque Valeur
Inconnue)"
740 INPUT"Nbre , a , b , D1 , D2 , E , A , B , H , d1";CL$
750 GOSUB 1300   ' Format Libre
760 NPI(KN)=U(0):PA(KN)=U(1):PB(KN)=U(2):D1(KN,1)=U(3):D1(KN,2)=U(4)
770 E1(KN)=U(5):A(KN)=U(6):B(KN)=U(7):H(KN)=U(8):D1C=U(9)
780 GOSUB 8940   ' Lecture des Charges
790 GOSUB 2810   ' Semelle sur 2 Pieux
800 GOTO 620
810 GOSUB 5410   ' Cage d'Armature en U
820 GOTO 1260
830 KN=KN+1:NCH=1
840 IF KN=1 THEN GOSUB 7370   ' Titre de Semelle sur 3 Pieux
850 IF IECR=1 THEN 900
860 READ NOM$(KN)
870 IF NOM$(KN)="F" THEN 1020
880 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
890 READ U(0),U(1),U(2),U(3),U(4),U(5),U(6),U(7),U(8):GOTO 970
900 PRINT:INPUT"Nom de la Semelle=";NOM$(KN)
910 IF NOM$(KN)="F" THEN 1020
```

```
920 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
930 PRINT"Ecrire: Nombre , Dimensions du Poteau (m), Diametres des Pieux (m)"
940 PRINT"Ecartements des Pieux, Hauteur de la Semelle H , Position du Poteau ":PRINT"    (0 pour chaque Valeur Inconnue)"
950 INPUT"Nbre , a , b , D1 , D2 , E1 , E2 , H , d1";CL$
960 GOSUB 1300              ' Format Libre
970 NPI(KN)=U(0):PA(KN)=U(1):PB(KN)=U(2):D1(KN,1)=U(3):D1(KN,2)=U(4)
980 E1(KN)=U(5):E2(KN)=U(6):H(KN)=U(7):D1C(KN)=U(8)
990 GOSUB 8940    ' Lecture des Charges
1000 GOSUB 4060   ' Semelle sur 3 Pieux
1010 GOTO 830
1020 GOSUB 5410   ' Cage d'Armature en U
1030 GOTO 1260
1040 KN=KN+1:NCH=1
1050 IF KN=1 THEN GOSUB 7450         ' Titre de Semelle sur 4 Pieux
1060 IF IECR=1 THEN 1110
1070 READ NOM$(KN)
1080 IF NOM$(KN)="F" THEN 1250
1090 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
1100 READ U(0), U(1), U(2), U(3), U(4), U(5), U(6), U(7), U(8), U(9), U(10), U(11) : GOTO 1190
1110 PRINT:INPUT"Nom de la Semelle=";NOM$(KN)
1120 IF NOM$(KN)="F" THEN 1250
1130 IF NOM$(KN)="FIN" THEN 1290
1140 PRINT"Ecrire: Nombre , Dimensions du Poteau (m), Diametre des Pieux (m)"
1150 PRINT"Ecartements des Pieux, Dimensions de la Semelle A, B, H ":PRINT"    (0 pour chaque Valeur Inconnue)"
1160 REM Si D2 , D3 et D4 sont nuls, ils sont egaux a D1; E1 et E2 nuls sont Calcules
1170 INPUT"Nbre , a , b , D1 , D2 , D3 , D4 , E1 , E2 , A , B , H";CL$
1180 GOSUB 1300              ' Format Libre
1190 NPI(KN)=U(0):PA(KN)=U(1):PB(KN)=U(2):D1(KN,1)=U(3):D1(KN,2)=U(4)
1200 D1(KN,3)=U(5):D1(KN,4)=U(6):E1(KN)=U(7):E2(KN)=U(8)
1210 A(KN)=U(9):B(KN)=U(10):H(KN)=U(11)
1220 GOSUB 8940   ' Lecture des Charges
1230 GOSUB 4330   ' Semelle sur 4 Pieux
1240 GOTO 1040
1250 GOSUB 5410   ' Cage d'Armature en U
1260 GOSUB 8090:GOSUB 8280    ' Metre
1270 GOSUB 8490  ' Repetition des Donnees
1280 GOTO 300
1290 END
1300 REM-----------------------------------------------
1310 REM: Conversion Lecture Format Libre
1320   FOR I=0 TO 12
1330   U(I)=0
1340   NEXT I
1350 I1=0
1360 IF CL$="" OR CL$="" THEN 1460
1370 J=1
1380 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 1380
1390 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I=INSTR(1,CL$,",")
1400 IF I=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 1420
1410 MOT$=LEFT$(CL$,I-1)
1420 IF MOT$="" THEN 1450
1430 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
1440 GOTO 1360
1450 FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
1460   FOR I6=0 TO 12
1470   UMY(I6)=U(I6)
1480   NEXT I6
1490 RETURN
```



```
1500 REM-----------------------------------------------
1510 REM Semelle sur 1 Pieu
1520 AHOR=0
1530 GOSUB 1940     ' Dimensions
1540 HMIN=.7*D(1)+ENRA:HCONS=.9*D(1)+ENRA
1550 IF HLU=0 THEN H=HCONS:D=H-ENRA
1560 GOSUB 10090    ' Verification H
1570 PPRO=A*B*H*PSPEC
1580 GOSUB 3540   ' Charges Maxi et Mini
1590 GOSUB 3180       ' Charges y Compris Poids Propre
1600 GOSUB 2440    ' Coffrage et Volume
1610 ZS=D
1620 CPIEU=SQR(PI*D(1)^2/4)
1630 ASUPX=-PPMAX*(CPIEU-PA)/8/ZS/SU
1640 ASUPY=-PPMAX*(CPIEU-PB)/8/ZS/SU
1650 U1=-PMXS*(CPIEU-PA)/8/ZS/SLS
1660 IF U1>ASUPX THEN ASUPX=U1
1670 U1=-PMXS*(CPIEU-PB)/8/ZS/SLS
1680 IF U1>ASUPY THEN ASUPY=U1
1690 AINFX=PPMAX*(CPIEU-PA)/8/ZS/SU
1700 AINFY=PPMAX*(CPIEU-PB)/8/ZS/SU
1710 U1=PMXS*(CPIEU-PA)/8/ZS/SLS
1720 IF U1>AINFX THEN AINFX=U1
1730 U1=PMXS*(CPIEU-PB)/8/ZS/SLS
1740 IF U1>AINFY THEN AINFY=U1
1750 GOSUB 1790    ' Aciers Minimum et Transversaux
1760 GOSUB 7710 ' Ferraillage et Resultats
1770 RETURN
1780 REM-----------------------------------------------
1790 REM Pourcentage Minimum
1800 UMIN=.0004
1810 ATST=.0002*H
1820 A11=A:B11=B
1830 IF NP=3 THEN A11=1:B11=1
1840 IF AINFX<UMIN*B11 THEN AINFX=UMIN*B11
1850 IF AINFX<ATST*B11 THEN AINFX=ATST*B11
1860 IF AINFY<UMIN*A11 THEN AINFY=UMIN*A11
1870 IF AINFY<ATST*A11 THEN AINFX=ATST*A11
1880 IF ASUPX<UMIN*B11 THEN ASUPX=UMIN*B11
1890 IF ASUPX<ATST*B11 THEN ASUPX=ATST*B11
1900 IF ASUPY<UMIN*A11 THEN ASUPY=UMIN*A11
1910 IF ASUPY<ATST*A11 THEN ASUPX=ATST*A11
1920 IF AHOR< .0002*H THEN AHOR=.0002*H
1930 RETURN
1940 REM-----------------------------------------------
1950 REM Dimensions des Semelles
1960 PA=PA(KN):PB=PB(KN):A=A(KN):B=B(KN):H=H(KN):IP=NPI(KN):HLU=H(KN)
1970 E1=E1(KN):E2=E2(KN):D1C=D1C(KN):D=H-ENRA
1980 DP=0
1990  FOR I=1 TO NP
2000  D(I)=D1(KN,I)
2010  IF D(I)=0 THEN D(I)=D(1)
2020  IF D(I)> DP THEN DP=D(I)
2030  SP(I)=PI*D(I)^2/4
2040  NEXT I
2050 ON NP GOTO 2190,2060,2070,2090
2060 EMIN1=1.5*(D(1)+D(2)):GOTO 2130
2070 EMIN1=3*D(1):EMIN2=1.5*(D(1)+D(2))
2080 GOTO 2130
2090 EMIN1=1.5*(D(1)+D(2)):U1=1.5*(D(3)+D(4))
```

```
2100 IF U1>EMIN1 THEN EMIN1=U1
2110 EMIN2=1.5*(D(1)+D(4)):U1=1.5*(D(3)+D(2))
2120 IF U1>EMIN2 THEN EMIN2=U1
2130 IF E1=0 THEN E1=EMIN1
2140 IF E2=0 THEN E2=EMIN2
2150 GOSUB 9980     ' Verification E1 et E2
2160 IF NP=2  AND D1C=0 THEN D1C=E1*D(2)^2/(D(1)^2+D(2)^2)
2170 IF NP=3 THEN E3=SQR(E2*E2-E1*E1/4)
2180 IF NP=3  AND D1C=0 THEN D1C=E3*D(2)^2/(2*D(1)^2+D(2)^2)
2190 ON NP GOTO 2200,2220,2250,2260
2200 E1=0:E2=0:AMIN=D(1)+.3:BMIN=AMIN
2210 GOTO 2320
2220 AMIN=E1+(D(1)+D(2))/2+.3
2230 BMIN=DP+.3
2240 GOTO 2320
2250 GOSUB 9400:GOTO 2400        ' Dimensions Semelle sur 3 Pieux
2260 U1=D(1)+D(2):U2=D(3)+D(4)
2270 IF U2>U1 THEN U1=U2
2280 AMIN=2*U1+.3
2290 U1=D(1)+D(4):U2=D(2)+D(3)
2300 IF U2>U1 THEN U1=U2
2310 BMIN=2*U1++.3
2320 IF PA+.2>AMIN THEN AMIN=PA+.2
2330 IF PB+.2>BMIN THEN BMIN=PB+.2
2340 IF A=0 THEN A=AMIN
2350 IF B=0 THEN B=BMIN
2360 GOSUB 10180    ' Verification de A et B
2370 AIRE=A*B
2380 IF NP=1 THEN 2430
2390 IF NP=2 THEN H=(D(1)+D(2)):UB(1)=PB:UB(2)=UB(1):D=H-ENRA
2400 IF   NP=3 THEN H=2.15*(D(1)*2+D(3))/3 : UB(1)=SQR(PA*PB) : UB(2)=UB(1) : UB(3)=PB:D=H-ENRA
2410 IF NP=4 THEN H = 2*(D(1)+D(2)+D(3)+D(4))/4 : UB(1) = SQR(PA*PB) : UB(2) = UB(1): UB(3) = UB(1) : UB(4)
= UB(1): D=H-ENRA
2420 PPRO=AIRE*H*PSPEC
2430 RETURN
2440 REM————————————————
2450 REM Volume et Coffrage
2460 IF NP=3 THEN VOLS(KN)=VOLS(KN)*H:COFS(KN)=COFS(KN)*H:GOTO 2480
2470 VOLS(KN)=A*B*H:COFS(KN)=(A+B)*2*H
2480 PPRO=VOLS(KN)*PSPEC
2490 A(KN)=A
2500 B(KN)=B
2510 H(KN)=H
2520  FOR I=1 TO NP:D1(KN,I)=D(I):NEXT I
2530 E1(KN)=E1:E2(KN)=E2
2540 ANGBIE=1000
2550  FOR I=1 TO NP
2560  IF TH(I)<ANGBIE THEN ANGBIE=TH(I)
2570  NEXT I
2580 RETURN
2590 REM————————————————
2600 REM LAP(I) ET LAPmax
2610 ON NP GOTO 2710,2620,2660,2670
2620 OA1=.5*PA*PMB(2)/(PMB(1)+PMB(2))
2630 OA2=.5*PB*PMB(1)/(PMB(1)+PMB(2))
2640 LAP(1)=D1C-OA1:LAP(2)=E1-D1C-OA2
2650 GOTO 2680
2660 GOSUB 10550:GOTO 2680  ' Calcul de LAP pour 3 Pieux
2670 GOSUB 10830  ' Calcul de LAP pour 4 Pieux
```



```
2680 LAP=0:FOR I5=1 TO NP
2690 IF LAP(I5)>LAP THEN LAP=LAP(I5)
2700 NEXT I5
2710 RETURN
2720 REM————————————————
2730 REM Angles TH(I) , Forces  T(I)  et F(I)
2740 FOR I6=1 TO NP
2750 TH(I6)=ATN(Z/LAP(I6))
2760 NEXT I6
2770 IF NP=2 THEN GOSUB 10960:GOTO 2800    ' Calcul T(I) et F(I)
2780 IF NP=3 THEN GOSUB 10680:GOTO 2800
2790 IF NP=4 THEN GOSUB 10900
2800 RETURN
2810 REM————————————————
2820 REM Semelle sur 2 Pieux
2830 GOSUB 3010   ' Dimensions et Charges
2840 U1=PM(1)*F(1):U2=PM(2)*F(2)          ' ELU
2850 IF U1<U2 THEN U1=U2
2860 AINFX=U1/SU
2870 U1=PMAS(1)*F(1):U2=PMAS(2)*F(2)    ' ELS
2880 IF U1<U2 THEN U1=U2
2890 U3=U1/SLS
2900 IF U3>AINFX THEN AINFX=U3
2910 U1=-PMI(1)*D1C/.9/D/SU
2920 U2=-PMI(2)*(E1-D1C)/.9/D/SU
2930 IF ASUPX<U1 THEN ASUPX=U1
2940 IF ASUPX<U2 THEN ASUPX=U2
2950 GOSUB 10320  ' Verification Contraintes dans les Bielles
2960 GOSUB 4660  ' Torsion
2970 GOSUB 1790   ' Aciers Minimum et Transversaux
2980 GOSUB 4460   ' Poinconnement
2990 GOSUB 7770 ' Ferraillage et Resultats
3000 RETURN
3010 REM————————————————
3020 REM Calcul des Hauteurs et des Charges
3030 ICOUR=0
3040 GOSUB 1940    ' Dimensions E1 , E2 , A , B , Hprovi , PPROprovis
3050 GOSUB 3540    ' Charges Maxi-Mini
3060 GOSUB 2600    ' LAP(I) et LAP
3070 Z=1.3*LAP
3080 GOSUB 3330   ' Calcul H
3090 HCONS=H
3100 IF HLU=0 THEN H=INT(H*100+.9)/100:D=H-ENRA:GOTO 3180
3110 ICOUR=1
3120 HMIN=ENR+DELTA+(H-ENRA-DELTA)/1.3
3130 H=HLU:D=H-ENRA
3140 GOSUB 10090    ' Verification H
3150 PPRO=H*AIRE*PSPEC
3160 Z=H-DELTA-ENRA
3170 GOSUB 3330     ' Calcul H
3180 PPRO=AIRE*H*PSPEC
3190 PPMIN=PPMIN+PPRO/NP:PPMAX=PPMAX+PPRO/NP
3200 PMXS=PMXS+PPRO/NP:PMIS=PMIS+PPRO/NP
3210  FOR I5=1 TO NP
3220  PMAS(I5)=PMAS(I5)+PPRO/NP
3230  PMIS(I5)=PMIS(I5)+PPRO/NP
3240  PM(I5)=PM(I5)+PPRO/NP*1.35
3250  PMI(I5)=PMI(I5)+PPRO/NP
3260  NEXT I5
```

```
3270 FOR I=1 TO NP
3280 SIGPIEU(I)=PM(I)/SP(I)
3290 NEXT I
3300 GOSUB 3920   ' Verification Soulevement
3310 GOSUB 2440   ' Coffrage et Volume
3320 RETURN
3330 REM-----------------------------------------------
3340 REM Calcul TH(I) , T(I) , F(I) , DELTA , H , PPRO
3350   FOR I8=1 TO 3   ' 3 Tours d'Appeoximations
3360   GOSUB 2720  (TH(I) , T(I) , F(I)
3370   GOSUB 3400  ' DELTA , H , PPRO
3380   NEXT I8
3390 RETURN
3400 REM-----------------------------------------------
3410 REM Calcul de DELTA , PPRO, H
3420 TR=0
3430   FOR I9=1 TO NP
3440   U1=(PM(I9)+PPRO/NP*1.35)/UB(I9)/TAN(TH(I9))
3450   IF U1>TR THEN TR=U1
3460   U1=(PMAS(I9)+PPRO/NP)/UB(I9)*1.45/TAN(TH(I9))
3470   IF U1>TR THEN TR=U1
3480   NEXT I9
3490 DELTA=TR/2/SBB
3500 IF ICOUR=0 THEN H=Z+DELTA+ENRA:D=H-ENRA
3510 IF ICOUR=1 THEN Z=H-DELTA-ENRA:D=H-ENRA
3520 PPRO=AIRE*H*PSPEC
3530 RETURN
3540 REM-----------------------------------------------
3550 REM Charges Maxi et Mini sur Pieux
3560 H1=H
3570 IF H(KN)>.1 THEN H1=H(KN)
3580 FOR I5=1 TO NP:PM(I5)=0:PMI(I5)=1000:PMAS(I5)=0:PMIS(I5)=1000:NEXT I5
3590 PMA=0:PPMAX=0:PPMIN=1000:PMXS=0:PMIS=1000
3600   FOR I1=1 TO NCH
3610   IF PABR(KN,I1)>PMA THEN PMA=PABR(KN,I1)  ' Charge Maxi sur poteau
3620   ON NP GOTO 3630,3650,3680,3720
3630   U(1)=PABR(KN,I1)
3640   GOTO 3760
3650   U(1)=(1-D1C/E1)*PABR(KN,I1)-CAR(KN,I1)/E1-WVA(KN,I1)*H1/E1
3660   U(2)=D1C/E1*PABR(KN,I1)+CAR(KN,I1)/E1+WVA(KN,I1)*H1/E1
3670   GOTO 3760
3680 U(1) = .5 * PABR(KN,I1) * (1-D1C/E3) - (CAR(KN,I1) + WVA(KN,I1) * H1) / E3 - (CBR(KN,I1) + WVB(KN,I1)
* H1) / E1
3690    U(2) = .5 * PABR(KN,I1) * (1-D1C/E3) - (CAR(KN,I1) + WVA(KN,I1) * H1) / E3 + (CBR(KN,I1) +
WVB(KN,I1) * H1) / E1
3700   U(3)=PABR(KN,I1)*D1C/E3+(CAR(KN,I1)+WVA(KN,I1)*H1)/E3
3710   GOTO 3760
3720   U(1) = PABR(KN,I1) / NP - (CAR(KN,I1) + WVA(KN,I1) * H1) / E1 / 2 +  (CBR(KN,I1) + WVB(KN,I1) *
H1) / E2 / 2
3730   U(2) = PABR(KN,I1) / NP + (CAR(KN,I1) + WVA(KN,I1) * H1) / E1 / 2  + (CBR(KN,I1) + WVB(KN,I1) *
H1) / E2 / 2
3740   U(3) = PABR(KN,I1) / NP + (CAR(KN,I1) + WVA(KN,I1) * H1) / E1 / 2 - (CBR(KN,I1) + WVB(KN,I1) * H1)
/ E2 / 2
3750   U(4) = PABR(KN,I1) / NP - (CAR(KN,I1) + WVA(KN,I1) * H1) / E1 / 2 - (CBR(KN,I1) + WVB(KN,I1) * H1)
/ E2 / 2
3760    FOR I5=1 TO NP
3770    IF WELU(KN,I1)>1.2 AND U(I5)>PM(I5) THEN PM(I5)=U(I5)    ' Maxi ELU
3780    IF WELU(KN,I1)>1.2 AND U(I5)<PMI(I5) THEN PMI(I5)=U(I5)   'Mini ELU
3790    IF WELU(KN,I1)<1.2 AND U(I5)>PMAS(I5) THEN PMAS(I5)=U(I5)  ' Maxi ELS
3800    IF WELU(KN,I1)<1.2 AND U(I5)<PMIS(I5) THEN PMIS(I5)=U(I5)  ' Mini ELS
```



```
3810    NEXT I5
3820   NEXT I1
3830 FOR I5=1 TO NP
3840 PMB(I5)=PM(I5)
3850 IF PM(I5)>PPMAX THEN PPMAX=PM(I5)        ' Maxi ELU
3860 IF PMI(I5)<PPMIN THEN PPMIN=PMI(I5)       ' Mini ELU
3870 IF PMAS(I5)<PMXS THEN PMXS=PMAS(I5)      ' Maxi ELS
3880 IF PMIS(I5)<PMIS THEN PMIS=PMIS(I5)       ' Mini ELS
3890 NEXT I5
3900 SIGPOT=PMA/PA(KN)/PB(KN)
3910 RETURN
3920 REM-----------------------------------------------
3930 REM   Verification Soulevement des Pieux
3940 IF NP=1 THEN 4000
3950 IF PPMIN>0 AND PMIS>0  THEN 4000
3960 FOR I=1 TO NP
3970 IF PMIS(I)<0  THEN U1=PMIS(I):U$="ELS":GOSUB 4010
3980 IF PMI(I)<0  THEN U1=PMI(I):U$="ELU":GOSUB 4010
3990 NEXT I
4000 RETURN
4010 LPRINT USING"Semelle \  \ , Pieu ## , Souleve  de ###.### MN"; NOM$(KN);I;U1;
4020 LPRINT" en ";U$;
4030 LPRINT USING" , pour un Entraxe E1 =##.## m";E1;
4040 IF NP>2 THEN LPRINT USING" et E2 =##.## m";E2 ELSE LPRINT
4050 RETURN
4060 REM-----------------------------------------------
4070 REM Semelle sur 3 Pieux
4080 GOSUB 3010   ' Dimensions et Charges
4090 GOSUB 4170  ' Calcul de ACERC
4100 AINFX=.2*ACERC/B:AINFY=AINFX*B/A       ' Quadrillage
4110 GOSUB 4660  ' Torsion
4120 GOSUB 1790   ' Aciers Minimum et Transversaux
4130 GOSUB 4460   ' Poinconnement
4140 GOSUB 10320  ' Verification Contraintes dans les Bielles
4150 GOSUB 7910 ' Ferraillage et Resultats
4160 RETURN
4170 REM-----------------------------------------------
4180 REM Calcul ACERC pour 3 et 4 Pieux
4190 U1=0
4200  FOR I5=1 TO NP        ' ELU
4210  U2=PM(I5)*F(I5)
4220  IF U2>U1 THEN U1=U2
4230  NEXT I5
4240 ACERC=U1/SU
4250 U1=0
4260  FOR I5=1 TO NP        ' ELS
4270  U2=PMAS(I5)*F(I5)
4280  IF U2>U1 THEN U1=U2
4290  NEXT I5
4300 U3=U1/SLS
4310 IF U3>ACERC THEN ACERC=U3   ' Aciers de Cerces
4320 RETURN
4330 REM-----------------------------------------------
4340 REM Semelle sur 4 Pieux
4350 GOSUB 3010   ' Dimensions et Charges
4360 GOSUB 4170  ' Calcul de ACERC
4370 ACERC=.8*ACERC
4380 AINFX=.2*2.4*ACERC:AINFY=AINFX      ' Quadrillage
4390 GOSUB 10320  ' Verification Contraintes dans les Bielles
4400 GOSUB 4660  ' Torsion
```

```
4410 GOSUB 1790   ' Aciers Minimum et Transversaux
4420 GOSUB 4460   ' Poinconnement
4430 GOSUB 7910 ' Ferraillage et Resultats
4440 RETURN
4450 REM----------------------------------------------
4460 REM Poinconnement
4470 ON NP GOTO 4640,4640,4480,4560
4480 P1=PM(1)            ' 3 Pieux
4490 IF PM(2)>P1 THEN P1=PM(2)
4500 U1=D(1)+.3+(PI/2-DELTA1)*(D(1)+H)/2
4510 GOSUB 5210   ' Poinconnement
4520 U1=PM(3)
4530 U1=D(3)+.3+DELTA1*(D(1)+H)
4540 GOSUB 5210   ' Poinconnement
4550 GOTO 4640
4560 U1=0:P1=0:TAU1=0:ATST1=0:    ' 4 Pieux
4570  FOR I=1 TO NP
4580  U2=(A-E1+B-E2)/2+PI*(D(I)+H)/4
4590  IF U2>U1 THEN U1=U2
4600  P1=PM(I)
4610  GOSUB 5210
4620  NEXT I
4630 TAU=TAU1
4640 RETURN
4650 REM----------------------------------------------
4660 REM Verification de la Torsion
4670 ATORS=0
4680 ON NP GOTO 5070,4690,4820,4910
4690 MOMT=0:EFFT=0     ' 2 Pieux
4700 TAU=PPMAX/B/D:TAUP=TAU/TAUD1     ' 2 Pieux
4710  FOR I6=1 TO NCH
4720  U2=CBR(KN,I6)+WVB(KN,I6)*H(KN)
4730  U3=PABR(KN,I6)*(E1-D1C)/E1
4740  U4=PABR(KN,I6)*D1C/E1
4750  IF U4>U3 THEN U3=U4
4760  IF U2>MOMT THEN MOMT=U2:EFFT=U3
4770  NEXT I6
4780 LARG=B(KN):MOMT=MOMT/2
4790 GOSUB 5280   ' Etude de la Torsion
4800 ATORS(KN,1)=ATORS
4810 GOTO 5070
4820 MOMT=0:ATORS=0:EFFT=0       ' 3 Pieux
4830  FOR I6=1 TO NCH
4840  U2=CBR(KN,I6)+WVB(KN,I6)*H(KN)
4850  IF U2>MOMT THEN MOMT=U2:EFFT=PABR(KN,I6)*(E3-D1C)/E3
4860  NEXT I6
4870 LARG=LARG(KN)
4880 GOSUB 5280   ' Etude de la Torsion
4890 ATORS(KN,1)=ATORS
4900 GOTO 5070
4910 MOMT=0:ATORS=0:EFFT=0   ' 4 Pieux
4920  FOR I6=1 TO NCH
4930  U2=CAR(KN,I6)+WVA(KN,I6)*H(KN)
4940  IF U2>MOMT THEN MOMT=U2:EFFT=PABR(KN,I6)/2
4950  NEXT I6
4960 LARG=A(KN):MOMT=MOMT/2
4970 GOSUB 5280   ' Etude de la Torsion
4980 ATORS(KN,0)=ATORS
4990 MOMT=0:ATORS=0:EFFT=0
```



```
5000  FOR I6=1 TO NCH
5010  U2=CBR(KN,I6)+WVB(KN,I6)*H(KN):EFFT=PABR(KN,I6)/2
5020  IF U2>MOMT THEN MOMT=U2
5030  NEXT I6
5040 LARG=B(KN):MOMT=MOMT/2
5050 GOSUB 5280    ' Etude de la Torsion
5060 ATORS(KN,1)=ATORS
5070 ATORS=ATORS(KN,0)
5080 IF ATORS(KN,1)>ATORS THEN ATORS=ATORS(KN,1)
5090 IF NP=3 THEN 5150
5100 ASUPX=ASUPX+ATORS*(B-B0)
5110 ASUPY=ASUPY+ATORS*(A-B0)
5120 AINFX=AINFX+ATORS*(B-B0)
5130 AINFY=AINFY+ATORS*(A-B0)
5140 GOTO 5190
5150 ASUPX=ASUPX+ATORS
5160 ASUPY=ASUPY+ATORS
5170 AINFX=AINFX+ATORS
5180 AINFY=AINFY+ATORS
5190 AHOR=ATORS*(H-B0)
5200 RETURN
5210 IF NP=3 THEN  ROL=SQR(AINFX*AINFY)/D+2*ACERC/U1/H:GOTO 5230
5220 ROL=SQR(AINFX/B/D*AINFY/A/D)
5230 IF ROL>.015 THEN ROL=.015
5240 TAUD3=(.05+1.5*ROL)*D/H*FC/GB
5250 IF TAUD3<TAUD2 THEN TAUD3=TAUD2
5260 TAU=P1/U1/H:TAUP=TAU/TAUD3*100:TAU1=TAU
5270 RETURN
5280 REM----------------------------------------------
5290 REM Etude de la Torsion
5300 IF U2<.001 THEN 5400
5310 B0=H(KN)/6
5320 IF B0>LARG/6 THEN B0=LARG/6
5330 OMEGA=(LARG-B0)*(H(KN)-B0)
5340 PERI=2*(LARG+H(KN)-2*B0)
5350 TAUTO=MOMT/2/OMEGA/B0
5360 TAUV=EFFT/LARG/(H(KN)-ENRA)
5370 U1=SQR(TAUTO^2+TAUV^2)/TAUD1*100
5380 IF U1>TAUTO(KN) THEN TAUTO(KN)=U1
5390 ATORS=GS*MOMT/2/OMEGA/FE
5400 RETURN
5410 REM**************************************************
5420 REM Ecriture du Ferraillage en Cages en Forme de U
5430 LPRINT:LPRINT"FERRAILLAGE":LPRINT"---------"
5440 LPRINT:LPRINT"Nb  A  B  H Diam.        Aciers Cote A            Aciers Cote B"
5450 LPRINT"   m  m  m max.          mm   m     mm       mm   m     mm"
5460 LPRINT
5470  FOR IS1=1 TO KN-1
5480  IF NP=3 THEN ASUPX(IS1) = ASUPX(IS1) * C3 : ASUPY(IS1) = ASUPY(IS1) * C2 : AINFX(IS1) = AINFX(IS1)
* C3 : AINFY(IS1) = AINFY(IS1) * C2
5490  LPRINT "Semelle: ";NOM$(IS1)
5500  NSEM=NPI(IS1)
5510  A=A(IS1):B=B(IS1):H=H(IS1):D=H-ENRA
5520  NBIN=0:AS1=AINFX(IS1):A1=A:B1=B:AXY=1
5530  GOSUB 6430 ' Cote A pour Nbre de Barres
5540  NBINA=NBAR1:ACI=0:AXY=3
5550  NBIN=0:AS1=AINFY(IS1):A1=B:B1=A:GOSUB 6430:NBINB=NBAR1:ACI=0
5560  NBIN=NBINA:AS1=ASUPX(IS1):A1=A:B1=B:KSUP=1:AXY=1
5570  GOSUB 6430 ' Ferraillage Semelle Cote A
```

```
5580  NBAR4=NBAR1:PHI4=PHI:ILB4=ILB:IRET4=IRET:AXY=3:LOM1=LOM
5590  NBIN=NBINB:AS1=ASUPY(IS1):A1=B:B1=A:GOSUB 6430  ' Ferraillage Semelle Cote B
5600  DU1=DP
5610  LPRINT USING"## #.## #.## #.## #.##";NPI(IS1);A;B;H;DU1;
5620  LPRINT TAB(25);:LPRINT USING"A.Sup.=## U HA## ";NBAR4;PHI4;
5630  IF NP=3 THEN LPRINT USING"s=#.###";C3/NBAR4;:GOTO 5650
5640  LPRINT USING"x ##.##";ILB4;
5650  LPRINT USING" Croch=#### ";IRET4*1000;
5660  LPRINT USING"   ## U HA##  ";NBAR1;PHI;
5670  IF NP=3 THEN LPRINT USING"s=#.###";C2/NBAR1;:GOTO 5690
5680  LPRINT USING"x ##.##";ILB;
5690  LPRINT USING"  Croch=#### ";IRET*1000
5700  IF NP=3 THEN LPRINT TAB(33);:LPRINT USING"Long. Moy.=##.### m              Long.Moy.=##.###
m";LOM1;LOM
5710  AS1=AINFX(IS1):A1=A:B1=B:KSUP=0:AXY=1
5720  NBIN=NBINA:GOSUB 6430  ' Ferraillage Semelle Cote A
5730  NBAR4=NBAR1:PHI4=PHI:ILB4=ILB:IRET4=IRET:AXY=3:LOM1=LOM
5740  NBIN=NBINB:AS1=AINFY(IS1):A1=B:B1=A:GOSUB 6430   ' Ferraillage Semelle Cote B
5750 -  IF NP=2 THEN LPRINT TAB(19);:LPRINT USING"#.##  ";D1(IS1,2);
5760  LPRINT TAB(25);:LPRINT USING"A.Inf.=## U HA## ";NBAR4;PHI4;
5770  IF NP=3 THEN LPRINT USING"s=#.###";C3/NBAR4;:GOTO 5790
5780  LPRINT USING"x ##.##";ILB4;
5790  LPRINT USING" Croch=#### ";IRET4*1000;
5800  LPRINT USING"   ## U HA##  ";NBAR1;PHI;
5810  IF NP=3 THEN LPRINT USING"s=#.###";C2/NBAR1;:GOTO 5840
5820  LPRINT USING"x ##.##";ILB;
5830  LPRINT USING"  Croch=#### ";IRET*1000
5840 IF NP=3 THEN LPRINT TAB(33);:LPRINT USING"Long. Moy.=##.### m              Long.Moy.=##.###
m";LOM1;LOM
5850  AHOR=AHOR(IS1)
5860  ICER=0:GOSUB 6050     ' Cadres
5870  LPRINT TAB(20);
5880  LPRINT USING"Cadres Hor.=  ## HA## x ##.##";NCA;PHIT;LCA;
5890  IF NP=3 THEN LPRINT:GOTO 5910
5900  LPRINT USING"  (##.### x ##.###)";A-2*ENR;B-2*ENR;
5910  IF NP<3 THEN LPRINT USING"        Densite=###.## kg/m3";ACI/VOLS(IS1) :GOTO 5990
5920  AHOR=ACERC(IS1)
5930  ICER=1:GOSUB 6050  'Cerces
5940  LPRINT TAB(20);
5950  LPRINT USING"CERCES HOR.=  ## HA## x ##.##";NCA;PHIT;LCA;
5960  IF NP=3 THEN LPRINT"                 ";:GOTO 5980
5970  LPRINT USING"  (##.### x ##.###)";A-2*ENR;B-2*ENR;
5980  LPRINT USING"     Densite=###.## kg/m3";ACI/VOLS(IS1)
5990  ACI(IS1)=ACI(IS1)+ACI
6000  IF ATORS(IS1,0)>.01 THEN LPRINT USING"     AJOUTER Aciers de Torsion (Moment d'Axe Parallele a
Oy) = ###.## cm2/m";ATORS(IS1,0)
6010  IF ATORS(IS1,1)>.01 THEN LPRINT USING"     AJOUTER Aciers de Torsion (Moment d'Axe Parallele a
Ox) = ###.## cm2/m";ATORS(IS1,1)
6020  GOSUB 6290       ' Ancrages Verifies ?
6030  NEXT IS1
6040 RETURN
6050 REM------------------------------------
6060 REM Calcul des Cadres
6070 NCA=INT(H/.25+.7)-1
6080 IF NCA<2 THEN NCA=2
6090 NC17=NCA:NC18=NCA:N10=8
6100 IF ICER=1 THEN NC17=1:NC18=12
6110 FOR NCA=NC17 TO NC18
6120  FOR I5=1 TO N10
6130  J6=I5
6140  IF PI*NCA*DIO(I5)^2/4>AHOR THEN 6180
6150  NEXT I5
6160 NEXT NCA
6170 N10=10:GOTO 6110
6180 PHIT=DIO(J6):RM=DM2(J6)/2
6190 IF PHIT>.014 AND ICER=0 THEN NCA=NCA+1:GOTO 6120
6200 LCA=2*(A+B-4*ENR)-8*(RM+PHIT)+2.5*PI*(RM+.5*PHIT)+20*PHIT
6210 IF NP=3 THEN CV=.07:LCA=(A-CV+C1-CV)*2+B-CV+C-CV+60*PHIT
6220 LCA=INT(LCA*100+1)/100
6230 U1=LCA*PHIT^2*NCA
6240 ACI=ACI+U1*PI/4*7850
6250 DSEM=ACI/A/B/H
6260 L9=LCA:D9=PHIT:N9=NCA:GOSUB 9320  ' Liste par Diametres
6270 PHIT=PHIT*1000
6280 RETURN
6290 REM Calcul des Ancrages d'Aciers de Poteau en Flexion Composee pour 1 Pieu
6300 IF NP>1 THEN 6420
6310 FOR ICH=1 TO NCH
6320 IF WELU(IS1,ICH)<1.1 THEN 6410
6330 E0=ABS(CAR(IS1,ICH)+WVA(IS1,ICH)*H)/PABR(IS1,ICH)
6340 E01=ABS(CBR(IS1,ICH)+WVB(IS1,ICH)*H)/PABR(IS1,ICH)
6350 IF E0 <.1*PA AND E01<.1*PB THEN 6410
6360 U18=PA:IF U18>PB THEN U18=PB
6370 U19=H-.1-((D(1)-U18)/2-.07+ENR)
6380 LPRINT "Retourner les Aciers de Poteau en Bas de Semelle et les Aciers de Pieu en Haut de Semelle"
6390 LPRINT USING"si la Longueur de Scellement Droit Necessaire est Superieure a #### mm";U19*1000
6400 LPRINT
6410 NEXT ICH
6420 RETURN
6430 REM------------------------------------
6440 REM Calcul des Aciers Semelle: Phi, Longueur, Crochet (PHImm,ILB,IRET)
6450 N1=INT(4*B1+.8):N2=INT(10*B1+.8)
6460 XLAM=5:IP1=2:IP2=8
6470 AMA=1000
6480 AC=AS1
6490 IF NBIN>0 THEN N1=NBIN:N2=NBIN
6500  FOR I1=N1 TO N2
6510  FOR I2=IP1 TO IP2
6520  U1=I1*PI*DIO(I2)^2/4
6530  IF U1<AC/TOL THEN 6560
6540  IF U1>AMA THEN 6570
6550  AMA=U1:NBAR1=I1:PHI=DIO(I2):RM=DM1(I2)/2:GOTO 6570
6560  NEXT I2
6570  NEXT I1
6580 IF AMA<990 THEN 6660
6590 U2=N2*DIO(IP2)^2/4*PI*10000
6600 IF IP2<10 THEN 6650
6610 LPRINT USING"Section ###.## cm2/m Impossible a Satisfaire";AC*10000
6620 LPRINT USING"avec ## Barres de ## mm (###.## cm2/m)";N2;DIO(IP2)*1000;U2
6630 PHI=0:NBAR1=0
6640 GOTO 6800
6650 N2=INT(10*B1+.95):IP2=10:GOTO 6470
6660 IF NBIN=0 THEN 6800
6670 IF KSUP=1 THEN CRO=H-2*ENR ELSE CRO=20*PHI
6680 U1=A1-2*ENR-2*RM-2*PHI+PI*(RM+.5*PHI)+2*(CRO-RM-PHI)
6690 IF NP<3 OR NP>3 THEN 6730
6700 IF AXY<2 THEN ILM=VOLS(IS1)/H(IS1)/C3(IS1)
6710 IF AXY>2 THEN ILM=VOLS(IS1)/H(IS1)/C2(IS1)
```

```
6720 U1=ILM-2*ENR-2*RM-2*PHI+PI*(RM+.5*PHI)+2*(CRO-RM-PHI)
6730 LOM=U1
6740 ILB=INT(U1*50+1)/50
6750 IRET=CRO+(ILB-U1)/2
6760 U1=NBAR1*ILB*PHI^2
6770 ACI=ACI+U1*PI/4*7850
6780 L9=ILB:D9=PHI:N9=NBAR1:GOSUB 9320
6790 PHI=PHI*1000
6800 RETURN
6810 REM-----------------------------------------
6820 REM Lecture des Donnees Generales
6830 PRINT"Voulez-Vous Lire les Donnees:"
6840 PRINT"    1 = sur l'Ecran,"
6850 PRINT"    2 =  sous Forme de DATA en Fin de Programme ,"
6860 INPUT" = ";IECR
6870 IF IECR=2 THEN READ FE,FC,FISS:GOTO 6910
6880 INPUT "Limite Elastique des Acier (MPa) fe=";FE
6890 INPUT"Resistance Caracteristique du Beton  de Semelle(MPa) fc28=";FC
6900 INPUT"Fissuration peu Prejud.=0, Prejud.=1, Tres Prej.=2 : ";FISS
6910 FT=.06*FC+.6
6920 SU=FE/GS
6930 SBB=.8*FC/GB
6940 SB=.85*FC/GB
6950 U1=SQR(1.6*FT)
6960 SLS=FE
6970 TAUD1=.2*FC/GB
6980 IF FISS=1 THEN SLS=110*U1:TAUD1=.15*FC/GB          ' Cisaillement
6990 IF FISS=2 THEN SLS=90*U1:TAUD1=.15*FC/GB
7000 TAUD2=.045*FC/GB          ' Poinconnement
7010 LD=FE/5.4/FT      ' Longueur de Scellement Droit
7020 RETURN
7030 REM Lecture du Titre General
7040 IF IECR=2 THEN READ TITRE$ ELSE PRINT:INPUT"Titre de l'Etude =";TITRE$
7050 RETURN
7060 REM-----------------------------------------
7070 REM Ecriture des Donnees Generales
7080 LPRINT:LPRINT"******************************"
7090 LPRINT USING" Beton:  fc28 = ##.## MPa ";FC
7100 LPRINT USING"         ft28 = ##.## MPa ";FT
7110 LPRINT USING"         sbu  = ##.## MPa ";SB
7120 LPRINT USING"         tau  = ##.## MPa ";TAUD1;:LPRINT" en Cisaillement"
7130 LPRINT USING"         tau  = ##.## MPa ";TAUD2;:LPRINT" en Poinconnement (hors Aciers Inferieurs)"
7140 LPRINT USING" Acier:  fe   = ###.# MPa ";FE
7150 LPRINT USING"         su   = ###.# MPa ";SU
7160 LPRINT USING"         sels = ###.# MPa ";SLS
7170 LPRINT USING"          ld = ###.# Phi ";LD
7180 LPRINT "******************************"
7190 LPRINT
7200 RETURN
7210 REM-----------------------------------------
7220 REM Titre de Semelle sur 1 Pieu
7230 LPRINT:LPRINT"SEMELLES SUR UN PIEU"
7240 LPRINT"===================="
7250 LPRINT:LPRINT"Nom  Nb  A  B  H   Diam.  Aciers Inf.  Aciers Sup.  Ac.Hor. SigPot SigPieu Eff.Pieu"
7260 LPRINT"        m   m   m     m   cm2  cm2  cm2  cm2   cm2   MPa  MPa  MN"
7270 LPRINT
7280 RETURN
7290 REM-----------------------------------------
7300 REM Titre de Semelle sur 2 Pieux
7310 LPRINT"SEMELLES SUR DEUX PIEUX"
7320 LPRINT"======================="
7330 LPRINT:LPRINT"Nom  Nb  A/B   H  D1/D2 d1/d2  Asup/Ainf Ainter At/s  Tau SigPo SigPie SigBie Angle Eff.Pieux"
7340 LPRINT"        m    m    m    m     cm2    cm2  cm2/m  MPa  MPa  Mpa   %   mini    MN"
7350 LPRINT
7360 RETURN
7370 REM-----------------------------------------
7380 REM Titre de Semelle sur 3 Pieux
7390 LPRINT"SEMELLES SUR TROIS PIEUX"
7400 LPRINT"========================"
7410 LPRINT:LPRINT"Nom  Nb  A/B   H  Diam. Ecart.  Quadsup Ainter  At/s  Tau SigPo SigPie SigBie Angle Eff. Pieux"
7420 LPRINT"        m    m    m    m   Quadinf Cerces cm2/m  MPa  MPa  Mpa   %   Bielle   MN"
7430 LPRINT TAB(36);"cm2/m    cm2";TAB(58);"%";TAB(81);"Mini"
7440 RETURN
7450 REM-----------------------------------------
7460 REM Titre de Semelle sur 4 Pieux
7470 LPRINT"SEMELLES SUR QUATRE PIEUX"
7480 LPRINT"========================="
7490 LPRINT:LPRINT"Nom  Nb  A/B   H  Diam. Ecart.  Quadsup Ainter   At/s  Tau SigPo SigPie SigBie Angle Eff.Pieux"
7500 LPRINT"        m    m    m    m   Quadinf Cerces cm2/m  MPa  MPa  Mpa   %   Bielle   MN"
7510 LPRINT TAB(37);"cm2    cm2";TAB(58);"%";TAB(81);"Mini"
7520 RETURN
7530 REM-----------------------------------------
7540 REM Message pour Aciers de Moments
7550 U0=0:U1=0
7560   FOR I4=1 TO NCH
7570   U2=(CAR(KN,I4)+WVA(KN,I4)*H(KN))/PABR(KN,I4)/PA(KN)
7580   U3=(CBR(KN,I4)+WVB(KN,I4)*H(KN))/PABR(KN,I4)/PB(KN)
7590   IF ABS(U2)>U0 THEN U0=ABS(U2)
7600   IF ABS(U3)>U1 THEN U1=ABS(U3)
7610   NEXT I4
7620 ON NP GOTO 7630,7640,7670,7670
7630 IF U0>.1 OR U1>.1 THEN GOSUB 7690 ELSE 7680
7640 IF U1>.1 THEN GOSUB 7690
7650 IF U0>.1 THEN GOSUB 7700
7660 GOTO 7680
7670 IF U0>.1 OR U1>.1 THEN GOSUB  7700
7680 RETURN
7690 LPRINT"ATTENTION: Verifier que les Aciers de Poteau recouvrent les Aciers de Pieux plus (Diametre - Cote Poteau - 6 cm)":RETURN
7700 LPRINT"ATTENTION: Retourner les Aciers de Poteau en Bas de Semelle et les Aciers de pieux en Haut de Semelle":RETURN
7710 REM 1 Pieu-----------------
7720 LPRINT USING"\      \";NOM$(KN);
7730 LPRINT USING"##  ##.## ##.## ##.##  ###.## ###.## ###.## "; IP;A;B;H;D1(KN,1);AINFX*F4;AINFY*F4;
7740      LPRINT      USING"###.##      ###.##           ###.##                    ##.##          ##.##    ##.###";
ASUPX*F4;ASUPY*F4;AHOR*F4;SIGPOT;SIGPIEU(1);PM(1)
7750 AINFX(KN)=AINFX:AINFY(KN)=AINFY:ASUPX(KN)=ASUPX: ASUPY(KN)=ASUPY:AHOR(KN)=AHOR
7760 RETURN
7770 REM 2 Pieux-----------------
7780 LPRINT USING"\  \";NOM$(KN);:LPRINT USING"## ##.## ##.## ##.##"; IP;A;H;D1(KN,1);
7790 LPRINT USING" ##.##   ###.## ";D1C;ASUPX*F4;
7800 LPRINT USING"###.## ##.##  #.## ##.## ##.##"; AHOR*F4;ATST*F4;TAU;SIGPOT;SIGPIEU(1);
7810 LPRINT USING" ###%  ###deg.  ##.###";PCBC;ANGBIE*180/PI;PM(1)
7820 LPRINT USING"      #.##     ##.## ##.##";B;D1(KN,2);E1-D1C;
7830 LPRINT USING"   ###.##              ";AINFX*F4;
```

```
7840 IF TAUTO(KN)<.01 THEN LPRINT USING" ###%";TAU*100/TAUD1; ELSE LPRINT"    ";
7850 IF TAUTO(KN)>.01 THEN LPRINT USING" #.##";TAUTO(KN)/100*TAUD1; ELSE LPRINT"    ";
7860 LPRINT USING" ##.## ###%        ###.###";SIGPIEU(2);PCBP;PM(2)
7870 IF TAUTO(KN)>.01 THEN LPRINT TAB(55);:LPRINT USING" ###%";TAUTO(KN)
7880 AINFX(KN)=AINFX:AINFY(KN)=ATST*A/2
7890 ASUPX(KN)=ASUPX:ASUPY(KN)=ATST*A/2:AHOR(KN)=AHOR
7900 RETURN
7910 REM 3 et 4 Pieux-----------------
7920 LPRINT USING"\  \";NOM$(KN);:LPRINT USING"## ##.## ##.## ##.##" ;IP;A;H;D1(KN,1);
7930 LPRINT USING" ##.##   ###.## ";E1;ASUPX*F4;
7940 LPRINT USING"###.## ##.##  #.## ##.## ##.##" ;AHOR*F4;ATST*F4;TAU;SIGPOT;SIGPIEU(1);
7950 LPRINT USING" ###%  ###deg.  ##.###";PCBC;ANGBIE*180/PI;PM(1)
7960 LPRINT USING"       #.##      ##.## ##.##";B;D1(KN,2);E2;
7970  LPRINT  USING"     ###.##    ###.##            ###%            ##.##  ###%                ###.###"
;AINFX*F4;ACERC*F4;TAUP;SIGPIEU(2);PCBP;PM(2)
7980 LPRINT TAB(20);:LPRINT USING"##.##";D1(KN,3);
7990 IF NP=3 THEN LPRINT USING" ##.##";E3; ELSE LPRINT"    ";
8000 IF TAUTO(KN)>.01 THEN LPRINT USING"                  ###%";TAUTO(KN);
8010 LPRINT TAB(67);:LPRINT USING"##.##             ##.###";SIGPIEU(3);PM(3)
8020  IF  NP=4  THEN  LPRINT  TAB(20);:LPRINT  USING"##.##";D1(KN,4);:LPRINT  TAB(67);:LPRINT
USING"##.##            ##.###";SIGPIEU(4);PM(4)
8030 IF NP=3 THEN LPRINT USING"       C=##.###    C1=##.###    C2=##.###    C3=##.### m";C;C1;C2;C3
8040 AINFX(KN)=AINFX
8050 AINFY(KN)=AINFY
8060 ACERC(KN)=ACERC
8070 ASUPX(KN)=ASUPX:ASUPY(KN)=ASUPY:AHOR(KN)=AHOR
8080 RETURN
8090 REM--------------------------------
8100 REM Titre Metre
8110 LPRINT:LPRINT"METRE":LPRINT"=====":LPRINT "Nom des   Nbre  Nbre        SEMELLE   (L'UNITE)"
8120 LPRINT"Semelles  Sem. Pieux   BETON   ACIER  COFFRAGE   DENSITE"
8130 LPRINT"                 m3     kg      m2     kg/m3"
8140 RETURN
8150 REM--------------------------------
8160 REM Tableau des Aciers par Diametres
8170 LPRINT:LPRINT"TABLEAU DES DIAMETRES":LPRINT"--------------"
8180 U2=0:LPRINT"Diametre";
8190  FOR I=1 TO 10:LPRINT USING"  ##### ";DIO(I)*1000;:NEXT I
8200 LPRINT:LPRINT"Longueur";
8210 FOR I=1 TO 10:LPRINT USING"  ####.#";XL(I);:NEXT I
8220 LPRINT:LPRINT"   Poids";
8230  FOR I=1 TO 10
8240  U1=DIO(I)^2*PI/4*7850*XL(I):U2=U2+U1
8250  LPRINT USING"  ####.#";U1;:NEXT I
8260 LPRINT:LPRINT:LPRINT USING"Poids Total = ######.# kg";U2
8270 RETURN
8280 REM--------------------------------
8290 REM Sortie Metre
8300  FOR IN=1 TO KN-1
8310  NSEM=NPI(IN)
8320  VOLS=VOLS(IN)
8330  ACI=ACI(IN)
8340  COFS=COFS(IN)
8350  IF VOLS>0 THEN DENS=ACI/VOLS
8360    LPRINT  USING"\           \";NOM$(IN);:LPRINT  USING" ##       ##      ###.###  #####.#    ###.###
###.##";NSEM;NP;VOLS;ACI;COFS;DENS
8370  TNSEM=TNSEM+NSEM:TVOLS=TVOLS+VOLS*NSEM
8380  TCOFS=TCOFS+COFS*NSEM
8390  TACI=TACI+ACI*NSEM
```



```
8400  TPIEU=TPIEU+NP*NSEM
8410  NEXT IN
8420 REM Total du Metre
8430 LPRINT
8440 LPRINT "Total    ";
8450 LPRINT USING"###  ### ####.### #####.# ####.###   ###.##" ;TNSEM;TPIEU;TVOLS;TACI;TCOFS;TACI/
TVOLS
8460 TNSEM=0:TPIEU=0:TVOLS=0:TACI=0:TCOFS=0
8470 GOSUB 8150 ' Tableau des Aciers par Diametre
8480 RETURN
8490 REM--------------------------------
8500 REM Repetition des Donnees
8510 LPRINT:LPRINT"Rappel des Donnees":LPRINT"=================="
8520 GOSUB 7060 ' Donnees Generales
8530 LPRINT:LPRINT
8540 LPRINT"Nom      Semelles     Poteaux   Charges (MN)  Moments (MNm)    Eff.Hor.(MN)"
8550 LPRINT"        A      B      a     b      N        Ma      Mb    Ha    Hb"
8560 LPRINT
8570  FOR I=1 TO KN
8580  IF WELU(I,1)>1 THEN ELUS$="ELU" ELSE ELUS$="ELS"
8590  LPRINT NOM$(I);TAB(6);
8600  IF NOM$="FIN" OR NOM$="F" THEN 8700
8610  IF A(I)=0 THEN 8700
8620  LPRINT USING" ##.### ##.###  #.###  #.###"; A(I);B(I);PA(I);PB(I);
8630          LPRINT   USING"          ##.###              ##.###       ##.###       ##.###    ##.###
";PABR(I,1);CAR(I,1);CBR(I,1);WVA(I,1);WVB(I,1);:LPRINT ELUS$
8640   FOR J=2 TO NTCH
8650   IF WELU(I,J)>1 THEN ELUS$="ELU" ELSE ELUS$="ELS"
8660   IF PABR(I,J)=0 THEN 8690
8670        LPRINT  TAB(37);:LPRINT  USING"       ##.###            ##.###    ##.###    ##.###  ##.###   "
;PABR(I,J);CAR(I,J);CBR(I,J);WVA(I,J);WVB(I,J);:LPRINT ELUS$
8680   NEXT J
8690  NEXT I
8700 RETURN
8710 REM--------------------------------
8720 REM Traction dans les Pieux
8730 FOR I1=1 TO NP
8740 IF P2(I1)>=0 THEN 8770
8750 LPRINT:LPRINT USING"Traction de ##.### MN dans le Pieu #";-P2(I1);I1
8760 LPRINT USING"Prevoir des Aciers en Attente dans le Pieu de #.## m de Longueur";H-.05
8770 NEXT I1
8780 RETURN
8790 REM--------------------------------
8800 REM Contraintes Beton des Bielles Depassees
8810 U1=(PB/B)^2:CLO=4-20/3*SQR(U1)+32/9*U1
8820 IF CLO<1 THEN CLO=1
8830 IF CLO>3.3 THEN CLO=3.3
8840 IF PCBP<100*TOL THEN 8870
8850 LPRINT USING"Contrainte dans la Bielle, Cote Pieu Depassee  :##.## > ##.## MPa" ;SBP;.8*FC/GB
8860 LPRINT USING"En Tenant Compte de l'Effet de Charge Localisee, la Contrainte Relative devient
###%";PCBP/CLO
8870 IF PCBC<100*TOL THEN 8900
8880 LPRINT USING"Contrainte dans la Bielle, Cote Poteau Depassee :##.## > ##.## MPa" ;SBC;1.3*FC/GB
8890 LPRINT USING"En Tenant Compte de l'Effet de Charge Localisee, la Contrainte Relative devient
###%";PCBC/CLO
8900 IF PCBC1<100*TOL THEN 8930
8910 LPRINT USING"Contrainte dans la Bielle, Cote Poteau Depassee :##.## > ##.## MPa";SBC1;.8*FC/GB
8920 LPRINT USING"En Tenant Compte de l'Effet de Charge Localisee, la Contrainte Relative devient
###%";PCBC1/CLO
```

```
8930 RETURN
8940 REM----------------------------------------------
8950 REM Lecture des Charges
8960 ELU=1.35:RELI=0:NCH=0
8970 IF IECR=1 THEN PRINT:PRINT"E.L.U.":PRINT"-----"
8980  FOR ICH=1 TO NTCH
8990  IF IECR=1 THEN 9050
9000  READ U(0)
9010  IF U(0)=0 THEN 9130
9020  READ U(1),U(2):U(3)=0:U(4)=0
9030  IF H(KN)>.1 THEN READ U(3),U(4)
9040  GOTO 9100
9050  IF H(KN)>.1 THEN  INPUT"N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) , Va(MN) , Vb(MN) =" ;CL$
9060  IF H(KN)<.1 THEN  INPUT"N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) =";CL$
9070  GOSUB 1300   ' Lecture en Format Libre
9080  IF U(0)=0 THEN 9130
9090  IF U(0)<0 THEN RELI=1:GOTO 9310
9100  NCH=NCH+1:PABR(KN,NCH)=U(0):CAR(KN,NCH)=U(1):CBR(KN,NCH)=U(2)
9110  WVA(KN,NCH)=U(3):WVB(KN,NCH)=U(4):WELU(KN,NCH)=ELU
9120  NEXT ICH
9130 ELU=1
9140 IF IECR=1 THEN PRINT:PRINT"E.L.S.":PRINT"-----"
9150  FOR ICH=1 TO NTCH
9160  IF IECR=1 THEN 9220
9170  READ U(0)
9180  IF U(0)=0 THEN 9300
9190  READ U(1),U(2)
9200  IF H(KN)>.1 THEN READ U(3),U(4)
9210  GOTO 9270
9220  IF H(KN)>.1 THEN INPUT"N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm) , Va(MN) , Vb(MN) =" ;CL$
9230  IF H(KN)<.1 THEN INPUT"N(MN) , Ma(MNm) , Mb(MNm)=";CL$
9240  GOSUB 1300   ' Lecture en Format Libre
9250  IF U(0)=0 THEN 9300
9260  IF U(0)<0 THEN RELI=1:GOTO 9310
9270  NCH=NCH+1:PABR(KN,NCH)=U(0):CAR(KN,NCH)=U(1):CBR(KN,NCH)=U(2)
9280  WVA(KN,NCH)=U(3):WVB(KN,NCH)=U(4):WELU(KN,NCH)=ELU
9290  NEXT ICH
9300 PABR(KN,NCH+1)=0
9310 RETURN
9320 REM----------------------------------------------
9330 REM Tableau des Longueurs de Barres
9340 REM Donnees: Longueur L9, Diametre D9, Nombre N9, NSEM semelles
9350   FOR I9=1 TO 10
9360   IF D9=DIO(I9) THEN XL(I9)=XL(I9)+N9*L9*NSEM
9370   NEXT I9
9380 RETURN
9390 REM----------------------------------------------
9400 REM Cotes de la Semelle sur 3 Pieux
9410 D1=D(1):D2=D(2)
9420 BETA=ATN(E1/2/E3)
9430 IF D1=D2 THEN GAMA=0:GOTO 9450
9440 GAMA=ATN(1/SQR((2*E2/(D1-D2))^2-1))
9450 DELTA1=BETA-GAMA
9460 XE=(D1/2+DST)*SIN(DELTA1)
9470 YE=-(D1/2+DST)*COS(DELTA1)
9480 ALP1=TAN(DELTA1)
9490 BET1=YE-ALP1*XE
9500 XG=-D1/2-DST
9510 YG=ALP1*XG+BET1
```



```
9520 XC=(E1/2-BET1)/ALP1
9530 YC=E1/2
9540 XJ=D2/2+DST+E3
9550 YJ=E1/2
9560 XB=XJ
9570 YB=ALP1*XB+BET1
9580 PHI=PI/4-DELTA1/2:PHI5=PHI
9590 ALP2=-TAN(PHI)
9600 XK=-(D1/2+DST)*SIN(PHI)
9610 YK=-(D1/2+DST)*COS(PHI)
9620 ALP2=-TAN(PHI)
9630 BET2=YK-ALP2*XK
9640 GOSUB 9920
9650 XF=X:YF=Y
9660 XH=XG
9670 YH=YK*2-YF
9680 LJC=XC-XJ
9690 LJB=YJ-YB
9700 A=SQR((XF-XB)^2+(YF-YB)^2)
9710 C1=2*SQR((XF-XK)^2+(YF-YK)^2)
9720 C=E1-2*YB
9730 B=E1-2*YH
9740 C2=XB-XG
9750 C3=E1-2*YF
9760 U1=LJC*LJB
9770 LFK=C1/2
9780 LKG=SQR((XG-XK)^2+(YG-YK)^2)
9790 U1=LFK*LKG*2+U1
9800 C2(KN)=C2:C3(KN)=C3
9810 AIRE=(XC-XG)*(YC-YG)-U1
9820 COFS(KN)=(2*(A+C1)+B+C)
9830 VOLS(KN)=AIRE
9840 A=INT(1000*A+.9)/1000
9850 B=INT(1000*B+.9)/1000
9860 C=INT(1000*C+.9)/1000
9870 C1=INT(1000*C1+.9)/1000
9880 C2=INT(1000*C2+.9)/1000
9890 C3=INT(1000*C3+.9)/1000
9900 LARG(KN)=E1/E3*(D1C+.3+(D(1)*(E3-D1C)+D(3)*D1C)/2/E3)
9910 RETURN
9920 REM Coordonnees de l'Intersection de Deux Droites
9930 X=(BET2-BET1)/(ALP1-ALP2)
9940 Y=ALP1*X+BET1
9950 RETURN
9960 REM----------------------------------------------
9970 REM Verification des Dimensions Minimum
9980 IF E1>EMIN1-.01 THEN 10030
9990 PRINT USING"Entre Axes des Pieux Lu : E1 =##.### m";E1
10000 PRINT USING"Entre Axes Minimum  des Pieux     =##.### m";EMIN1
10010 INPUT"Nouvelle Valeur pour E1 (sinon =0) =";U1
10020 IF U1>.02 THEN E1=U1
10030 IF E2>EMIN2-.01 THEN 10080
10040 PRINT USING"Entre Axes des Pieux Lu : E2 =##.### m";E2
10050 PRINT USING"Entre Axes Minimum des Pieux     =##.### m";EMIN2
10060 INPUT"Nouvelle Valeur pour E2 (sinon =0) =";U1
10070 IF U1>.02 THEN E1=U1
10080 RETURN
10090 IF H>HCONS-.01 THEN 10150
10100 PRINT USING"Hauteur H  Lue      =##.### m";H
```

```
10110 PRINT USING"Hauteur H Conseillee =##.### m";HCONS
10120 PRINT USING"Hauteur H Minimum    =##.### m";HMIN
10130 INPUT"Nouvelle Valeur pour H (sinon =0) =";U1
10140 IF U1>.02 THEN H=U1
10150 H=INT(H*100+.9)/100
10160 D=H-ENRA
10170 RETURN
10180 IF A>AMIN-.01 THEN 10230
10190 PRINT USING"Longueur A  Lue    =##.### m";A
10200 PRINT USING"Longueur A Minimum =##.### m";AMIN
10210 INPUT"Nouvelle Valeur pour A (sinon =0) =";U1
10220 IF U1>.02 THEN A=U1
10230 IF NP=3 THEN 10290
10240 IF B>BMIN-.01 THEN 10290
10250 PRINT USING"Longueur B  Lue    =##.### m";B
10260 PRINT USING"Longueur B Minimum =##.### m";BMIN
10270 INPUT"Nouvelle Valeur pour B (sinon =0) =";U1
10280 IF U1>.02 THEN B=U1
10290 A=INT(A*100+.9)/100
10300 B=INT(B*100+.9)/100
10310 RETURN
10320 REM------------------------------------------------
10330 REM Verification des Contraintes des Bielles
10340 PMAX=PMB(1)
10350   FOR I1=2 TO NP
10360   IF PMB(I1)>PMAX THEN PMAX=PMB(I1)
10370   NEXT I1
10380 SBP=0:SBC=0:ANGBIE=1000:SBC1=0:U2=0
10390   FOR I1=1 TO NP
10400   IF ANGBIE>TH(I1) THEN ANGBIE=TH(I1)
10410   THS=SIN(TH(I1))^2
10420   U1=PMB(I1)/SP(I1)/THS
10430   IF U1>SBP THEN SBP=U1
10440   U2=PMB(I1)/PA/PB+U2
10450   U1=PMB(I1)/PA/PB/THS
10460   IF U1>SBC THEN SBC=U1
10470   NEXT I1
10480 SBC1=U2                    ' IF U2>SBC1 THEN SBC1=U2
10490 PCBP=SBP*GB/.8/FC*100     ' Dans le Pieu
10500 PCBC=SBC*GB/.8/FC*100    ' Dans le Poteau
10510 PCBC1=SBC1*GB/1.3/FC*100 ' Dans le Poteau, Somme des Efforts de Bielles
10520 GOSUB 8790    ' Ecritures
10530 RETURN
10540 REM------------------------------------------------
10550 REM Angles Phi  et LAP  pour Trois Pieux
10560 OAX1=.15*PA:OAY1=.26*PB
10570 OAX2=.28*PA:OAY2=0
10580 X1=-D1C:Y1=-E1/2
10590 X2=E3-D1C:Y2=0
10600 X3=-OAX1:Y3=-OAY1
10610 GOSUB 10760:PH1=PHI
10620 X2=-D1C:Y2=E1/2:GOSUB 10760:PH2=PHI
10630 LAP(1)=SQR((X3-X1)^2+(Y3-Y1)^2)
10640 LAP(3)=E3-D1C-OAX2
10650 LAP(2)=LAP(1)
10660 RETURN
10670 REM------------------------------------------------
10680 REM : T(I)  et F(I)  pour 3 Pieux
10690 PH3=PH1+PH2:PHI=PH2
```



```
10700 IF PH1>PHI THEN PHI=PH1
10710 T(1)=1/TAN(TH(1)):T(2)=T(1):T(3)=1/TAN(TH(3))
10720 F(1)=T(1)*SIN(PHI)/SIN(PH3):F(2)=F(1)
10730 PH1=PI/2-PH3:PH2=PH1:PH3=2*PH1
10740 F(3)=1/TAN(TH(3))*SIN(PH1)/SIN(PH3)
10750 RETURN
10760 IF X1=X2 THEN U1=PI/2:GOTO 10780
10770 U1=ATN((Y2-Y1)/(X2-X1))
10780 IF X3=X1 THEN U2=PI/2:GOTO 10800
10790 U2=ATN((Y3-Y1)/(X3-X1))
10800 PHI=ABS(U1-U2)
10810 RETURN
10820 REM------------------------------------------------
10830 REM LAP pour Quatre Pieux
10840 X1=E1/2:Y1=E2/2
10850 OAX1=.25*PA:OAY1=.25*PB
10860 X3=OAX1:Y3=OAY1
10870 LAP(1)=SQR((X3-X1)^2+(Y3-Y1)^2)
10880 LAP(2)=LAP(1):LAP(3)=LAP(1):LAP(4)=LAP(1)
10890 RETURN
10900 REM : T(I)  et F(I) pour 4 Pieux
10910   FOR I6=1 TO NP:
10920   T(I6)=1/TAN(TH(I6))
10930   F(I6)=T(I6)/SQR(2)
10940   NEXT I6
10950 RETURN
10960 REM  : T(I)  et F(I)  pour 2 Pieux
10970 T(1)=1/TAN(TH(1)):F(1)=T(1)
10980 T(2)=1/TAN(TH(2)):F(2)=T(2)
10990 RETURN
11000 REM Donnees de Base: Diametres des Barres, Diametres des Mandrins de Cintrage
11010 DATA .006,.008,.010,.012,.014,.016,.020,.025,.032,.040
11020 DATA .07,.07,.10,.10,.15,.15,.20,.25,.30,.40
11030 DATA .04,.05,.07,.07,.10,.15
11040 REM=========================================================================
11050 REM    --- ECRIRE LES DONNEES CI-APRES ---
11060 DATA 500,25,0
11070 DATA Batiment A
11080 DATA 2
11090 DATA S24
11100 DATA 4,0.5,0.5,0.6,0,0,0,0,0,0
11110 DATA 3,0,0
11120 DATA 0
11130 DATA 0
11140 DATA S25
11150 DATA 1,0.5,0.5,0.6,0,0,0,0,0,0
11160 DATA 3,0.4,0
11170 DATA 0
11180 DATA 0
11190 DATA F
11200 DATA Batiment A
11210 DATA 4
11220 DATA S44
11230 DATA 2,0.7,0.7,0.6,0,0,0,0,0,0,0,0
11240 DATA 7,0,0
11250 DATA 0
11260 DATA 0
11270 DATA F
11280 DATA FIN
```

10. LONGRINES

Les longrines sont des poutres, en général en béton armé, qui sont coulées sur le sol et qui relient des fondations superficielles ou des semelles sur pieux (Fig. 8 ci-dessus).
Leur rôle est de transmettre les efforts de traction ou de compression pouvant exister entre les fondations. Accessoirement, elles peuvent jouer le rôle de poutre pour reprendre des charges verticales ou des moments.

10.1. Longrines de liaison

Pour éviter ou limiter les déplacements horizontaux des fondations, on peut avoir intérêt à les lier par les longrines qui travaillent en tirant ou en buton.
Elles sont absolument nécessaires en construction parasismique où elles jouent le rôle de chaînage dans les deux directions (Fig. 35).

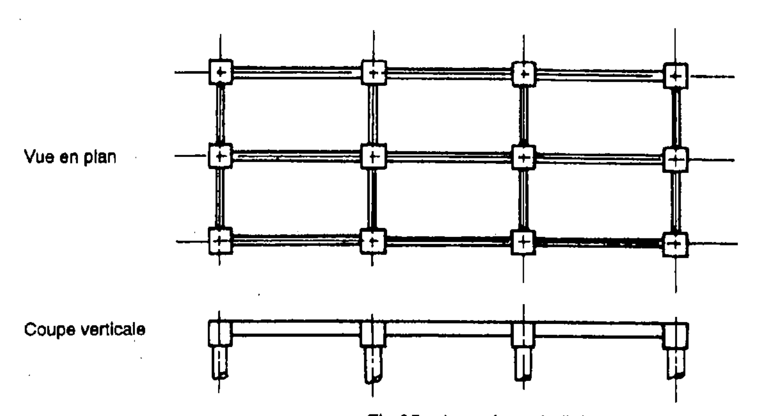


Fig.35 – Longrines de liaison en zone sismique.

Pour les constructions en zone non-sismique, on peut se contenter de bloquer les fondations dans un seul sens pour une direction donnée (Fig. 36).

Remarque

En cas de traction, il ne faut pas oublier de faire recouvrir, à travers la semelle, les aciers des deux longrines.

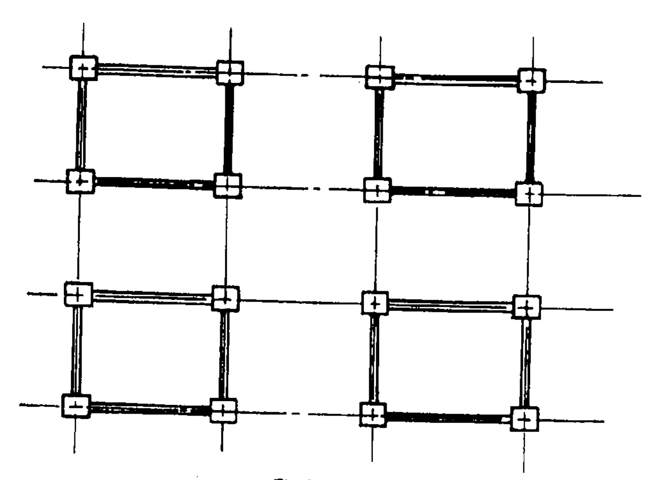


Fig.36 – Longrines de liaison en zone non-sismique

S'il existe un dallage avec un joint sec autour des poteaux, il peut jouer de rôle de buton et limite la nécessité de disposer des longrines que lorsque les efforts horizontaux sont importants.
Pour les fondations sur pieux, les efforts de traction ou de compression dans les longrines, peuvent être déterminés comme indiqué en 8.2 ci-dessus.
Pour les fondations superficielles, la butée autour des semelles est en général suffisante sans qu'il soit nécessaire de transmettre un complément d'effort aux semelles voisines et il est rarement nécessaire de disposer de longrines de liaison (en zone non-sismique).

10.2. Longrines de redressement

Lorsque des moments sont apportés par le poteau sur la semelle superficielle ou en tête de pieu et que ces dernières ne peuvent les reprendre, il peut être nécessaire de reprendre ces moments ou une fraction de ces moments par une poutre au prorata de sa rigidité par rapport à celle de la fondation.
La rigidité de la longrine valant I / (3L) pour une longrine articulée à son autre extrémité ou I / (4L) si elle y est encastrée.
Voir un exemple dans le chapitre 4 « Fondations superficielles » article 6. Ces longrines sont particulièrement recommandées pour les semelles sur un pieu avec ou sans moment, compte tenu de la tolérance sur l'excentricité par rapport à l'axe théorique.

10.3. Longrines porteuses

Les longrines décrites précédemment sont supposées être non-porteuses, c'est-à-dire non-flexibles. Pour cela, il peut être nécessaire de disposer d'un espace vide entre le dallage et la longrine pour éviter d'appliquer des charges à cette dernière.

Dans le cas contraire, les longrines sont calculées en flexion simple - ou en flexion composée en cas d'effort axial - sur deux appuis (les semelles), ou sur sol élastique si l'on est assuré de la qualité du terrain sur lequel elles sont coulées.
On n'oubliera pas de disposer d'un béton de propreté de 50 mm d'épaisseur.

11. PAROIS MOULÉES

Les parois moulées sont des pieux rectangulaires de longueur égale à plusieurs (1 à 6) fois leur épaisseur. Elles sont alors appelées barettes et ont un rôle porteur.
Ou bien elles sont de grande longueur et ont principalement un rôle de soutènement et accessoirement un rôle porteur.
Elles sont réalisées au moyen d'une benne ou d'une fraise, excavant la terre au moyen d'une boue en général bentonitique qui a la caractéristique de maintenir stable la paroi de la tranchée.
Elles sont soit coulées sur place, soit préfabriquées et descendues dans la tranchée maintenue stable par la boue.
La profondeur des parois peut varier de 12 m (seuil économique) à 50 m en général - bien que l'on ait réalisé des parois de plus de 100 m de profondeur.
Leurs longueurs sont fonction du périmètre de la fouille. Leurs épaisseurs varient de 0,50 m à 1,50 m (voire plus si nécessaire).
Le mode de réalisation par panneaux alternés de longueur limitée (2,50 m à 3 m) fait que les efforts horizontaux appliqués sur un panneau peuvent être répartis sur les panneaux voisins (reprise de l'effort tranchant par clavage), mais il en est pas de même pour la flexion - il est difficile de disposer de grandes quantités d'armatures liant un panneau avec ses voisins - ni pour les efforts verticaux pour la même raison.
Si l'on veut répartir une charge concentrée importante en tête, il convient de réaliser un sommier - c'est-à-dire une poutre en tête - qui intéressera les panneaux voisins et que l'on peut calculer comme une semelle rectangulaire superficielle.
La paroi peut être circulaire et dans ce cas elle est autostable (record 105 m de diamètre pour 12 m de profondeur). En général, la paroi est plane.
Elle est calculée en phase de chantier et en phase définitive comme une poutre continue sur des appuis qui sont des tirants, des planchers ou un encastrement dans le sol en pied de paroi, soumise à des poussées des terres et de l'eau éventuellement.

EXEMPLE : Soit à calculer une paroi moulée de 15 m de hauteur, 0,60 m d'épaisseur recevant en phase définitive une charge verticale permanente G = 1,26 MN/m et une charge variable Q = 0,48 MN/m. Le sol a un angle de frottement interne φ = 25°, une cohésion nulle et un module de réaction k = 60 MPa/m.
Les différentes phases de construction sont décrites sur la figure 37.

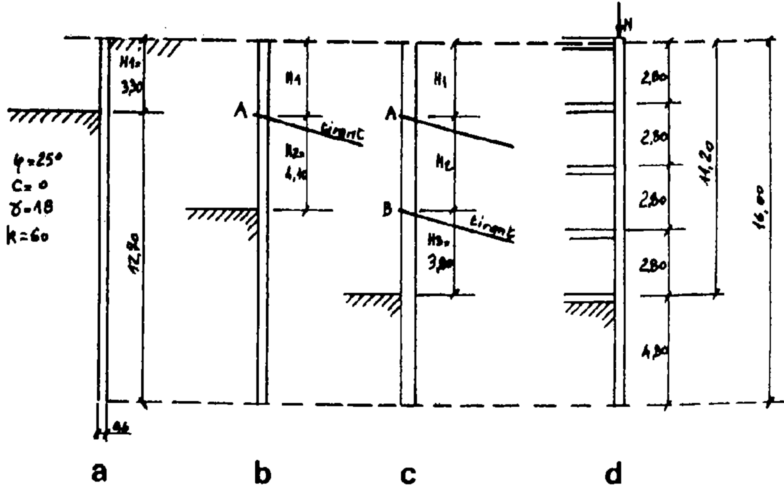


Fig.37 – Phases de construction
a – Phase d'exécution : terrassement 1° phase, porte-à-faux de longueur H_1
b – Phase d'exécution : mise en place d'un premier lit de tirants à la profondeur H_1, 2° phase de terrassement jusqu'à la profondeur $H_1 + H_2$
c – Phase d'exécution : mise en place d'un 2° lit de tirants à la profondeur $H_1 + H_2$, 3° phase de terrassement jusqu'au fond de fouille, à la profondeur $H_1 + H_2 + H_3$
d – Phase définitive : butonnage de la paroi par les planchers de sous-sol.

11.1. Calcul simplifié des poussées des terres et des moments de flexion

Si on admet une poussée suivant Coulomb, on a, pour un seul type de terrain, un coefficient de poussée égal à :
$K_a = tg^2(\pi/4 - \varphi/2) = 0,406$ et une poussée à la profondeur h égale à : $p = K_a\,\gamma\,h = 7,308\,h$

Cas a (Fig. 38)

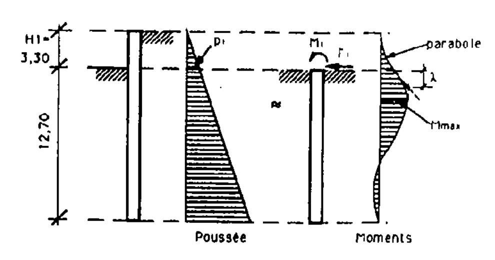


Fig.38 – Première phase de terrassement

La paroi est équivalente à un pieu articulé en tête, situé sous la côte H_1, soumis à un effort horizontal $F_1 = 0,5\ p\ H_1 = 0,5 \times 7,308 \times 3,32 = 39,8$ kN/m et à un moment en tête $M_1 = F_1\ H_1 / 3 = 43,77$ kNm/m.
On utilisera le programme « PIEUHOR » avec les données suivantes :
longueur : 12,70 m, largeur : 1 m, épaisseur : 0,60 m.
Nous trouvons en résultat un moment maximum $M_{max} = 58,32$ kNm/m.
Ce moment est le même que celui d'une poutre console fictive de portée L_1 telle que :
$7,308\ L_1^3 / 6 = M_{max} = 58,32$ d'où $L_1 = 3,631$ m.
La longueur d'encastrement vaut $\lambda = L_1 - H_1 = 3,631 - 3,3 = 0,331$ m.

Cas b (Fig. 39)

La poutre verticale peut être considérée comme simplement appuyée en A et encastrée élastiquement en B.

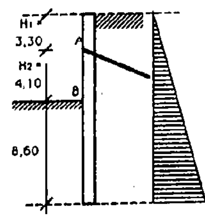


Fig.39 – Phase 1

Fig.40 – Cas a – Poutre équivalente

En première approche, on peut considérer la même longueur d'encastrement que ci-dessus ; on a ainsi une poutre d'une travée et d'une console de portée $4,10 + \lambda = 4,431$ m et 3,30 m respectivement (Fig.40)
Un calcul de poutre continue, programme « POCO » par exemple, donne les résultats suivants :
$M_A = -43,8$ kNm/m ; $M_{B'} = -79,3$ kNm/m
$M_{tAB'} = 37,4$ kNm/m maximum en travée.

Cas c (Fig.41)

Le même raisonnement donne les résultats suivants :

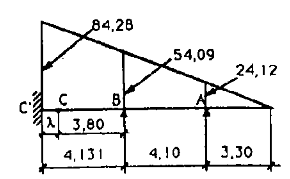


Fig. 41 – Cas b – Poutre équivalente

$M_A = -43,8$ kNm/m ; $M_B = -76,2$ kNm/m ; $M_{C'} = -111,1$ kNm/m
$M_{tAB} = 22,2$ kNm/m maximum en travée AB
$M_{tBC'} = 53,9$ kNm/m maximum en travée BC'.

Cas d (Fig.42)

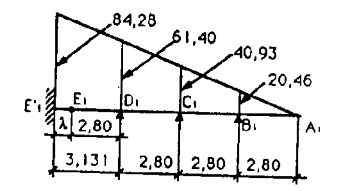


Fig.42 – Cas d – Poutre équivalente

$M_{A1} = 0$ kNm/m
$M_{B1} = -13,9$ kNm/m
$M_{C1} = -24,8$ kNm/m
$M_{D1} = -47,3$ kNm/m
$M_{E'1} = -66,1$ kNm/m
$M_{tA1B1} = 3,4$ kNm/m maximum en travée A_1B_1
$M_{tB1C1} = 10,8$ kNm/m maximum en travée B_1C_1
$M_{tC1D1} = 14,4$ kNm/m maximum en travée C_1D_1
$M_{tD1E'1} = 32,6$ kNm/m maximum en travée $D_1E'_1$

11.2. Vérification des sections les plus sollicitées en ELU

11.2.1. En phase de construction en flexion simple

Le moment maximum vaut $M_u = 1,35 \times 111,1 = 150$ kNm/m (poussées des terres = charges de longue durée et limitées).
Soit un moment réduit $\mu = M_u / (b\ d^2\ \sigma_{bu}) = 0,15 / (1 \times 0,62 \times 14,17) = 0,0294$
Bras de levier $z = 0,5\ d\ (1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,51$ m avec $d = h - 0,07 - 0,01 = 0,52$ m
d'où la section d'acier nécessaire :
$A_s = M_u / (z\ \sigma_s) = 0,15 \times 10^4 / (0,51 \times 500 / 1,15) = 6,76$ cm²/m

11.2.2. En phase définitive en flexion composée

$N_{min} = N_g = 1,26$ MN/m
$N_{max} = 1,35\ N_g + 1,5\ N_q = 2,421$ MN/m
Moment maximum = 66,1 MNm/m
Le moment par rapport aux aciers tendus vaut :
$M_1 = M + N_{max}\ (d - h / 2) = 0,0661 + 2,421\ (0,52 - 0,30) = 0,599$ MNm/m
Moment réduit = 0,117 < 0,39 OK
La section d'acier nécessaire sera inférieure à la précédente car elle correspond à un moment en flexion composée de compression inférieur.

SEMELLES SUR PIEUX SOUS CHARGE P, SANS MOMENT

a et b = côtés du poteau — e = entre axe des pieux — d = hauteur utile
D = diamètre du pieu — $d = z + \delta$ — Béton : $\sigma_b = 0{,}85 f_{c28} / \gamma_b$
$\alpha = 1 - a/(2e)$ — $\alpha' = 1 - \sqrt{ab} / (2e)$ pour 3 et 4 pieux

	Semelle sur 2 pieux symétriques	Semelle sur 3 pieux en triangle équilatéral	Semelle sur 4 pieux en carré
e mini z mini z conseillé	$e = 3$ D $0{,}5\ (e - 0{,}5\ a)$ $0{,}65\ (e - 0{,}5\ a)$	$e = 3$ D $0{,}58\ (e - 0{,}5\ \sqrt{ab})$ $0{,}75\ (e - 0{,}5\ \sqrt{ab})$	$e = 3$ D $0{,}71\ (e - 0{,}5\ \sqrt{ab})$ $0{,}92\ (e - 0{,}5\ \sqrt{ab})$
Efforts T de traction dans les aciers	*Tirant :* $T = P\ \alpha\ e / (4z)$	1) *Cerces + quadrillage :* $T_c = P\ \alpha'\ e / (9z)$ $(T = T_c)$ $T_q = 0{,}2\ T_c$	1) *Cerces + quadrillage ou barres de côté + quadr :* $T_c = P'\ \alpha'\ e / (8z)$ $(T = T_c)$ $T_q = 2{,}4\ (P - P')\alpha'\ e/(8z)$ P' entre 0,75 P et 0,85 P
		2) *Cerces + médianes :* $T_c = P'\ \alpha'\ e / (9z)$ $(T = T_c\ P / P')$ $T_m = (P - P')\alpha'\ e\sqrt{3} /(9z)$ avec P' compris entre 2 P/3 et 4 P/5	2) *Cerces + diagonales ou barres de côté + diagonal. :* $T_c = P\ \alpha\ e / (8z)$ $(T = T_c\ P / P')$ $T_d = (P - P')\alpha\ e\sqrt{2} /(8z)$ avec P' compris entre 0,5 P et 0,65 P
d =	$d = z + T / (2\ b\ \sigma_b)$	$d = z + T / (2\ \sqrt{ab}\ \sigma_b)$	$d = z + T / (2\ \sqrt{ab}\ \sigma_b)$
h =	$h = d + 0{,}05$ m	$h = d + 0{,}05$ m	$h = d + 0{,}05$ m

MÉTHODE BLEVOT-FREMY [14]

a = côté du poteau — e = entre axe des pieux — d = hauteur utile — $\alpha = 1 - a/(2e)$

	Semelle sur 2 pieux	Semelle sur 3 pieux	Semelle sur 4 pieux
d mini d conseillé	$0{,}5\ (e - a / 2)$ $0{,}7\ (e - a / 2)$	$0{,}580\ (e - a / 2)$ $0{,}825\ (e - a / 2)$	$0{,}71\ (e - a / 2)$ $(e - a / 2)$
Efforts de traction dans les aciers	*Tirant :* $T = 1{,}15 P\ \alpha\ e/(4d)$ (Blévot) $T = Pe[1 - a^2/(3e^2)] / (4d)$ (Frémy)	1) *Cerces + quadrillage :* $T_c = P\ \alpha\ e /(9d)$ $T_q = 0{,}2\ T_c$	1) *Cerces + quadrillage ou barres de côté + quadr :* $T_c = P'\alpha\ e /(8d)$ $T_q = 2{,}4\ (P - P')\alpha\ e/(8d)$ P' entre 0,75 P et 0,85 P
		2) *Cerces + médianes :* $T_c = P'\ \alpha\ e /(9d)$ $T_m = (P - P')\ \alpha\ e\sqrt{3} /(9d)$ avec P' compris entre 2 P/3 et 4 P/5	2) *Cerces + diagonales ou barres de côté + diagonal. :* $T_c = P\alpha\ e /(8d)$ $Td = (P - P')\alpha\ e\sqrt{2} /(8d)$ avec P' compris entre 0,5 P et 0,65 P

BIBLIOGRAPHIE

[1] Fascicule 62 du Cahier des Clauses Techniques Générales (CCTG) - Règles Techniques de Conception et de Calcul des Fondations des Ouvrages de Génie Civil - Journal Officiel.

[2] Fascicule 68 du CCTG - Exécution des Travaux de Fondations des Ouvrages de Génie Civil - Journal Officiel.

[3] D.T.U. 13.2 - Travaux de Fondations profondes pour le Bâtiment - CSTB.

[4] D.T.U. 13.11 - Fondations superficielles - Cahier des Clauses Techniques - CSTB.

[5] Techniques de l'Ingénieur - F. BOURGES et R. FRANK - Fondations Profondes » - 1989.

[6] La Pratique des Sols et Fondations - G. FILLIAT - Éditions du Moniteur du BTP - 1980 - 1416 p.

[7] Pile Foundations Analysis and Design -H.G. POULOS & E.H. DAVIS - John Wiley & Sons - New-York - 1980 - 397 p.

[8] Fondations Profondes - Actes du Colloque ENPC - 19/21 mai 1991 - Presses de l'ENPC - 1991.

[9] Procédés Généraux de Construction - Fondations et Ouvrages d'art - J. MATHIVAT et Y. FENOUX - Cours de l'ENPC - Eyrolles - 1983.

[10] Fondations spéciales et reprises en sous-œuvre - M. FORNI - Eyrolles - 172 p. - 1981.

[11] Fondations et soutènements - J. PUTATI - Eyrolles - 324 p. - 1979.

[12] Fondations et ouvrages en terre - G. PHILIPPONNAT - Eyrolles - 402 p. - 1980.

[13] Problèmes pratiques de mécanique des sols et fondations - G. SANGLERAT et G. OLIVARI - Dunod - 272 p. - 1990.

[14] Semelles sur pieux - Méthodes de calcul, compte-rendu d'essais, dispositions constructives - J. BLEVOT et R. FREMY - Annales de l'ITBTP - Février 1967.

[15] Tables de poussée et de butée - J. KERISEL et E. ABSI - Presses de l'ENPC - 1990.

[16] Éléments de mécanique des sols - F. SCHLOSSER - Presses de l'ENPC - 1989.

[17] Exercices de mécanique des sols - F. SCHLOSSER - Presses de l'ENPC - 1989.

[18] Interactions sol-structures - Actes de colloque - Presses de l'ENPC - 1987.

[19] La réglementation française et étrangère en géotechnique - Actes de colloque - Presses de l'ENPC - 1987.

[20] Les constructeurs et les risques du sol - J. CATZ - Ed. du Moniteur - 1985 - 298 p.

[21] Le gel et son action sur les sols et fondations - M. DYSLI - Presses Romandes (Lausanne) - 1991 - 260 p.

6. DALLES

1. LES PLANCHERS

On appelle planchers l'ensemble des éléments horizontaux de la structure d'un bâtiment destiné à reprendre les charges d'exploitation ou autres charges permanentes (cloisons, chapes, revêtements,...) et à les transmettre sur des éléments porteurs verticaux (poteaux, voiles, murs).
Les planchers peuvent être constitués d'un ou de plusieurs des éléments suivants :
- dalles,
- nervures ou poutrelles,
- poutres,
- linteaux.

Exemples de planchers

- plancher-dalle, sans poutres, ni nervures (Fig.1),
- plancher à poutres dans une direction et dalles portant dans la direction perpendiculaire (Fig.2),
- plancher à poutres croisées perpendiculaires et dalle portant dans deux directions (Fig.3),
- plancher à poutres parallèles dans une direction, nervures (ou poutrelles) perpendiculaires aux poutres, et dalle portant dans la direction perpendiculaire aux nervures (Fig.4).

Voir aussi chapitre 3, article 7.1.

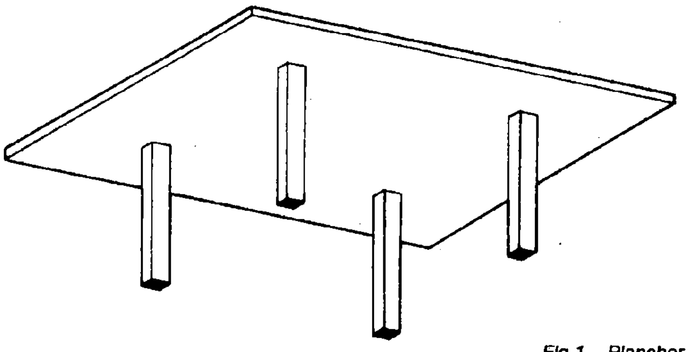


Fig.1 – Plancher-dalle

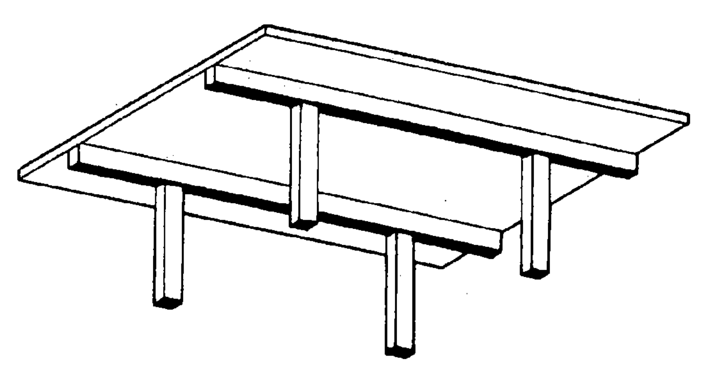


Fig.2 – Plancher à poutres dans une direction

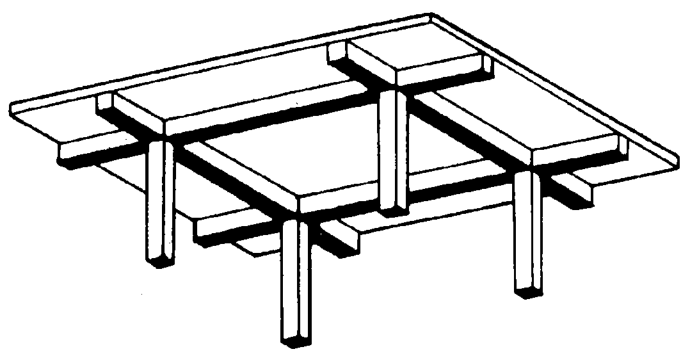


Fig.3 – Plancher à poutres croisées

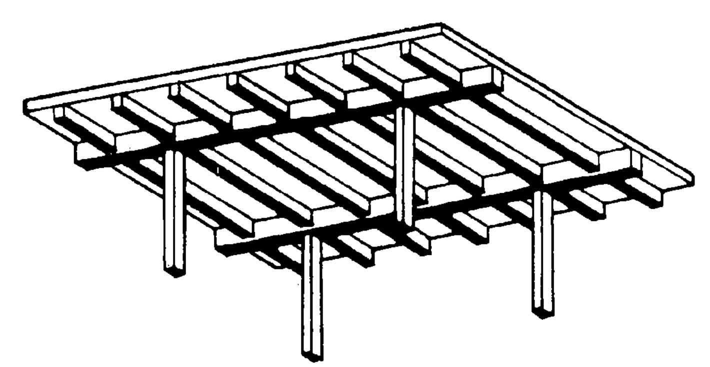


Fig.4 – Plancher nervuré

2. LES DALLES

Une dalle est un élément porteur, généralement horizontal, dont deux dimensions sont grandes par rapport à la troisième que l'on appelle épaisseur.
Une dalle peut avoir une forme quelconque, être d'épaisseur variable. Cependant, les dalles les plus courantes sont rectangulaires et d'épaisseur constante.
Suivant la nature de leurs appuis, on peut distinguer :
- les dalles portant dans une direction, où les appuis sont en général parallèles. Ces dalles sont improprement appelées « dalles sur deux appuis », alors que dans le cas où elles sont continues sur plusieurs travées, il y a plus de deux appuis. Les appuis peuvent être des poutres, des murs ou des voiles,
- les dalles portant dans deux directions, improprement appelées « dalles sur quatre appuis »,
- les dalles portant sur des appuis ponctuels, tels les planchers-dalles.

On appelle plancher nervuré ou dalle nervurée, l'ensemble d'une dalle de faible épaisseur et de nervures parallèles et rapprochées, de l'ordre de 0,50 m à 2 m d'entre axes de nervures.
On appelle plancher-caisson, l'ensemble d'une dalle de faible épaisseur et de nervures croisées perpendiculaires et peu espacées, de 0,50 m à 1,50 m d'entre axes de nervures.
Les dalles sur sol élastique sont étudiées à la fin du chapitre 4.

2.1. Généralités – Deux méthodes de calcul

2.1.1. Dans le domaine élastique

La relation entre la déformée $w(x,y)$ et la charge appliquée $p(x,y)$ a été établie par LAGRANGE :

$$\Delta\Delta w = -\frac{p(x,y)}{D} \qquad (1)$$

où Δ représente l'opérateur laplacien $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

soit $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p(x,y)}{D}$

D = raideur de la dalle = $\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

E = module d'Young du matériau constitutif de la dalle,
ν = son coefficient de Poisson,
h = épaissseur de la dalle.
Dans le plan (x,y), Navier a proposé une solution de l'équation différentielle (1), pour le cas particulier d'une dalle rectangulaire articulée sur ses 4 côtés, par une double série de sinus.
De même, pour le cas de dalle rectangulaire ayant deux bords opposés articulés et les deux autres pouvant être encastrés, articulés ou libres, Maurice Lévy a proposée une solution de l'équation (1) par une série de Fourier produit de sinus et d'un polynome de fonctions hyperboliques.
Enfin, pour des dalles circulaires soumises à un chargement de révolution, l'équation (1) est intégrable ; elle se ramène à une équation différentielle du quatrième ordre avec une seule variable.

2.1.2. Dans le domaine post-élastique

L'expérience montre que, dès l'apparition d'une rotule au point le plus sollicité, la fissure se propage en ligne droite jusqu'à atteindre une intersection de lignes d'appui.
Cette méthode suppose donc que la plaque se « casse » en plusieurs panneaux de forme polygonale qui restent plans (ou quasi plans, car on peut les considérer comme des plaques appuyées sur leur pourtour). La ligne de rupture (ou fissure) est le siège d'un moment résistant constant qui est fonction de la quantité d'acier traversant la fissure.

2.2. Dalles rectangulaires portant dans une seule direction (« dite dalles sur deux appuis »)

Une dalle rectangulaire est définie par son épaisseur h, sa longueur L, sa largeur b.
Une dalle est dite « sur deux appuis » lorsque le moment de flexion dans une direction est prépondérant par rapport à celui de l'autre direction. Les anglo-saxons appellent ce type de dalles : « one-way slab ».
Pour une **poutre rectangulaire** $b \times h$ sur deux appuis simples, soumise à un chargement perpendiculaire à la face supérieure, la fibre supérieure à mi-travée est comprimée dans le sens longitudinal ; elle se raccourcit de $\varepsilon = \sigma_b / E_b$ sous l'action de la contrainte de compression σ_b.
On observe un gonflement transversal égal à $\nu\,\varepsilon$ (Fig.5), ν représente le coefficient de Poisson que l'on peut prendre égal à 0,2 pour un béton non fissuré.

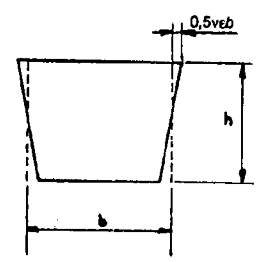


Fig.5 – Déformations de la section transversale d'une poutre

A cet allongement transversal de la fibre supérieure correspond un raccourcissement de la fibre transversale inférieure, et donc une rotation de la face latérale (ou joue) de la poutre. Cette rotation vaut $\nu\,\varepsilon\, b / h$.
Dans le cas d'une **dalle**, ou b est grand par rapport à h, cette rotation transversale - qui correspondrait à une courbure transversale - est gênée et la dalle reste plate dans le sens transversal, sauf peut-être près des bords libres.
Cette gêne se traduit par une compression transversale en fibre supérieure et une traction en fibre inférieure.
La présence d'acier en partie inférieure ne peut empêcher le phénomène, car il y a traction dans le béton sans allongement ; il ne peut donc y avoir traction dans l'acier. Comme la fibre inférieure n'est pas plus longue après chargement qu'avant, l'acier transversal ne subit pas de traction générale, mais uniquement une alternance équilibrée de tractions au droit des fissures et de compressions entre les fissures.
La règle habituelle qui consiste à disposer une armature transversale de répartition égale au quart de la section d'acier longitudinal ne tire donc pas son origine d'un coefficient de Poisson égal à 0,25.
En béton armé (Règles BAEL 91), on prendra un coefficient de Poisson égal à 0,20 pour le calcul des déformations et un coefficient nul pour la vérification des contraintes ou des résistances.
En effet, en supposant la section non fissurée avec $\nu = 0{,}20$, un calcul en ELS conduit à des moments transversaux par rapport aux moments longitudinaux, plus importants qu'en ELU (voir tableau en 3.1 ci-après) et donc à un ferraillage transversal plus important en ELS qu'en ELU. Cet excès d'acier est donc inutile pour la résistance de la dalle.
Or comme l'état-limite de service qui nous intéresse est celui des déformations et non celui des résistances, on prendra $\nu = 0{,}20$ pour la vérification des déformations et $\nu = 0$ pour le vérification des contraintes en ELS.

2.2.1. Dalle soumise à une charge uniforme transversalement

Le calcul s'effectue comme pour une poutre avec un coefficient de Poisson nul pour les moments.
Pour la vérification des déformations en ELS avec $\nu = 0$, on pourra utiliser le programme « DALLRECT ».

2.2.2. *Dalle soumise à un chargement quelconque : charges partielles, linéaires ou concentrées*

Le calcul doit tenir compte d'un moment transversal de répartition des charges.
Pour une charge concentrée, par exemple, on constate que cette répartition transversale revient à supposer cette charge répartie sur une certaine largeur b' qui engendrerait le même moment maximum par unité de largeur.
En première approximation, on peut retenir la règle conservatoire suivante : on prend une largeur d'application b' égale à la largeur de la charge majorée de l'épaisseur de la dalle et de la distance de cette charge à l'appui le plus proche (Fig.6) :

$$b' = b_o + h + L_1$$

Fig.6 – Charge concentrée sur dalle.

Pour plus de précision, on pourra utiliser le programme « NAVIER » en donnant une largeur suffisamment grande pour que les deux extrémités appuyées soient sans influence sur les points calculés.

EXEMPLE : Dalle de 4 m de portée, 12 m de largeur, 0,16 m d'épaisseur, recevant une charge concentrée de 20 kN appliquée sur un carré de 0,10 m x 0,10 m , situé au quart de la portée, à mi-largeur.
La méthode simple énoncée ci-dessus donne :
- moment total M = 20 kN x 1,00 m x 3,00 m / 4 = 15,0 kNm
- largeur de calcul b' = 0,10 m + 0,16 m + 1,00 m = 1,26 m
- moment par mètre de largeur = 15 / 1,26 = 11,90 kNm/m.

Le programme « NAVIER » donne les résultats suivants :
- moment maximum au droit de la charge = 0,00459 MNm/m = 4,59 kNm/m.

On constate que la valeur donnée par la méthode approchée (15,73) est très supérieure à la valeur exacte (4,59).

Remarque

Le programme « NAVIER » est valable pour des dalles appuyées sur quatre côtés articulés. Cependant, dans notre exemple, les bords libres transversaux sont à une distance égale à 1,5 fois la portée ; on peut en négliger l'influence.

2.2.3. *Application numérique (Fig.7)*

Soit une dalle portant dans une direction de deux travées de 5 m, de largeur b = 4 m, recevant une charge uniforme pondérée en ELU p_u = 12 kN/m² et d'épaisseur h = 0,20 m, la résistance du béton est de 25 MPa et la limite élastique des aciers de 500 MPa.
La hauteur utile vaut d = épaisseur - enrobage - demi-diamètre de l'acier
d = 0,20 - 0,015 - 0,005 = 0,18 m.

Remarque

Bien que pour une dalle située à l'intérieur d'un bâtiment, l'enrobage réglementaire minimum soit de 10 mm, il est prudent de retenir dans les calculs la valeur de 15 mm compte tenu des conditions d'exécution.

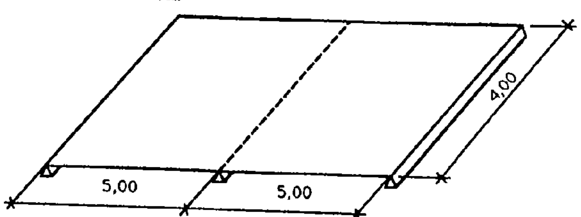


Fig. 7 – Dalle de deux travées portant dans une seule direction.

On calcule une telle dalle comme une poutre de 1 m de largeur.
Le moment sur appui vaut $M_u = - p_u L^2 / 8 = - 12 \times 25 / 8 = - 37,5$ kNm/m
Le moment réduit vaut :
$\mu = M_u / (b\, d^2\, \sigma_{bu}) = 37,5 \times 10^{-3} / (1 \times 0,18^2 \times 14,17) = 0,0817 < 0,39$
Le bras de levier $z = 0,5d\,(1 + \sqrt{1-2\mu}) = 0,1723$ m,
la section d'acier nécessaire :
$A_s = M_u / (z\, \sigma_{su}) = 0,0375 \times 10^4 / (0,1723 \times 500 / 1,15) = 4,98$ cm²/m
soit HA10, s = 150 mm
et 4,98 / 4 = 1,25 cm²/m transversalement, en respectant la « règle du quart »,
soit HA 6, s = 220 mm
ou un treillis soudé TS 8-6-100-200.

3. DALLE RECTANGULAIRE ARTICULÉE SUR SES QUATRE CÔTÉS

3.1. Solution de Navier (Fig.8)

Les démonstrations des formules qui suivent figurent dans le livre de Jean Courbon, Résistance des Matériaux [53].
Navier propose pour résoudre l'équation (1) de définir la charge extérieure sous la forme de double série de Fourier :

$$p(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (2)$$

Les coefficients $A_{m,n}$ sont donnés par la formule :

$$A_{m,n} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b p(x,y) \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \, dx dy \qquad (3)$$

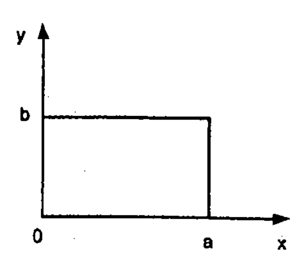


Fig.8 – Dalle rectangulaire articulée sur 4 côtés.

et la déformée devient :

$$w(x,y) = -\frac{1}{\pi^4 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_{m,n}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (4)$$

On trouve alors pour les moments de flexion M_1 et M_2, le moment de torsion C, les efforts tranchants V_1 et V_2 et les réactions d'appui R_1, R_2 et R, les formules suivantes :

$$M_1 = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{m^2}{a^2} + \nu\frac{n^2}{b^2}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

$$M_2 = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{n^2}{b^2} + \nu\frac{m^2}{a^2}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

$$C = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{(1-\nu)\left(\frac{mn}{ab}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cos\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b}$$

$$V_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{m}{a}}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

$$V_2 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{h}{b}}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b}$$

$$R_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{m}{a}\left(\frac{m^2}{a^2} + (2-\nu)\frac{n^2}{b^2}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin\frac{n\pi y}{b}$$

$$R_2 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{n}{b}\left(\frac{n^2}{b^2} + (2-\nu)\frac{m^2}{a^2}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin\frac{n\pi x}{a}$$

$$R = -\frac{2(1-\nu)}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{\frac{mn}{ab}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2}$$

Remarque

1. Les réactions d'appui R_1 et R_2 tiennent compte des efforts tranchants V_1 et V_2 et du couple de torsion C (incidence $\partial C/\partial x$ et $\partial C/\partial y$). La réaction R dans chaque angle correspond au non-soulèvement des angles.

2. A partir de la solution de NAVIER, PIGEAUD a établi des abaques qui permettent, pour un rapport donné des côtés de la dalle et un rapport donné des dimensions de la zone rectangulaire chargée qui a le même centre que la dalle, de calculer le moment à mi-travée dans chacune des deux directions.

Pour des charges rectangulaires partielles non centrées, la calcul est un peu plus laborieux, car sommes et différences de rectangles centrés.

Pour une charge répartie uniforme, les Règles BAEL donnent en annexe E_3 un tableau permettant de calculer les moments maximum à mi-travée dans les deux directions.

Pour des charges réparties sur des rectangles non concentriques - en particulier des charges concentrées - on pourra utiliser le programme « NAVIER ».

Tableau 1

$\frac{L_x}{L_y}$	$\nu = 0$ (*)		$\nu = 0{,}20$ (*)	
	$\mu_x = \frac{M_x}{pL_x^2}$	$\mu_y = \frac{M_y}{M_x}$	μ_x	μ_y
0,40	0,110		0,112	0,293
0,45	0,102		0,105	0,333
0,50	0,095		0,098	0,373
0,55	0,088		0,092	0,420
0,60	0,081	0,305 (**)	0,086	0,476
0,65	0,074	0,369	0,080	0,530
0,70	0,068	0,436	0,074	0,585
0,75	0,062	0,509	0,068	0,643
0,80	0,056	0,595	0,063	0,710
0,85	0,051	0,685	0,058	0,778
0,90	0,046	0,778	0,053	0,846
0,95	0,041	0,887	0,048	0,923
1,00	0,037	1,000	0,044	1,000

(*) Il est rappelé que le coefficient de Poisson ν du béton est pris égal à 0,20 pour le calcul des déformations et $\nu = 0$ pour la vérification des contraintes ou des résistances y compris lorsqu'elles sont calculées à partir des déformations.
(**) Les valeurs de μ_y inférieures à 0,25 – correspondant à $L_x / L_y \geq 0{,}557$ – ne sont pas à prendre en considération, en application de l'article A.8.2.42 du BAEL (« Règle du quart »).

Pour une charge répartie uniforme $p(x, y) = p$, sur un rectangle (a_2,b_2) (Fig.9) on a :
$p(x, y) = p$ pour $a_1 \leq x \leq a_1 + a_2$ et $b_1 \leq y \leq b_1 + b_2$
$p(x, y) = 0$ dans les autres cas.

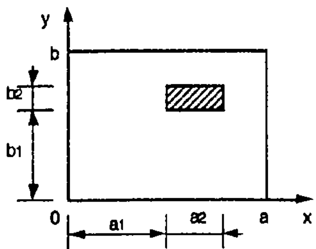


Fig.9 – Dalle rectangulaire simplement appuyée avec une charge concentrée sur un rectangle.

3.2. Programme de calcul « NAVIER »

Conditions d'emploi :

- dalles rectangulaires,
- articulées sur leur pourtour,
- charge uniforme répartie sur un ou plusieurs rectangles, (Fig.10)
- rapport des côtés compris entre 0,10 et 10.

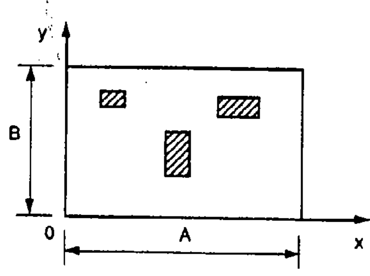


Fig.10 – Dalle rectangulaire avec trois charges

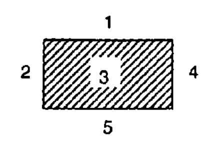


Fig.11 – Cinq points de calcul par rectangle

Résultats : moments et efforts tranchants dans les deux directions et flèche,
- au milieu et aux quatre sommets du rectangle pour un seul rectangle chargé, (Fig.11)
- ou au milieu de la dalle quand il y a plusieurs rectangles chargés
- et en tout point au choix de coordonnées x et y.

La flèche est calculée en section brute (non fissurée et sans acier), avec le module d'Young instantané.

3.3. Exemple (Fig.12)

Dalle rectangulaire de 20 m par 5 m, avec une charge de 0,20 MN sur un rectangle de 0,20 m x 0,20 m (soit 5 MN/m^2), dont le centre a pour coordonnées : $x = 3{,}10$ m et $y = 4{,}10$ m.
Le béton a une résistance caractéristique $f_{c28} = 25$ MPa et un coefficient de Poisson $\nu = 0$.
On trouve un moment maximum, au milieu du rectangle chargé : M = 0,03776 MNm/m.

Remarque

Il convient, pour des charges non centrées sur le milieu de la dalle, d'essayer différents points (x,y) pour trouver le moment maximum (ou l'effort tranchant maximum), et éviter ainsi un calcul systématique en maillage ce qui serait trop long.

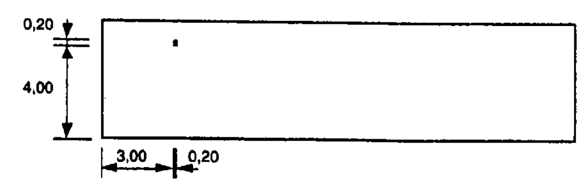


Fig.12 – Dalle rectangulaire avec une charge concentrée

3.3.1. Mode d'emploi

Ligne 1 h
h = épaisseur de la dalle (m)

Ligne 2	E E = module d'Young du béton (MPa)
Ligne 3	ν ν = coefficient de Poisson
Ligne 4	L_x L_x = longueur de la dalle suivant l'axe Ox (m)
Ligne 5	Ly Ly = longueur de la dalle suivant l'axe Oy (m)
Ligne 6	n n = nombre de rectangles chargés
Ligne 7	p_i p_i = charge répartie sur le rectangle (MN/m^2) L'ensemble des lignes 7 à 11 est à écrire n fois.
Ligne 8	X_{di} X_{di} = abscisse du début de la charge (m)
Ligne 9	X_{fi} X_{fi} = abscisse de la fin de la charge (m)
Ligne 10	Y_{di} Y_{di} = ordonnée du début de la charge (m)
Ligne 11	Y_{fi} Y_{fi} = ordonnée de la fin de la charge (m)
Ligne 12	V V = 1 pour obtenir les résultats en un point particulier, sinon = 0
Ligne 13 (si V = 1)	X X = abscisse du point étudié (m)
Ligne 14 (si V = 1)	Y Y = ordonnée du point étudié (m)

3.3.2. *Données*

```
0.2     ' épaisseur (m)
12000   ' Young (MPa)
0       ' Poisson
20      ' longueur de la dalle (m)
5       ' largeur de la dalle (m)
1       ' un rectangle chargé
5       ' avec 5 MN/m2 = 200 kN sur un carré de 0,20 m x 0,20 m
3       ' de l'abscisse 3 m
3.2     ' à l'abscisse 3,2 m
4       ' et de l'ordonnée 4 m
4.2     ' à l'ordonnée 4,2 m
1       ' résultats au point de coordonnées :
3.1     ' x = 3,1 m
5       ' et y = 5 m
```

3.3.3. *Données sur écran*

```
INAVIER
Voulez-Vous que les Resultats apparaissent:
      1 - sur l'Ecran seulement,
      2 - sur l'Ecran et sur l'Imprimante,
      3 - sur l'Imprimante seulement:
=? 3

Epaisseur h (m)=? 0.2
Module d'Young(MPa)   =? 12000
Coefficient de Poisson=? 0
Longueur Suivant Ox(m)=? 20
Longueur Suivant Oy(m)=? 5
Nombre de Rectangles Charges=? 1

Charge N°  1 en MN/m2      =? 5
Abscisse Debut de Charge(m)=? 3
Abscisse Fin de Charge(m)  =? 3.2
Ordonnee Debut de Charge(m)=? 4
Ordonnee Fin de Charge(m)  =? 4.2

Voulez-Vous des Resultats pour un autre Point ? (Oui=1,Non=0)? 1
abscisse(m)=? 3.1
ordonnee(m)=? 5

Voulez-Vous des Resultats pour un autre Point ? (Oui=1,Non=0)? 0

Voulez-Vous Faire un Autre Calcul (oui=1, non=0) =? 0
```

3.3.4. *Sorties sur imprimante*

```
DONNEES :
---------

Module d'Young = 12000 MPa
Coef. Poisson = 0.000
Dimensions = 20.000 X 5.000 m x m
Epaisseur = 0.200 m

Charge= 5.00000 MN/m2, soit 0.20000 MN
de X = 3.000 a 3.200 m
de Y = 4.000 a 4.200 m

RESULTATS
---------

                          X = 3.1000 m
                          Y = 4.2000 m
                          Mx= 0.01316 MNm/m
                          My= 0.03597 MNm/m
                          FL=-0.00362 m
                          Vx=-0.00351 MN/m
                          Vy=-0.03816 MN/m

X = 3.0000 m              X = 3.1000 m              X = 3.2000 m
Y = 4.1000 m              Y = 4.1000 m              Y = 4.1000 m
Mx= 0.01417 MNm/m         Mx= 0.01403 MNm/m         Mx= 0.01369 MNm/m
My= 0.03774 MNm/m         My= 0.03776 MNm/m         My= 0.03749 MNm/m
FL=-0.00392 m             FL=-0.00393 m             FL=-0.00393 m
```

Vx= 0.00122 MN/m
Vy=-0.01472 MN/m

Vx=-0.00365 MN/m
Vy=-0.01476 MN/m

X = 3.1000 m
Y = 4.0000 m
Mx= 0.01463 MNm/m
My= 0.03744 MNm/m
FL=-0.00420 m
Vx=-0.00350 MN/m
Vy= 0.00862 MN/m

X = 3.1000 m
Y = 5.0000 m
Mx=-0.00000 MNm/m
My=-0.00000 MNm/m
FL= 0.00000 m
Vx= 0.00000 MN/m
Vy=-0.04905 MN/m

Vx=-0.00836 MN/m
Vy=-0.01473 MN/m

M/(0.75h)^2 = 1.6780 MPa 1.5V/h = 0.3678 MPa
Cisaillement de Poinconnement = 0.7001 MPa

4. DALLE RECTANGULAIRE. DEUX CÔTÉS ARTICULÉS ET CHACUN DES DEUX AUTRES ÉTANT ENCASTRÉ, ARTICULÉ OU LIBRE

4.1. Solution de Maurice Lévy (Voir « Plaques Minces Élastiques », Jean Courbon [3])

Maurice Lévy a étudié les solutions de l'équation de Lagrange de la forme :

$$w(x,y) = -\frac{1}{D}\sum_m F_m(y)\sin\frac{m\pi x}{a} \qquad (5)$$

où le signe $\sum_m$ représente $\sum_{m=1}^{m=\infty}$

Avec une fonction $F_m(y)$ de la forme :

$F_m(y) = \alpha_1\, ch\,\lambda y + \alpha_2\, sh\,\lambda y + \alpha_3\,\lambda y\, ch\,\lambda y + \alpha_4\,\lambda y\, sh\,\lambda y + \alpha_5\,\lambda y + \alpha_6$

où $\lambda = \dfrac{m\pi}{a}$ et dont les quatre premières dérivées sont :

$$F'_m(y) = \alpha_1\,\lambda\, sh\lambda y + \alpha_2\,\lambda\, ch\lambda y + \alpha_3\,\lambda\,[ch\lambda y + \lambda y\, sh\lambda y] + \alpha_4\,\lambda\,[sh\lambda y + \lambda y\, ch\lambda y] + \alpha_5\,\lambda$$

$$F''_m(y) = \alpha_1\,\lambda^2\, ch\lambda y + \alpha_2\,\lambda^2\, sh\lambda y + \alpha_3\,\lambda^2\,[2\, sh\lambda y + \lambda y\, ch\lambda y] + \alpha_4\,\lambda^2\,[2\, ch\lambda y + \lambda y\, sh\lambda y]$$

$$F'''_m(y) = \alpha_1\,\lambda^3\, sh\lambda y + \alpha_2\,\lambda^3\, ch\lambda y + \alpha_3\,\lambda^3\,[3\, ch\lambda y + \lambda y\, sh\lambda y] + \alpha_4\,\lambda^3\,[3\, sh\lambda y + \lambda y\, ch\lambda y]$$

$$F^{IV}_m(y) = \alpha_1\,\lambda^4\, ch\lambda y + \alpha_2\,\lambda^4\, sh\lambda y + \alpha_3\,\lambda^4\,[4\, sh\lambda y + \lambda y\, ch\lambda y] + \alpha_4\,\lambda^4\,[4\, ch\lambda y + \lambda y\, sh\lambda y]$$

La charge répartie p(x,y) est donnée par :

$$p(x,y) = \sum_m p_m(y)\sin\frac{m\pi x}{a} \quad \text{avec } p(y) = \frac{2}{a}\int_0^a p_m(x,y)\sin\frac{m\pi x}{a}\,dx$$

Si l'on prend une charge répartie sur toute la surface de la dalle, d'allure trapézoïdale dans les deux directions, on a :

$$p(x,y) = p_0 + p_a\frac{x}{a} + p_b\frac{y}{b} = \sum_m p_m(y)\sin\frac{m\pi x}{a}$$

avec $p_m(y) = \dfrac{2p_a}{m\pi}$ si m est pair et

$p_m(y) = \left(p_a + 2p_0 + 2p_b\dfrac{y}{b}\right)\dfrac{2}{m\pi}$ si m est impair.

Les rotations s'écrivent :

$$\omega_1 = \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{D}\sum_m \lambda\, F\cos\lambda\, x \text{ et } \omega_2 = \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{D}\sum_m F'\sin\lambda\, x$$

$$D = \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)}$$

Les moments de flexion et de torsion valent :

$$M_1 = D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = \sum_m [\lambda^2\, F - \nu\, F''\,]\sin\lambda x$$

$$M_2 = D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial\, w}{\partial x^2}\right) = \sum_m [\nu\,\lambda^2\, F - F''\,]\sin\lambda x$$

$$C = D\,(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} = -(1-\nu)\sum_m \lambda F'\cos\lambda x$$

Les efforts tranchants V_1 et V_2 et les réactions d'appui R_1 et R_2 sont donnés par :

$$V_1 = \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} = \sum_m \lambda\,[\lambda^2 - F''\,]\cos\lambda x$$

$$V_2 = \frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial x} = \sum_m [\lambda^2 F' - F'''\,]\sin\lambda x$$

$$R_1 = V_1 + \frac{\partial C}{\partial y} = D\left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial y^2}\right] = \sum_m \lambda\,[\lambda^2 F - (2-\nu)\, F''\,]\cos\lambda x$$

$$R_2 = V_2 + \frac{\partial C}{\partial x} = D\left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}\right] = \sum_m [\,(2-\nu)\,\lambda^2 F' - F'''\,]\sin\lambda x$$

soit pour $x = 0$:

$$R_0 = \sum_m \lambda [\lambda_2 F - (2-\nu) F''], \text{ fonction de } y$$

pour $x = a$:

$$R_a = -\sum_m (-1)^m \lambda [\lambda^2 F - (2-\nu) F''] , \text{ fonction de } y$$

pour $y = b_1$:

$$R_{b1} = \sum_m [(2-\nu) \lambda^2 F'(b_1) - F'''(b_1)] \sin\lambda x , \text{ fonction de } x$$

pour $y = b_2$:

$$R_{b2} = -\sum_m [(2-\nu) \lambda^2 F'(b_2) - F'''(b_2)] \sin\lambda x , \text{ fonction de } x$$

Les conditions aux extrêmités se traduisent par :

- **Bord libre** en $y = b_1$: $M_2 = 0 \rightarrow \nu \lambda^2 F - F'' = 0$
  $R_2 = 0 \rightarrow (2-\nu) \lambda^2 F' - F''' = 0$
- **Bord encastré** en $y = b_1$: $w = 0 \rightarrow F = 0$
  $\omega_2 = 0 \rightarrow F' = 0$
- **Bord articulé** en $y = b_1$: $w = 0 \rightarrow F = 0$
  $M_2 = 0 \rightarrow \nu \lambda^2 F - F'' = 0$ soit $F'' = 0$

L'équation de Lagrange appliquée à l'équation (5) conduit à :

$$\lambda^4 F - 2\lambda^2 F'' + F^{IV} = p_m(y)$$

d'où les valeurs des coefficients $\alpha_6 = -\dfrac{2p_a}{\lambda^5 a}$ si m est pair,

$\alpha_6 = -\dfrac{2}{\lambda^5 a}(p_a + 2p_0)$ si m est impair,

et $\alpha_5 = 0$ si m est pair,

$\alpha_5 = -\dfrac{4p_b}{\lambda^6 ab}$ si m est impair.

4.2. Exemple numérique (Programme « DALLRECT »)

Dalle appuyée sur 3 appuis et encastrée sur le 4e, sous charge hydrostatique.
Dalle de 8 m par 4 m, encastrée en pied sur un des côtés de 8 m et articulée sur les trois autres côtés, de 0,25 m d'épaisseur.
Charge linéaire variant de 40 kN/m² en pied à 0 kN/m² au sommet (Fig.13).
Module d'Young = 11 000 MPa, coefficient de Poisson nul.
Le programme « DALLRECT » donne un moment d'encastrement maximum de 42,2 kNm/m.
Les tables GREKOW [49] donnent, tableau 19, schéma 2, pour $L_x / L_y = 0,5$:
$M = -0,0653\, q\, L_x^2 = -0,0653 \times 40 \times 16 = 41,8$ kNm/m (valeurs égales à 1 % près).

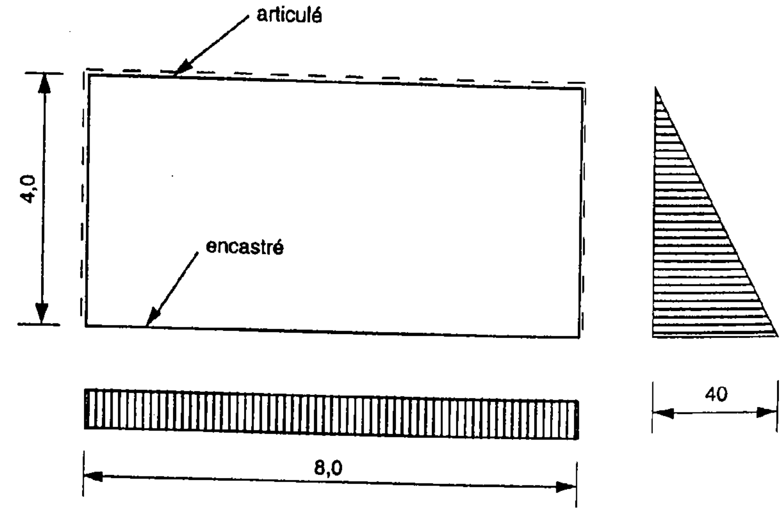


Fig. 13 – Dalle rectangulaire sous pression hydrostatique

4.2.1. *Mode d'emploi « DALLRECT »*

1° Ligne a
a = longueur suivant Ox

2° Ligne b
b = longueur suivant Oy

3° Ligne p_o
p_o = valeur de la charge p en O (origine des coordonnées) en kN/m²

4° Ligne p_A
p_A = valeur de la charge p en A (abscisse L_x, ordonnée nulle) en kN/m²

5° Ligne p_B
p_B = valeur de la charge p en B (abscisse nulle, ordonnée L_y) en kN/m²

6° Ligne C_x
C_x = condition d'appui le long de l'axe Ox, ordonnée nulle (OA) :
= 1 pour un appui libre,
= 2 pour un appui articulé,
= 3 pour un appui encastré.

7° Ligne C_b
C_b = condition d'appui le long de BC, ordonnée égale à b :
= 1 pour un appui libre,
= 2 pour un appui articulé,
= 3 pour un appui encastré.

8° Ligne h
h = épaisseur de la dalle (m)

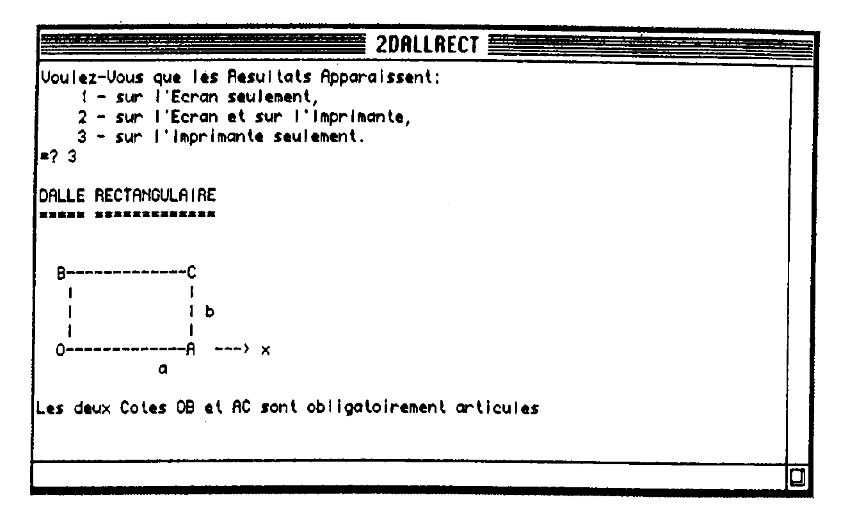
9° Ligne E
E = module d'Young du béton (MPa)

10° Ligne ν
ν = coefficient de Poisson

4.2.2. Données

8	' longueur L_x
4	' longueur L_y
40	' charge à l'origine en $x = 0$ et $y = 0$
40	' charge en $x = a$ et $y = 0$
0	' charge en $x = 0$ et $y = b$
3	' encastré sur l'axe Ox (ordonnée nulle)
2	' articulé en tête (ordonnée b)
0.25	' épaisseur de la dalle
11000	' module d'Young
0	' coefficient de poisson

4.2.3. Données sur écran

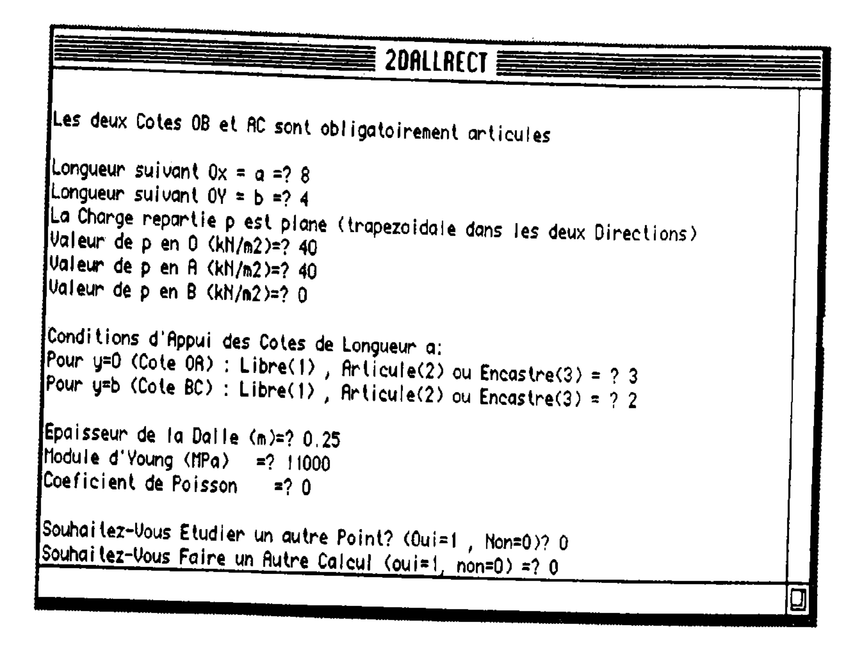


```
2DALLRECT
Voulez-Vous que les Resultats Apparaissent:
    1 - sur l'Ecran seulement,
    2 - sur l'Ecran et sur l'Imprimante,
    3 - sur l'Imprimante seulement.
=? 3

DALLE RECTANGULAIRE
===== =============

  B-------------C
   I            I
   I            I b
   I            I
  0-------------A  ---> x
         a

Les deux Cotes OB et AC sont obligatoirement articules
```

```
2DALLRECT
Les deux Cotes OB et AC sont obligatoirement articules

Longueur suivant Ox = a =? 8
Longueur suivant OY = b =? 4
La Charge repartie p est plane (trapezoidale dans les deux Directions)
Valeur de p en O (kN/m2)=? 40
Valeur de p en A (kN/m2)=? 40
Valeur de p en B (kN/m2)=? 0

Conditions d'Appui des Cotes de Longueur a:
Pour y=0 (Cote OA) : Libre(1) , Articule(2) ou Encastre(3) = ? 3
Pour y=b (Cote BC) : Libre(1) , Articule(2) ou Encastre(3) = ? 2

Epaisseur de la Dalle (m)=? 0.25
Module d'Young (MPa)   =? 11000
Coeficient de Poisson   =? 0

Souhaitez-Vous Etudier un autre Point? (Oui=1 , Non=0)? 0
Souhaitez-Vous Faire un Autre Calcul (oui=1, non=0) =? 0
```

4.2.4. Résultats sur imprimante

DALLE RECTANGULAIRE
----- -------------
Longueur suivant Ox = a = 8.000 m
Longueur suivant OY = b = 4.000 m
La Charge repartie p est plane (trapezoidale dans les deux Directions)
Valeur de p en O = 40.00 kN/m2
Valeur de p en A = 40.00 kN/m2
Valeur de p en B = 0.00 kN/m2

Conditions d'Appui des Cotes de Longueur a :
Pour y=0 (Cote OA) : Encastre
Pour y=b (Cote BC) : Articule

Epaisseur de la Dalle = 0.250 m
Module d'Young = 11000.0 MPa
Coeficient de Poisson = 0.00

Abscisse x = 4.000 m, Ordonnee y= 4.000 m
Fleche = -0.00 mm
Rotation x = 0.00 rd/1000
Rotation y = 1.38 rd/1000
Moment x = 0.00 KNm/m
Moment y = 0.00 KNm/m
Moment de Torsion = -0.00 KNm/m
Effort Tranchant x = -0.00 KN/m
Effort Tranchant y =-16.14 KN/m

Reaction d'appui x = 0.00 KN/m
Reaction d'appui y = -17.98 KN/m

Abscisse x = 0.000 m, Ordonnee y= 2.000 m
Fleche = 0.00 mm
Rotation x = -0.88 rd/1000
Rotation y = 0.00 rd/1000
Moment x = 0.00 KNm/m
Moment y = 0.00 KNm/m
Moment de Torsion = -1.03 KNm/m
Effort Tranchant x = 16.36 KN/m
Effort Tranchant y = 0.00 KN/m
Reaction d'appui x = 25.73 KN/m
Reaction d'appui y = 0.00 KN/m

Abscisse x = 4.000 m, Ordonnee y= 2.000 m
Fleche = -1.58 mm
Rotation x = 0.00 rd/1000
Rotation y = -0.24 rd/1000
Moment x = 1.99 KNm/m
Moment y = 17.55 KNm/m
Moment de Torsion = 0.00 KNm/m
Effort Tranchant x = 0.00 KN/m
Effort Tranchant y = 3.18 KN/m

Abscisse x = 8.000 m, Ordonnee y= 2.000 m
Fleche = 0.00 mm
Rotation x = 0.88 rd/1000
Rotation y = 0.00 rd/1000
Moment x = -0.00 KNm/m
Moment y = -0.00 KNm/m
Moment de Torsion = 1.03 KNm/m
Effort Tranchant x =-16.36 KN/m
Effort Tranchant y = 0.00 KN/m
Reaction d'appui x = -25.73 KN/m
Reaction d'appui y = 0.00 KN/m

Abscisse x = 4.000 m, Ordonnee y= 0.000 m
Fleche = 0.00 mm
Rotation x = 0.00 rd/1000
Rotation y = -0.00 rd/1000
Moment x = 0.00 KNm/m
Moment y =-42.20 KNm/m
Moment de Torsion = 0.00 KNm/m
Effort Tranchant x = -0.00 KN/m
Effort Tranchant y = 67.81 KN/m
Reaction d'appui x = -0.00 KN/m
Reaction d'appui y = 67.81 KN/m

Charge Totale = 640.00 kN

M/(0.75h)^2= 1.200 MPa

Les Resultats Peuvent Differer de quelques % de la Valeur Exacte pour des Raisons de Convergence des Series

4.3. Autre cas de chargement et de conditions aux limites

Pour des charges réparties uniformes ou triangulaires, on pourra avoir recours aux tableaux du « Formulaire de l'Ingénieur » [49] valables pour un coefficient de Poisson nul.
Pour un coefficient de Poisson non nul, on ajoutera ν fois le moment de la direction perpendiculaire.

4.4. Méthode BAEL

Elle s'applique aux dalles rectangulaires en continuité – c'est-à-dire totalement ou partiellement encastrées – soumises à un chargement quelconque, en respectant la règle de fermeture des moments à 1,25 M_0 dans les deux directions :

$$M_t + (M_w + M_e) / 2 \geq 1,25\ M_o$$

avec M_t le moment maximum en travée à prendre au choix entre 0,75 M_o et 0,85 M_o
M_w et M_e respectivement les moments sur appuis gauche et droit, au moins égaux à 0,4 M_o
M_o le moment maximum calculé en supposant la dalle simplement appuyée sur son contour.

Cette règle permet de simplifier considérablement les calculs en évitant, pour les dalles appartenant à un maillage de rectangles, un calcul bi-dimensionnel fastidieux de rectangles chargés et déchargés (chargements en damier).
En effet, la sécurité à la rupture de la dalle est assurée par une redistribution des moments entre moments sur appuis et moments en travées. La marge de 0,25 M_o permet de réduire la fissuration qui serait due à une insuffisance d'acier sur appui ou en travée par rapport à la solution obtenue par un calcul exact (programme aux éléments finis par exemple).

4.5. Méthodes A.C.I.

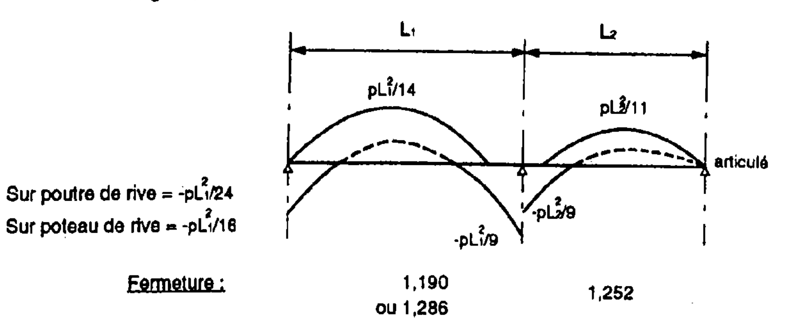
Les règles américaines ACI-318-89 (American Concrete Institute, Committee 318, année 1989) proposent :
- la méthode forfaitaire enveloppe,
- la méthode de calcul des dalles rectangulaires portant dans une ou deux directions en tenant compte de la raideur des poutres d'appuis (méthode directe).

Mais on utilise également :
- la méthode du portique équivalent,
- la méthode des bandes.

4.5.1. Dalles portant dans une direction (one-way slabs) – Méthode simplifiée

La méthode forfaitaire évite de calculer tous les cas de chargements.
Les portées de calcul correspondent aux portées entre nus d'appuis.

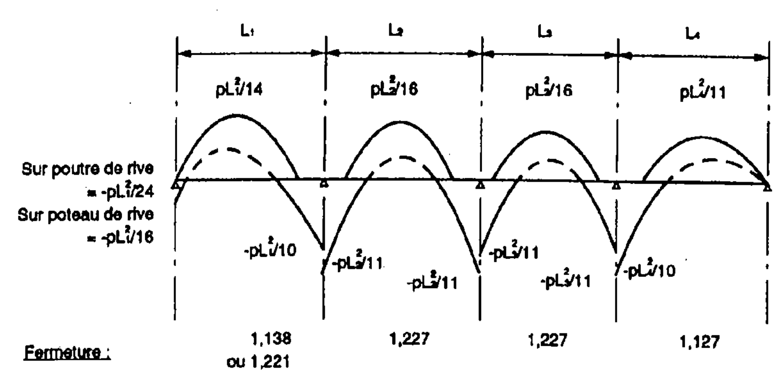
Deux travées (Fig. 14)



Fermeture :	1,190 ou 1,286	1,252

Fig. 14 – Règles ACI – Règles forfaitaires – Dalles de deux travées

Trois travées et plus (Fig.15)



Fermeture :	1,138 ou 1,221	1,227	1,227	1,127

Fig. 15 – Règles ACI – Règles forfaitaires – Dalles de trois travées et plus

Remarque

Les coefficients de fermeture, rapportés à $M_o = p\,L^2 / 8$, sont nettement supérieurs à ceux des Règles BAEL.

4.5.2. Méthode directe (« Direct Design Method »)

Les panneaux sont découpés en bandes centrales et en bandes de poteaux de largeurs égales à 0,25 Min $[L_1 ; L_2]$ de chaque côté de l'axe des poteaux.
L_1 et L_2 désignent les portées entre nus dans le sens de la portée de calcul et perpendiculairement à ce sens.
La bande centrale est la partie restante comprise entre deux bandes de poteaux.

Conditions :

- minimum de trois travées
- panneaux rectangulaires de rapport de côtés $L_{max} / L_{min} \leq 2$
- portées adjacentes ne différant pas plus de 1/3, soit $0{,}75 \leq L_i/L_{i+1} \leq 1{,}33$
- charges gravitaires uniformément réparties sur tout le panneau, les charges variables n'excédant pas trois fois les charges permanentes
- les raideurs des poutres d'appuis – si elles existent – doivent être dans un rapport compris entre 0,2 et 5
- pas de redistribution des moments autorisée comme pour les poutres
- fermeture en travée égale à $M_o = p\,L^2 / 8$ pour chaque combinaison de charges avec L_n = portée entre nus d'appuis ≥ 0,65 fois la portée entre axes
  L_y = distance entre axes perpendiculairement à L_n
  p = charge répartie uniforme

Moments négatifs et positifs (c'est-à-dire sur appuis et en travées)

- travée intérieure : 0,35 M_o en travée, 0,65 M_o sur appuis
- travée de rive : voir figure 16

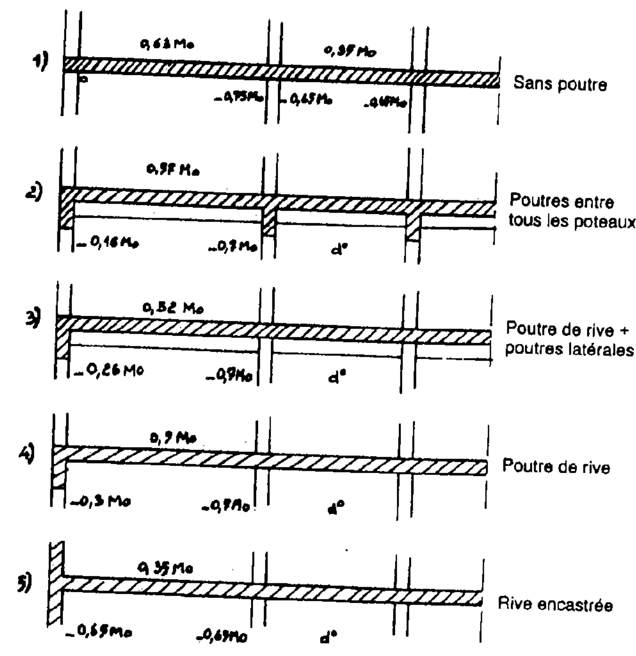


Fig. 16 – ACI. Méthode directe

Coefficient de moments dans les bandes de poteaux (column strips) en pourcentage du moment global calculé ci-dessus.

– travée de rive, côté appui de rive
(moment négatif)

Tableau 2

L_2/L_1 =		0,5	1,0	2,0
$\alpha_1\ L_2/L_1 = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2{,}5$	75	75	75
$\alpha_1\ L_2/L_1 \geq 1$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2{,}5$	90	75	45

interpolations possibles

avec $\beta_t = \dfrac{E_{cb}C}{2E_{cs}I_s}$

E_{cb} = module d'élasticité du béton de la poutre
E_{cs} = module d'élasticité du béton de la dalle
E_{cc} = module d'élasticité du béton du poteau
I_s = moment d'inertie de la dalle de largeur b = B e^3 / 12
I_b = moment d'inertie de la section brute de la poutre
I_c = moment d'inertie de la section brute du poteau

$$C = \sum \left(1 - 0{,}63\frac{x}{y}\right)\frac{x^3 y}{3} \quad \text{(Fig.17)} \qquad x \leq y$$

y

x

Fig.17– Rectangle

$\alpha_1 = \dfrac{E_{cb}I_b}{E_{cs}I_s}$ dans la direction L_1

– travée de rive, côté appui intérieur ou travée intérieure
(moments négatifs)

Tableau 3

L_2/L_1 =	0,5	1,0	2,0
$\alpha_1\ L_2/L_1 = 0$	75	75	75
$\alpha_1\ L_2/L_1 \geq 1$	90	75	45

– travée quelconque (moments positifs)

Tableau 4

L_2/L_1 =	0,5	1,0	2,0
$\alpha_1\ L_2/L_1 = 0$	60	60	60
$\alpha_1\ L_2/L_1 \geq 1$	90	75	45

Coefficients des moments repris par la poutre axée de poteau à poteau

Si $\alpha_1\ L_2/L_1 \geq 1$: 85 % du moment de la bande centrale est à reprendre par la poutre, si $\alpha_1\ L_2/L_1 < 1$: interpoler linéairement de 85 % à 0 %

Moments dans les bandes intermédiaires (middle strips)

Elles doivent reprendre la différence non reprise par les bandes de poteaux.
La modification des moments de calcul, par redistribution, est possible de ± 10 % en respectant l'équation de fermeture vue plus haut.

Moments dans les poteaux et les voiles

Un appui intérieur reprendra un moment :

$$M = 0{,}07\ [(p_g + 0{,}5\ p_q)\ L_2\ L_n^2 - p'_g\ L'_2\ L_n'^2]$$

avec : p_g = charge permanente au m²
p_q = charge d'exploitation au m²
L_2 = largeur totale du panneau (entre axes des files de poteaux)
L_n = portée entre nus
p'_g, L'_2 et L'_n s'appliquent à la plus petite des deux travées

Méthode simplifiée pour calculer l'enveloppe des cas de charges
(provisions for effects of pattern loadings)

– Conditions :

$$\beta_a = \frac{\text{charges variables}}{\text{charges permanentes}} \leq 2$$

et que les raideurs des poteaux supérieur et inférieur soient telles que α_c soit supérieur à α_{min}

$$\alpha_c = \frac{\sum K_c}{\sum (K_s + K_b)} \geq \alpha_{min}$$

avec : $K_c = E_{cc}\ I_c / h_c$ = raideur des poteaux (c = column)
$K_s = E_{cs}\ I_s / h_s$ = raideur de la dalle (s = slab)
$K_b = E_{cb}\ I_b / h_b$ = raideur des poutres (b = beam)

$$\alpha = \frac{E_{cb}I_b}{E_{cs}I_s}$$

Tableau 5

Valeurs de α_{min}		Raideur relative α de la poutre				
β_a =	L_2/L_1 =	0	0,5	1	2	4
2	0,5 à 2	0	0	0	0	0
1	0,5	0,6	0	0	0	0
	0,8	0,7	0	0	0	0
	1,0	0,7	0,1	0	0	0
	1,25	0,8	0,4	0	0	0
	2,0	1,2	0,5	0,2	0	0
0,5	0,5	1,3	0,3	0	0	0
	0,8	1,5	0,5	0,2	0	0
	1,0	1,6	0,6	0,2	0	0
	1,25	1,9	1,0	0,5	0	0
	2,0	4,9	1,6	1,8	0,3	0
0,33	0,5	1,8	0,5	0,1	0	0
	0,8	2,0	0,9	0,3	0	0
	1,0	2,3	0,9	0,4	0	0
	1,25	2,8	1,5	0,8	0,2	0
	2,0	13,0	2,6	1,2	0,5	0,3

Les moments positifs calculés ci-dessus sont à majorer par le coefficient

$$\delta_s = 1 + \frac{2-\beta_a}{4+\beta_a}\left(1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{min}}\right)$$

4.5.3. *Application numérique de la méthode directe (Fig.18)*

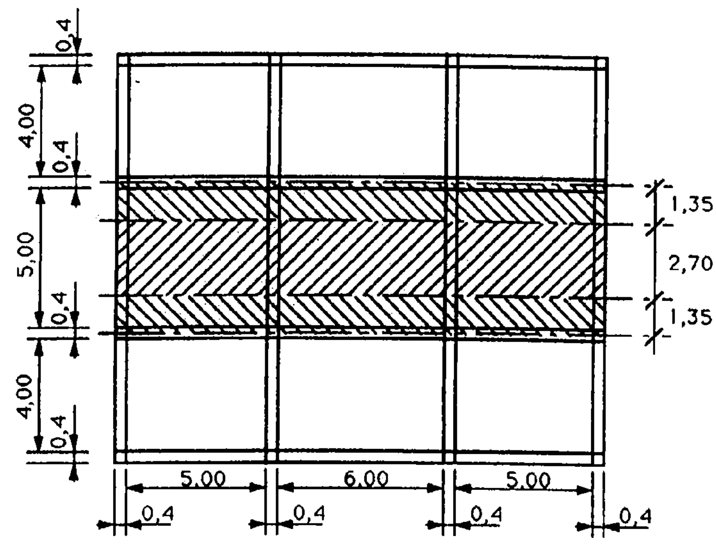


Fig.18 – ACI-318 – Méthode directe

Données : (calcul dans la direction Ox)

- épaisseur de la dalle = 0,16 m
- retombée des poutres = 0,34 m
- résistance du béton = f'_c = 25 MPa
- hauteur des poteaux = 3,00 m de dessus de plancher à dessous de plancher
- charge variable q = 5 kN/m²
- module d'Young = $E_c = 4730\sqrt{f'_c}$ = 23 650 MPa

Conditions :

- minimum 3 travées
- L_{max}/L_{min} = 6,4 / 4,4 = 1,45 < 2
- L_i/L_{i+1} = 1,227 < 1,33
- q = 5 < 3 g = 12 kN/m²
- L_n = 4 > 0,65 x 4,4 = 2,86 m
- raideur des poutres d'appuis :

$$0{,}2 \leq \frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} \leq 5\ ?$$

$$\alpha_1 = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} = \frac{23\,650 \times b\ h^3 \times 12}{23\,650 \times B\ e^3 \times 12}$$

b = épaisseur de la poutre = 0,40 m
h = hauteur de la poutre = 0,50 m
B = largeur de la dalle = 4 ou 5 m avec L_2 = 4,40 m et 5,40 m
e = épaisseur de la dalle = 0,16 m
pour B = 4 m → α_1 = 3,05
pour B = 5 m → α_1 = 2,44
pour B = 6 m → α_1 = 2,03
Valeurs de $\alpha_1 L_2^2 / \alpha_2 L_1^2$ comprises entre 0,2 et 5 ?

$\alpha_1 L_2^2 / \alpha_2 L_1^2$	L_1 = 5,4	L_1 = 6,4
L_2 = 4,4	0,83	0,71
L_2 = 5,4	1,00	0,85

OK

Étude de la travée centrale (hachurée sur la figure 18)

- largeur de la demi-bande d'appui = 0,25 Min[L_1 ; L_2] = 0,25 Min[6,4 ; 5,4] = 1,35 m
- largeur de la bande centrale = 5,4 - 2 x 1,35 = 2,70 m
- moment de fermeture = $M_o = p\ L_2\ L_n^2 / 8$
  avec le poids de la poutre = 0,4 x (0,50 - 0,16) x 25 = 3,40 kN/m
  soit l'équivalent de 3,40 / 5,4 = 0,63 kN/m²
  g = 0,16 x 25 = 4 kN/m²
  et p = 1,4 g + 1,7 q + 1,4 x 0,63 = 14,98 kN/m²
  M_o = 14,98 x 5,4 x 5² / 8 = 252,8 kNm pour la travée de rive
  et M'_o = 355,1 kNm pour la travée centrale.

Répartition moment sur appuis et moment en travée

Nous sommes dans le cas 2 de la figure 16 (Fig.19)

		0,57 Mo		0,35 M'o		0,57 Mo	
k Mo	-0,16 Mo		-0,65 M'o -0,7 Mo		-0,65 M'o -0,7 Mo		-0,16 Mo
kNm	-40,5	144,1	-230,8	124,3	-230,8	144,1	-40,5

Fig.19 – Valeurs des moments

Moments négatifs dans les bandes de poteaux : travée de rive, appui de rive

L_2 / L_1 = 5,4 / 5,4 = 1
$\alpha_1 L_2 / L_1$ = 2,44

$$C = \sum\left(1 - 0{,}63\frac{x}{y}\right)\frac{x^3 y}{3} = 0{,}00529$$

0,50

0,40

Fig.20 – Section

avec $x = 0{,}4$ et $y = 0{,}5$

$I_s = 5 \times 0{,}16^3 / 12 = 0{,}00171$

avec $\beta_t = \dfrac{E_{cb}C}{2E_{cs}I_s} = 1{,}55$

Le tableau 2 donne par interpolation pour $L_2 / L_1 = 1$, $\alpha_1 L_2 / L_1 > 1$ et $\beta_t = 1{,}5$: 84,5 % de $k\,M_o$ pour les deux demi-bandes de poteaux.

Moment négatif dans les bandes de poteaux : autres appuis

Le tableau 3 pour $L_2 / L_1 = 5{,}4 / 6{,}4 = 0{,}844$ et $\alpha_1 L_2 / L_1 = 2{,}44 \times 0{,}844 = 2{,}06$ donne 75 % de $k\,M_o$. Par exemple (Fig. 21) : $-86{,}6 = -0{,}5 \times 0{,}75 \times 230{,}8$

Moment positif dans les bandes de poteaux

Le tableau 4 donne 60 % de $k\,M_o$

On obtient ainsi les moments en travée centrale dans le sens longitudinal.

On procède de même pour les deux travées de rive dans le même sens et pour les trois travées du sens transversal. (Fig.21)

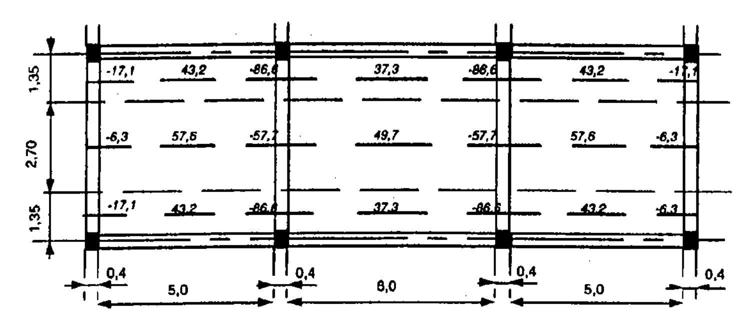


Fig.21 – Moments dans les bandes

4.5.4. Méthode du portique équivalent

Il existe une autre méthode dite « equivalent frame method ».

La structure est considérée comme un portique équivalent et calculée comme telle.

Cette méthode est comparable à celle proposée pour les planchers-dalles par le BAEL.

4.5.5. Méthode des bandes (strip method) [51]

Dalle articulée sur quatre appuis

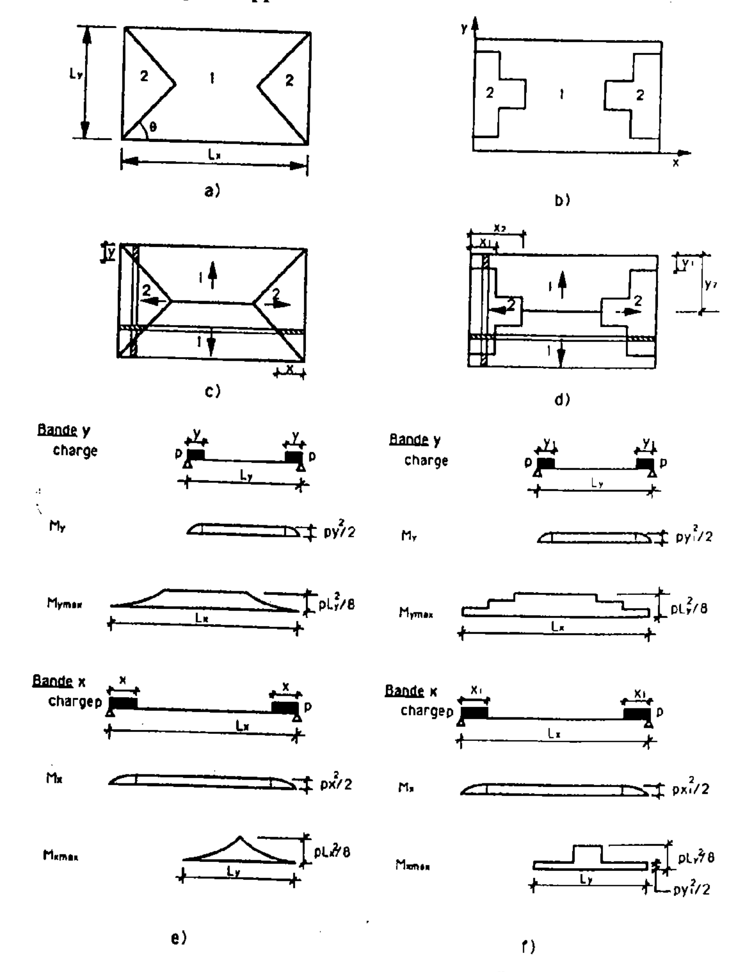


Fig.22 – Méthodes des bandes

La méthode consiste à transporter les charges vers les appuis, dans la direction « x » ou la direction « y », en fonction de leur position - zone 2 ou zone 1 de la figure 22-a et 22-b et suivant que l'on choisit comme ligne séparative entre les zones 1 et 2, une droite inclinée d'un angle θ (Fig. 22a) ou une ligne brisée (Fig. 22b).

L'angle θ de séparation des zones par les lignes de « discontinuité » peut être pris arbitrairement. On conçoit cependant qu'une valeur réaliste doit être voisine de 45° et non de 90°. L'avantage de la ligne brisée est de permettre de mettre en place un ferraillage variant par paliers et non linéairement.
La répartition des charges attribuées aux appuis parallèles à L_x ou à L_y est indiquée sur la Fig.22c et d.
La valeur des moments est indiquée sur la figure 22-e et f.

Dalle encastrée sur quatre appuis

R. H. WOOD [26] admet des lignes de points de moments nuls (points d'inflexion) comme indiqués par les lignes en pointillés sur la figure 23, les zones hachurées correspondent aux moments négatifs. Il admet que les lignes de moments nuls sont à mi-distance des appuis et des lignes de discontinuité pour les moments suivant la grande portée, et à 40 % de cette distance pour les moments suivant la petite portée (au maximum 0,2 L_y).

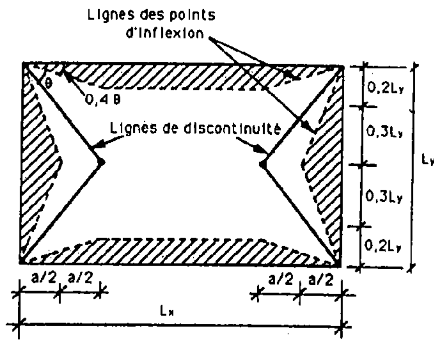


Fig.23 – Méthode des bandes pour dalle encastrée.

Exemple de dalle encastrée sur quatre côtés

Soit une dalle de 6 m par 4,5 m, encastrée sur les quatre côtés et soumise à une charge ELU de 14 kN/m² (Fig.24).
Les lignes de discontinuité sont arbitrairement choisies en escalier (Fig.25a). La ligne de moments nuls, parallèle au côté L_x est à l'ordonnée $y_1 = 0{,}2\ L_y$ (d'après la Fig.23), soit à 0,90 m.
Prenons des paliers de 0,90 m suivant O_y et 1,00 m suivant O_x. L'angle θ vaut Arctg(0,9 / 1,0) = 42° (Fig.25a)

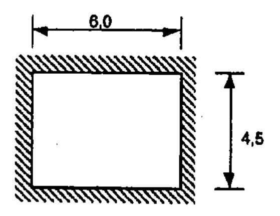
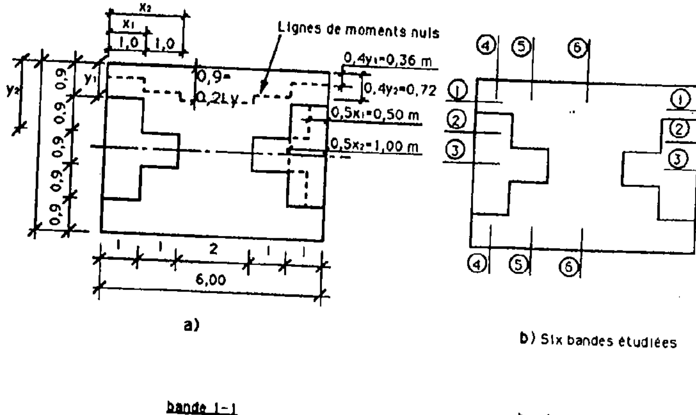


Fig. 24 – Exemple de dalle



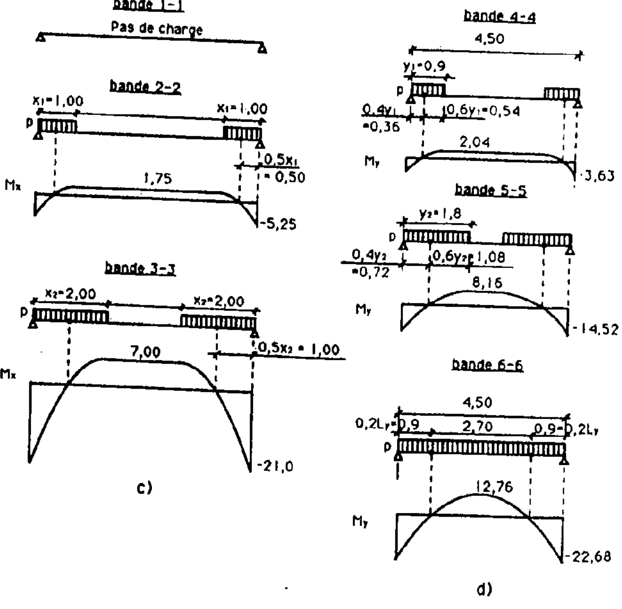


Fig.25 – Méthode des bandes

Les moments sont calculés d'abord pour chaque bande « x » (n° 1, 2 et 3) et pour chaque bande « y » (n°4, 5 et 6) (Fig.25b). Les charges sont définies sur les figure 25-c et 25-d. Les moments sont calculés comme pour une travée sur appuis simples entre les points d'inflexion puis en console portant les réactions de cette travée sur appuis simples et ses propres charges (Fig.25c et d).

Bande 1-1 : pas de charge

Bande 2-2 :

Soit x_1 la longueur chargée de chaque côté de la grande portée de 6 m de la dalle.
Pour le premier palier, x_1 vaut 1 m (Fig.25a). Le moment positif
$M = p\,(0{,}5\,x_1)^2 / 2 = 14 \times 0{,}5^2 / 2 = 1{,}75$ kNm/m, car la longueur chargée est de 0,50 m de chaque côté de la travée de portée comprise entre points d'inflexion, soit
$6\text{ m} - 2 \times 0{,}5\text{ m} = 5\text{ m}$
Au point d'inflexion, la réaction R vaut $14 \times 0{,}50\text{ m} = 7$ kN.
Le moment négatif est donné par :
$M = -R\,x_1 / 2 - p\,(0{,}5\,x_1)^2 / 2 = -7 \times 0{,}5 - 14 \times 0{,}5^2 / 2 = -5{,}25$ kNm

Bande 3-3 :

moment positif $M = 14 \times 1{,}0^2 / 2 = 7$
réaction $= 14 \times 1{,}0 = 14$
moment négatif $M = -14 \times 1{,}0 - 0{,}5 \times 14 \times 1{,}0^2 = -21$

Bande 4-4 :

moment positif $M = p\,(0{,}6\,y_1)^2 / 2 = 0{,}5 \times 14 \times 0{,}54^2 = 2{,}04$
réaction $= 14 \times 0{,}54 = 7{,}56$
moment négatif $M = -7{,}56 \times 0{,}36 - 0{,}5 \times 14 \times 0{,}36^2 = -3{,}63$

Bande 5-5 :

moment positif $M = 0{,}5 \times 14 \times 1{,}08^2 = 8{,}16$
réaction $= 14 \times 1{,}08 = 15{,}12$
moment négatif $M = -15{,}12 \times 0{,}72 - 0{,}5 \times 14 \times 0{,}72^2 = -14{,}52$

Bande 6-6 :

moment positif $M = 14 \times 1{,}35^2 / 2 = 12{,}76$
réaction $= 14 \times 1{,}35 = 18{,}90$
moment négatif $M = -18{,}90 \times 0{,}9 - 0{,}5 \times 14 \times 0{,}9^2 = -22{,}68$

Les schémas des moments récapitulent ces valeurs sur les figures 25-c et 25-d.
Les armatures s'en déduisent et les arrêts de barres peuvent être effectués en tenant compte des différentes zones.

Remarque

Pour une dalle carrée articulée sur ses quatre appuis, de longueur a, en adoptant des lignes de discontinuité à 45°, le chargement en triangle donne un moment moyen (Fig.26) :

$$M = p\,a\,(a/6)\,(a/4) = p\,a^2 / 24$$

Le moment maximum vaut $p\,a^2 / 8$ pour la bande centrale (de très faible largeur, il est vrai).
Pour un choix de lignes de discontinuité en escalier, le moment maximum à mi-travée est donc

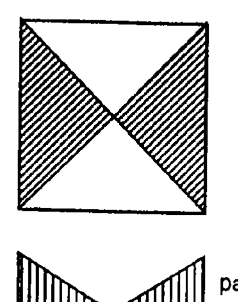


Fig.26 – Dalle carrée

compris entre $p\,a^2 / 8$ et $p\,a^2 / 24$, mais plutôt proche de la pemière valeur. On se rappelle que la méthode des lignes de rupture donne un moment maximum égal à $p\,a^2 / 24$ et la méthode élastique, pour $\nu = 0$, un moment égal à $p\,a^2 / 27$.

4.6. Méthode BSI

Les règles de la British Standard Institution - BS 8110 - donnent une méthode de calcul des dalles rectangulaires portant dans une ou deux directions.

4.6.1. Charges concentrées

Largeur effective de calcul (BS 8110, art. 3.5.2.2)
La largeur effective de la dalle sous charge concentrée vaut : (Fig.27) $b_e = a + 2{,}4\,x\,(1 - x / L)$

EXEMPLE : Charge concentrée de 20 kN au quart de la portée de 4 m. (voir en 2.2.2 ci-dessus)
$x = L / 4$ donne $b_e = a + 0{,}45\,L$
$a = 0{,}10$ m, on trouve
$b_e = 1{,}90$ m
Moment total = 15 kNm
moment par unité de largeur :
$M = 15 / 1{,}9 = 7{,}89$ kNm/m,
valeur supérieure au 4,59 kNm/m
trouvé par la méthode élastique (Navier).

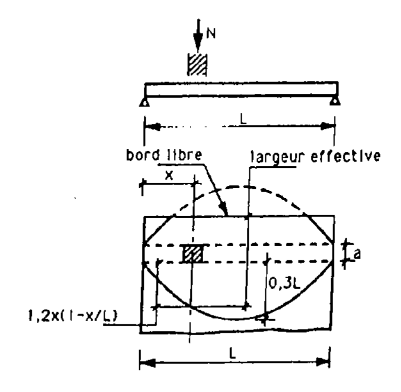


Fig. 27 – BSI – Charge concentrée sur dalle

4.6.2. *Dalles rectangulaires fléchies dans une direction (art. 3.5.2.4)*

Des valeurs forfaitaires des moments dispensent de l'étude des différentes combinaisons de charges (Table 3.13 du BS 8110, transcrit ci-après).

Tableau 6

Moment ultime et effort tranchant des dalles « sur 2 appuis »					
	Appui extérieur	Près milieu travée de rive	Premier appui intérieur	Milieu travée intérieure	Appui intérieur
Moment	0	0,086 F L	− 0,086 F L	0,063 F L	− 0,063 F L
Effort tranchant	0,4 F	-	0,6 F	-	0,5 F

Note 1 : F représente la charge ultime totale = 1,4 G + 1,6 Q
Note 2 : L est la portée effective, entre axes – 2/3 de la largeur des appuis

4.6.3. *Dalles rectangulaires fléchies dans deux directions, articulées sur leur pourtour (art.3.5.3.3)*

Formule forfaitaire tenant compte d'une non-résistance à la torsion dans les angles :

$$M_x = \frac{\alpha^4}{8(1+\alpha^2)}\, p\, L_x^2 \qquad M_y = \frac{\alpha^2}{8(1+\alpha^2)}\, p\, L_y^2$$

avec $\alpha = L_x / L_y$

Remarque

Pour une dalle carrée, $\alpha = 1$, on trouve $M_x = M_y = 0{,}062\ p\ L^2$ ($\approx p\ L^2 / 16$) valeur très supérieure à celle déduite de la résistance des matériaux, qui donne $p\, L^2/27 = 0{,}037\, p\, L^2$.

4.6.4. *Dalles rectangulaires fléchies dans deux directions, encastrées sur leur pourtour (art. 3.5.3.4 et 3.5.3.5)*

Les moments dans les deux directions valent :

$$M_x = \beta_{sx}\, p\, L_x^2 \quad \text{et} \quad M_y = \beta_{sy}\, p\, L_y^2$$

Conditions d'application

Les charges permanentes et d'exploitation sont du même ordre de grandeur sur le panneau étudié et sur les panneaux adjacents. Il en est de même pour les portées des panneaux adjacents perpendiculairement au côté commun.

Les panneaux sont découpés en bandes centrales qui supportent la totalité des moments définis ci-dessus, de largeur 0,75 L, et en deux bandes de rive de largeur 0,125 L.

Un renfort de ferraillage est à disposer dans les angles non continus du plancher : les trois-quarts de la section d'acier calculée à mi-travée est à disposer dans les deux directions sur une longueur 0,2 L.

Tableau 7

Coefficient des moments pour des panneaux rectangulaires appuyés sur les quatre côtés et tenant compte de la torsion aux angles									
Types de panneaux et moments considérés	Coefficient de la petite portée β_{sx}								Coeff. de grande portée β_{sy} pour toutes valeurs de L_y/L_x
	Valeurs de L_y / L_x								
	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,75	2	
Panneaux intérieurs Moments négatifs sur appui continu	0,031	0,037	0,042	0,046	0,050	0,053	0,059	0,063	0,032
Moment positif à mi-portée	0,024	0,028	0,032	0,035	0,037	0,040	0,044	0,048	0,024
Panneau de rive courte Moments négatifs sur appui continu	0,039	0,044	0,048	0,052	0,055	0,058	0,063	0,067	0,037
Moment positif à mi-portée	0,029	0,033	0,036	0,039	0,041	0,043	0,047	0,050	0,028
Panneau de rive longue Moments négatifs sur appui continu	0,039	0,049	0,056	0,062	0,068	0,073	0,082	0,089	0,037
Moment positif à mi-portée	0,030	0,036	0,042	0,047	0,051	0,055	0,062	0,067	0,028
Panneau d'angle Moments négatifs sur appui continu	0,047	0,056	0,063	0,069	0,074	0,078	0,087	0,093	0,045
Moment positif à mi-portée	0,036	0,042	0,047	0,051	0,055	0,059	0,065	0,070	0,034
Panneau à deux bords courts non-continus Moments négatifs sur appui continu	0,046	0,050	0,054	0,057	0,060	0,062	0,067	0,070	-
Moment positif à mi-portée	0,034	0,038	0,040	0,043	0,045	0,047	0,050	0,053	0,034
Panneau à deux bords longs non-continus Moments négatifs sur appui continu	-	-	-	-	-	-	-	-	0,045
Moment positif à mi-portée	0,034	0,046	0,056	0,065	0,072	0,078	0,091	0,100	0,034
Panneau à trois bords non-continus (un grand bord continu) Moments négatifs sur appui continu	0,057	0,065	0,071	0,076	0,081	0,084	0,092	0,098	-
Moment positif à mi-portée	0,043	0,048	0,053	0,057	0,060	0,063	0,069	0,074	0,044
Panneau à trois bords non-continus (un petit bord continu) Moments négatifs sur appui continu	-	-	-	-	-	-	-	-	0,058
Moment positif à mi-portée	0,042	0,054	0,063	0,071	0,078	0,084	0,096	0,105	0,044
Panneau à quatre appuis simples Moment positif à mi-portée	0,055	0,065	0,074	0,081	0,087	0,092	0,103	0,111	0,056

4.6.5. *Planchers-dalles (flat-slabs, art.3.7)*

Le calcul peut être effectué selon trois méthodes :
- la méthode des portiques équivalents (dalles, poteaux), méthode identique à celle du BAEL,
- la méthode des éléments finis,
- la méthode forfaitaire ci-après qui dispense de calculer tous les cas de chargements.

Chaque panneau est divisé en deux bandes centrales (0,5 L) et en deux bandes d'appui (0,25 L) dans chaque direction.

La portée de calcul L est la portée entre axes des poteaux diminuée des deux-tiers de la largeur d'appui : $L = L_{axe} - 2\,a/3$ (a = largeur du poteau).

Le moment total, bande centrale + plus bandes d'appui, est donné dans le tableau 8.

Tableau 8

Coefficients des moments et efforts tranchants des planchers-dalles selon BSI

	Appui extérieur		Près milieu 1re travée	Premier appui intérieur	Milieu travée intérieure	Appui intérieur
	Poteau	Voile				
Moment	– 0,04 F L	– 0,02 F L	0,083 F L	– 0,063 F L	0,071 F L	– 0,055 F L
Eff. tranchant	0,45 F	0,4 F	-	0,6 F	-	0,5 F
Total des moments des poteaux	0,04 F L	-	-	0,022 F L	-	0,022 F L

Note 1 : F représente la charge totale ELU de la bande de dalle entre les poteaux adjacents considérés.
Note 2 : L représente la portée effective = portée entre axes – 2 a / 3
Note 3 : Les moments ne doivent pas être redistribués.

La répartition du moment ainsi calculé entre bande centrale et bandes de rive s'effectue suivant les dispositions du tableau 9.

Tableau 9

Distribution des moments

	Proportion entre bande de poteaux et bande centrale exprimée en pourcentage des moments totaux positif et négatif	
	bande de poteau	bande centrale
Négatif	75 %	25 %
Positif	55 %	45 %

5. DALLE CIRCULAIRE SOUS CHARGE DE RÉVOLUTION

5.1. Solution mathématique (Voir « Résistance des Matériaux » de J. Courbon [53])

L'équation de Lagrange transformée en coordonnées polaires s'écrit :

$$\frac{d^4w}{dr^4}+\frac{2}{r}\frac{d^3w}{dr^3}-\frac{1}{r^2}\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{1}{r^3}\frac{dw}{dr} = -\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left\{r\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right]\right\} = -\frac{p(r)}{D} \qquad (6)$$

Les moments par unité de longueur valent :

- le long d'une circonférence de rayon r : $M_r = D\left[\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{\nu}{r}\frac{dw}{dr}\right]$

- le long d'un rayon : $M_\theta = D\left[\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}+\nu\frac{d^2w}{dr^2}\right]$

L'effort tranchant vaut :

$$V = D\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right]$$

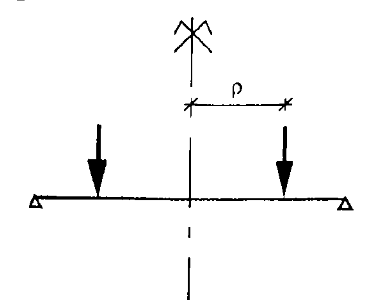


Fig.28

Les conditions d'appui sur le pourtour extérieur conduisent à :
- bord encastré pour $r = a$: $w = 0$ et $dw/dr = 0$
- bord articulé pour $r = a$: $w = 0$ et $M_r = 0$

Pour le cas d'une **charge concentrique P uniformément distribuée** sur la circonférence $2\pi\rho$, (Fig.28), l'équation (6) s'intègre et donne les résultats suivants :
- flèche : $w = P\,\alpha(\rho, r)$
- moment le long de la circonférence de rayon r : $M_r = P\,\beta(\rho, r)$
- moment le long du rayon : $M_\theta = P\,\delta(\rho, r)$

5.1.1. *Bord encastré*

$$\alpha = -\frac{1}{8\pi D}\left[\frac{(a^2-r^2)\,(a^2+\rho^2)}{2a^2}+(r^2+\rho^2)\,\mathrm{Log}\left(\frac{r}{a}\right)\right] \text{ pour } r > \rho$$

$$\alpha = -\frac{1}{8\pi D}\left[\frac{(a^2+r^2)\,(a^2-\rho^2)}{2a^2}+(r^2+\rho^2)\,\mathrm{Log}\left(\frac{\rho}{a}\right)\right] \text{ pour } r < \rho$$

$$\beta = -\frac{1}{8\pi}\left[2-(1-\nu)\frac{\rho^2}{r^2}-(1+\nu)\left(\frac{\rho^2}{a^2}-2\mathrm{Log}\left(\frac{r}{a}\right)\right)\right] \quad \text{pour } r \geq \rho$$

$$\beta = -\frac{1}{8\pi}\ (1+\nu)\left[1-\frac{\rho^2}{a^2}+2\mathrm{Log}\left(\frac{\rho}{a}\right)\right] \text{ pour } r < \rho$$

$$\delta = -\frac{1}{8\pi}\left[2\nu+(1-\nu)\frac{\rho^2}{r^2}-(1+\nu)\left(\frac{\rho^2}{a^2}-2\mathrm{Log}\left(\frac{r}{a}\right)\right)\right] \text{ pour } r \geq \rho$$

$$\delta = -\frac{1}{8\pi}(1+\nu)\left[1-\frac{\rho^2}{a^2}+2\mathrm{Log}\left(\frac{\rho}{a}\right)\right] \text{ pour } r < \rho$$

5.1.2. Bord articulé

$$\alpha = -\frac{1}{8\pi D}\left[(a^2-r^2)\frac{(3+\nu)a^2-(1-\nu)\rho^2}{2(1+\nu)a^2}+(r^2+\rho^2)\mathrm{Log}\left(\frac{r}{a}\right)\right] \text{pour } r \geq \rho$$

$$\alpha = -\frac{1}{8\pi D}\left[(a^2-\rho^2)\frac{(3+\nu)a^2-(1-\nu)r^2}{2(1+\nu)a^2}+(r^2+\rho^2)\mathrm{Log}\left(\frac{\rho}{a}\right)\right] \text{pour } r < \rho$$

$$\beta = \frac{1}{8\pi}\left[(1-\nu)\rho^2\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{a^2}\right)-2(1+\nu)\mathrm{Log}\left(\frac{r}{a}\right)\right] \text{pour } r \geq \rho$$

$$\beta = \frac{1}{8\pi}\left[(1-\nu)\left(1-\frac{\rho^2}{a^2}\right)-2(1+\nu)\mathrm{Log}\left(\frac{\rho}{a}\right)\right] \text{ pour } r < \rho$$

$$\beta = \frac{1}{8\pi}\left[(1-\nu)\left(2-\frac{\rho^2}{a^2}-\frac{\rho^2}{r^2}\right)-2(1+\nu)\mathrm{Log}\left(\frac{r}{a}\right)\right] \text{pour } r \geq \rho$$

$$\beta = \frac{1}{8\pi}\left[(1-\nu)\left(1-\frac{\rho^2}{a^2}\right)-2(1+\nu)\mathrm{Log}\left(\frac{\rho}{a}\right)\right] \text{pour } r < \rho$$

Pour une **charge trapézoïdale de révolution variant de p_1 au rayon r_1 à p_2 au rayon r_2**, on a (Fig.29) :

$$w(r) = 2\pi\int_{r1}^{r2} p(\rho)\,\alpha(\rho,r)\,\rho\ d\rho$$

$$M_r(r) = 2\pi\int_{r1}^{r2} p(\rho)\,\beta(\rho,r)\,\rho\ d\rho$$

$$M_\theta(r) = 2\pi\int_{r1}^{r2} p(\rho)\,\delta(\rho,r)\,\rho\ d\rho$$

avec

$$p(\rho) = p_1 + (p_2 - p_1)(\rho - r_1)/(r_2 - r_1)$$

Fig.29 – Charge trapézoïdale de révolution

5.2. Exemple. Programme « DALLCIRC »

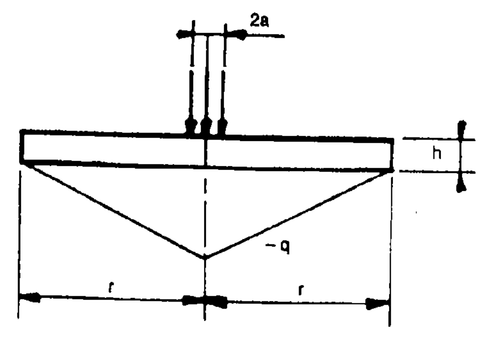


Fig.30 – Semelle circulaire

Semelle circulaire de 0,50 m d'épaisseur, soumise à une charge concentrée P = 1 MN (poteau) et l'on suppose une répartition des contraintes triangulaire sur le sol (Fig.30)

$p = \dfrac{P}{\pi a^2} = 5{,}093$ MN/m², $a = 0{,}25$, $r = 1{,}60$ m, $h = 0{,}5$ m,

$q = \dfrac{-3P}{\pi r^2} = -\ 0{,}373$ MN/m²

On a ainsi un moment nul (bord libre) et un effort tranchant nul au bord.
On est bien sur un appui circulaire extérieur avec une réaction nulle.
Déterminer le moment maximum et l'effort tranchant.

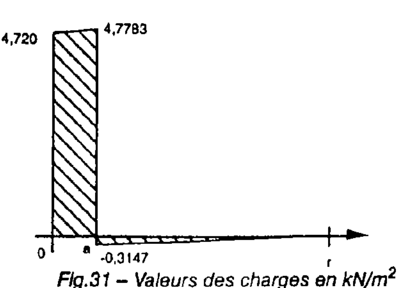


Fig.31 – Valeurs des charges en kN/m²

Pour l'application du programme « DALLCIRC », la charge vaut (Fig.31) :

$p + q =$	4720 kN/m²	au centre,	
	4778,3 kN/m²	au rayon	$a^- = 0{,}25$ m,
	- 314,7 kN/m²	au rayon	$a^+ = 0{,}25$ m,
et	0 kN/m²	au rayon	$r = 1{,}60$ m.

5.2.1. Mode d'emploi « DALLCIRC »

Ligne 1 k

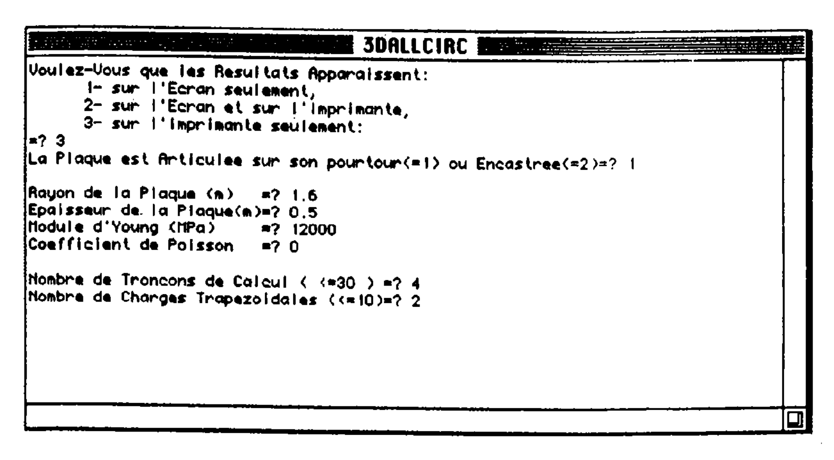
$k = 1$ pour une dalle circulaire articulée sur son pourtour
$= 2$ pour une dalle circulaire encastrée sur son pourtour

Ligne 2	r r = rayon de la dalle circulaire (m)
Ligne 3	h h= épaisseur de la dalle circulaire (m)
Ligne 4	E E = module d'Young (MPa)
Ligne 5	ν ν = coefficient de Poisson
Ligne 6	n n = nombre de tronçons de calcul (≤ 30)
Ligne 7	n_t n_t = nombre de charges trapèzoïdales (≤ 10) Les lignes 8 à 11 sont à écrire n_t fois
Ligne 8	r_1 r_1 = rayon minimum (m) de la charge trapézoïdale partielle
Ligne 9	r_2 r_2= rayon maximum (m) de la charge trapézoïdale partielle
Ligne 10	p_1 p_1 = charge (kN/m^2) au droit du rayon minimum de la charge trapézoïdale
Ligne 11	p_2 p_2 = charge (kN/m^2) au droit du rayon maximum de la charge trapézoïdale

5.2.2. *Données*

1	' articulé sur le pourtour
1.6	' rayon de la plaque
0.5	' épaisseur
12000	' Young
0	' Poisson
4	' 4 tronçons de calcul
2	' 2 charges trapézoïdales partielles
0	' rayon minimum de la 1° charge
0.25	' rayon maximum de la 1° charge
4720	' 1° charge à gauche
4778.3	' 1° charge à droite
0.25	' rayon minimum de la 2° charge
1.6	' rayon maximum de la 2° charge
-314.7	' 2° charge à gauche
0	' 2° charge à droite
0	' fin

5.2.3. *Données sur écran*


3DALLCIRC

Voulez-Vous que les Resultats Apparaissent:
1- sur l'Ecran seulement,
2- sur l'Ecran et sur l'imprimante,
3- sur l'imprimante seulement:
=? 3
La Plaque est Articulee sur son pourtour(=1) ou Encastree(=2)=? 1

Rayon de la Plaque (m) =? 1.6
Epaisseur de la Plaque(m)=? 0.5
Module d'Young (MPa) =? 12000
Coefficient de Poisson =? 0

Nombre de Troncons de Calcul ((=30) =? 4
Nombre de Charges Trapezoidales ((=10)=? 2

5.2.4. *Résultats sur imprimante*

PLAQUE CIRCULAIRE

DONNÉES

La Plaque est articulee sur son pourtour
Rayon de la Plaque = 1.60 m
Epaisseur de la Plaque = 0.500 m
Module d'Young = 12000 MPa
Coefficient de Poisson = 0.00

Charge Trapezoidale Partielle de Revolution de r1 a r2.

No Rayons en m Charges en kN/m2
r1 r2 en r1 en r2
1 0.000 0.250 4720.0 4778.3
2 0.250 1.600 -314.7 0.0

RESULTATS

Abscisse Fleche Eff.Tranc. Moment(Mr) Moment(Mtheta)
m mm kN/m kNm/m kNm/m

0.00 -0.44 0.00 132.64 132.64
0.40 -0.37 335.73 33.31 90.87
0.80 -0.24 99.48 -3.38 50.41
1.20 -0.12 20.74 -6.01 31.58
1.60 0.00 0.01 0.00 22.91

Reaction d'Appui = 0.01 kN/m

6. CALCUL DES DALLES À LA RUPTURE – MÉTHODES DES LIGNES DE RUPTURE

Cette méthode suppose une rupture le long de lignes droites séparant un certain nombre de plans qui tournent autour de ces lignes condidérées comme des rotules plastiques.

6.1. Conditions d'appuis

Exemple : dalle sur trois appuis articulés. (Fig.32)

Légende :

———	appui libre
///////////	appui articulé
XXXXX	appui encastré

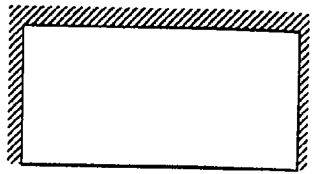
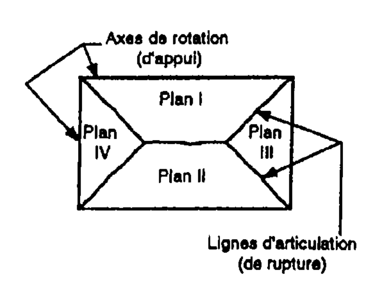


Fig.32 – Exemple de dalle

6.2. Recherche des mécanismes de rupture cinématiquement admissibles

Les éléments, après rupture, restent plans et se déduisent par rotation autour d'un axe de rotation de l'élément original :

- les lignes de rupture sont appelées lignes d'articulation (Fig.33),
- les axes de rotation sont des axes d'appuis,
- les lignes d'articulation passent par les points d'intersection des axes de rotation (éventuellement parallèles),
- les lignes de rupture sont négatives pour un appui encastré.



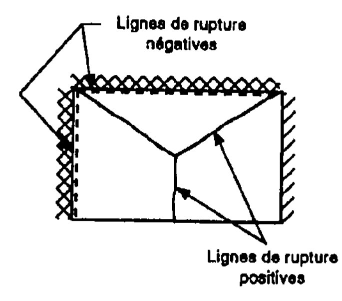


Fig.33

On recherche, parmi tous les mécanismes de rupture possibles, celui qui, pour une même charge extérieure p, donne le moment de rupture maximum (moment fléchissant extérieur). Ces mécanismes peuvent être repérés par un ou plusieurs paramètres. La dérivée nulle du moment de rupture donnera les équations permettant de connaître ce ou ces paramètres et de définir le mécanisme de rupture le plus défavorable, donc celui qui se produira le premier quand on augmentera les charges.

Soient : r = le nombre de degrés d'intermination des rotations des axes,
p = le nombre d'éléments géométriques inconnus,
n = le nombre d'éléments plans de rupture

on doit vérifier : $p = n - 1 + r$.

EXEMPLE 1 (Fig.34)

Dalle appuyée sur deux côtés adjacents et un poteau A :
- les côtés BC et CD sont les axes de rotation connus. Il existe un troisième axe de rotation passant par A mais de direction inconnue ($r = 1$),
- les lignes de rupture passent par E, C, et F (points de concours des axes d'appuis).

Dans l'exemple ci-dessus, on a $p = 3 - 1 + 1 = 3$ avec $r = 1$ degré d'indétermination de l'axe passant par A (un axe inconnu), $p = 3$: coordonnées du point N (= 2) et pente de la droite EF (angle CEF par exemple) (= 1).

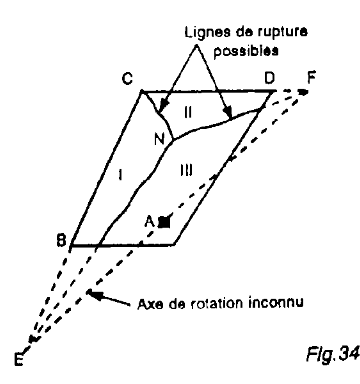


Fig.34



EXEMPLE 2 (Fig.35)

On a :
$r = 2$ axes de rotation inconnus passant par A et B,
$p = 3 - 1 + 2 = 4$, soient 2 pour les coordonnées de N
et 1 pour chaque pente des axes passant par A et B.

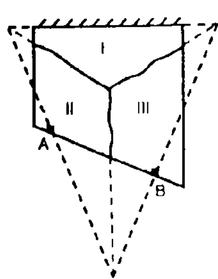


Fig.35

6.3. Méthode utilisée

On écrira l'égalité :
travail des forces intérieures (travail résistant) = **travail des forces extérieures** (travail agissant)

$$T_R = T_A$$

le long des lignes d'articulation, c'est-à-dire de rupture, en fonction des paramètres que sont la pente des axes de rupture et les coordonnées des points de rencontre de ces lignes.

6.3.1. On recherchera une équation du type

charge appliquée p = fonction du moment de rupture m et des paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$
On écrira ensuite :

$p = f(m, \lambda_1, \lambda_2, \ldots)$

$$\frac{dp}{d\lambda_1} = 0$$

$$\frac{dp}{d\lambda_2} = 0 \text{ ...... etc.}$$

d'où les valeurs de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ et ainsi seront connues les lignes de rupture et la charge maximum à appliquer pour atteindre cette rupture.

6.3.2. Ou bien, on écrira $m = f(p, \lambda_1, \lambda_2 \ldots)$, puis

$$\frac{dm}{d\lambda_1} = 0 \quad \frac{dm}{d\lambda_2} = 0 \text{ etc.}$$

d'où les valeurs de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ et le moment de rupture maximum.

6.4. Exemples

6.4.1. Exemple 1. Dalle rectangulaire portant dans une direction (Fig.36)

Soit m_R le moment résistant par unité de longueur.

On a : moment résistant total = $M_R = m_R\, b$

Le moment résistant M_R effectue un travail résistant

$T_R = M_R\, \omega$

Le moment fléchissant effectue un travail

$$T_A = \int_0^b \int_0^L p(x)\,\delta(x)\,dx\,dy$$

Fig.36

La rotation ω vaut :

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 = \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta}{L-\lambda} = \frac{\delta L}{\lambda(L-\lambda)}$$

$$T_R = M_R \frac{\delta L}{\lambda(L-\lambda)} = T_A = \frac{pL\ \delta b}{2} \rightarrow M_R = \frac{p\lambda(L-\lambda)\,b}{2}$$

La valeur minimum de M_R est donnée pour $\lambda = L/2$ et m_R minimum vaut $m_R = p\,L^2/8$, formule bien connue.

Existe-t-il d'autres modes de rupture ?
Par exemple avec deux lignes de rupture parallèles (Fig.37).
Pour une même dénivelée maximum δ_1 ($\delta_2 < \delta_1$), le linéaire de lignes de rupture est double.

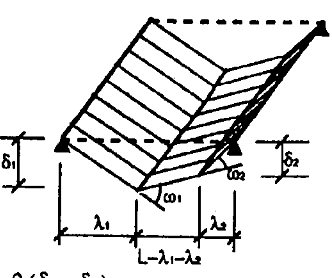


Fig.37

$$\omega_1 + \omega_2 = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} = \frac{2(\delta_1 - \delta_2)}{L - \lambda_1 - \lambda_2}$$

$$T_R = m_R b\left[\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{2(\delta_1-\delta_2)}{L-\lambda_1-\lambda_2}\right]$$

$$T_A = p\ b\ \lambda_1\ \delta_1 / 2 + pb\ \lambda_2\ \delta_2 / 2 + pb\ (\delta_1 + \delta_2)(L - \lambda_1 - \lambda_2) / 2$$

$$m_R = p\frac{\lambda_1\delta_1 + \lambda_2\delta_2 + (\delta_1+\delta_2)(L-\lambda_1-\lambda_2)}{2\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{2(\delta_1-\delta_2)}{L-\lambda_1-\lambda_2}\right)} \qquad (7)$$

La valeur minimum est donnée par :

$$\frac{\partial m_R}{\partial \lambda_1} = 0 \quad (8) \qquad \frac{\partial m_R}{\partial \lambda_2} = 0 \quad (9)$$

d'où un système de trois équations à trois inconnues λ_1, λ_2 et m_R.
On montre que la solution de ce système est donnée par $\lambda_1 = \lambda_2 = L/2$. On est alors ramené au cas précédent

6.4.2. Exemple 2. Dalle carrée portant dans deux directions (Fig.38)

Le long des diagonales, la rotation vaut :

$$\omega = \frac{2\delta}{a\sqrt{2}/2} = \frac{2\delta\sqrt{2}}{a}$$

Le travail résistant (ou travail interne) vaut :

$T_R = M_R\omega = (2a\sqrt{2}m_R)\,(2\delta\sqrt{2}/a$

pour une longueur de lignes de rupture égale à $2\,a\sqrt{2}$

et un moment résistant m_R par unité de longueur.

Le travail agissant vaut :

T_A = 4 panneaux $(p\,a^2/4)(\delta/3) = p\,a^2\,\delta/3$

d'où $m_R = p\,a^2/24$, formule bien connue.

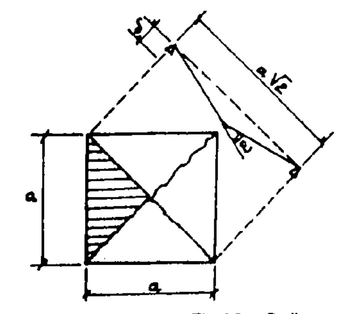


Fig.38 – Dalle carrée

Remarque. Les armatures ne sont généralement pas disposées perpendiculairement à la ligne de rupture (Fig.39).
Pour des armatures unitaires A_{sx} (cm^2/m), parallèles à l'axe des abscisses et faisant un angle α avec la fissure, la quantité d'acier, pour un mètre de fissure, vaut : $A_{sx} \sin \alpha$.
Sa projection sur la perpendiculaire à la fissure est égale à $A_{sx} \sin^2 \alpha$. De même pour les aciers parallèles à l'axe des ordonnées.
Des sections d'aciers orthogonaux A_{sx} et A_{sy} par unités de longueur sont équivalents à une section d'acier perpendiculaire à la fissure égale à :

$$A_{sx} \sin^2 \alpha + A_{sy} \cos^2 \alpha$$

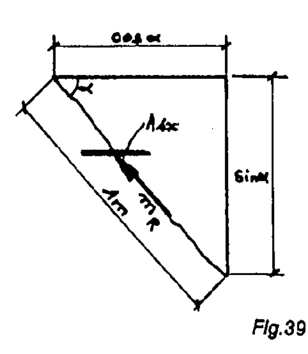


Fig.39

6.4.3. Exemple 3. Dalle rectangulaire appuyée sur trois côtés articulés, libre sur le quatrième (Fig.40)

Soit μ le rapport des section des aciers, le rapport des moments de rupture est aussi égal à μ.
Soient : m = le moment correspondant aux aciers parallèles à AD,
μm = le moment correspondant aux aciers parallèles à AB.

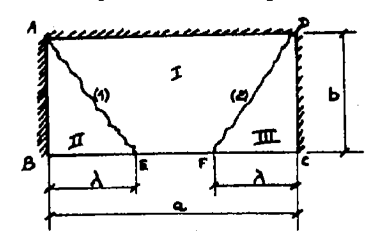


Fig.40

On prendra un déplacement vertical maximum égal à l'unité $\delta = 1$ au point E (ou F).

Calcul du travail des forces intérieures (T_R)

Élément	Ligne de rupture n° i	Moment de rupture m de la ligne n° i par unité de longueur	Longueur perpendiculaire à l'acier (*)	Rotation ω perpendiculaire à l'acier pour un déplacement unité δ	Travail résistant (interne) $T_R = m\,L\,\omega$
II	1	m	b	$1/\lambda$	$m\,b/\lambda$
III	2	m	b	$1/\lambda$	$m\,b/\lambda$
I	1 2	$\mu\,m$ $\mu\,m$	λ λ	$1/b$ $1/b$	$\lambda\,\mu\,m/b$ $\lambda\,\mu\,m/b$

(*) La figure 39 montre que l'on peut écrire $m_s = m_R$ avec m_s moment résistant de l'acier par unité de largeur comptée perpendiculairement à cet acier ($= A_s\, z\, \sigma_s$, A_s = section d'acier par mètre de largeur). L'axe de rotation de la ligne de rupture est alors comptée perpendiculairement à l'acier.

soit $T_R = 2\,m\,(\mu\,\lambda / b + b / \lambda)$

Calcul du travail des forces extérieures (T_A)

Élément	Aire de chargement	Déplacement du centre de gravité δ_G (*)	Travail extérieur pour une charge p
II	$\lambda\,b/2$	$\delta_G = \delta/3 = 1/3$	$p\,\lambda\,b/6$
III	$\lambda\,b/2$	$1/3$	$p\,\lambda\,b/6$
I = rect. + triangle	$(a-2\lambda)\,b$ $\lambda\,b$	$1/2$ $1/3$	$p\,b\,(a-2\lambda)/2$ $p\,\lambda\,b/3$

(*) Pour un déplacement maximum $\delta = 1$.

Soit $T_A = p\,b\,(3\,a - 2\,\lambda)/6$

$T_R = T_A$ donne $m = \dfrac{pb\,(3a-2\lambda)}{12\left(\dfrac{b}{\lambda}+\dfrac{\mu\lambda}{b}\right)}$

Recherche du moment maximum de rupture (c'est-à-dire la position de la première ligne de rupture qui apparaîtra parmi l'infinité de lignes de rupture possibles)
$m = f(p, \lambda)$

$$\frac{\partial m}{\partial \lambda} = 0$$

$$\lambda = \frac{2b^2}{3\mu a}\left[\sqrt{1+\frac{9\mu a^2}{4b^2}}-1\right]$$

qui correspond au mécanisme le plus défavorable, d'où :

$$m_R = \frac{pb^2}{24\mu}\left[\sqrt{1+\frac{9\mu a^2}{b^2}}+4-2\right]$$

Ce mécanisme à deux lignes de rupture est-il le seul possible ?
Il existe, en effet, d'autres mécanismes qui satisfont aux conditions données en tête de chapitre, tels que ceux de la figure 41.

On trouve par la même méthode :

$$m_R = \frac{pa\,(3b-\lambda)}{6\,(\dfrac{4b}{a}+\dfrac{\mu a}{\lambda})}$$

$$\frac{\partial m}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\mu a^2}{4b}\left[\sqrt{1+\frac{12b^2}{\mu a^2}}-1\right]$$

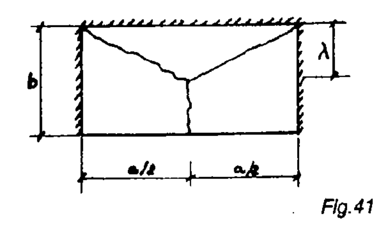


Fig.41

6.4.4. Exemple 4. Dalle carrée appuyée sur 3 côtés, libre sur le quatrième de mêmes armatures dans les deux directions

Dalle articulée sur 3 côtés, libre sur le 4°. On a alors $a = b$ et $\mu = 1$.
- le premier mécanisme donne : $\lambda = 0{,}5352$ et $m_R = (\sqrt{13} - 2)\,p\,a^2/24 = 0{,}0669\,p\,a^2$
- le deuxième mécanisme donne : $\lambda = (\sqrt{13} - 1)\,a/4 = 0{,}651\,p$ et $m_R = 0{,}07072\,p\,a^2$

Le deuxième mécanisme est le plus défavorable car il donne un moment plus important pour une même charge extérieure p.
On retiendra que pour les plaques rectangulaires appuyées sur trois côtés et libre sur le quatrième, le deuxième mécanisme est le plus défavorable pour :
$\mu a^2 / b^2 < 4/3$.

6.4.5. Exemple 5. Dalle rectangulaire appuyée sur 3 côtés, libre sur le quatrième avec un rapport $\mu = 0,5$

On dispose de deux fois moins d'acier dans le sens parallèle au petit côté (Fig.42).

Le premier mécanisme est le plus défavorable, car $\mu a^2 / b^2 > 4/3$, soit $2 > 4/3 = 1,33$
On trouve $\lambda = 0,448\, a$ et $m_R = 0,897\, p$.
Pour une charge ELU $p_u = 15,5$ kN/m², on obtient :
$m_R = 0,897 \times 15,5 = 13,9$ kNm/m.

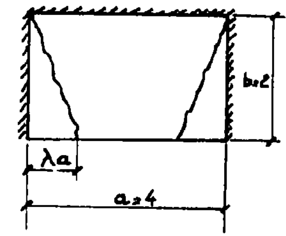


Fig.42

On pourra majorer forfaitairement de 4 % ce moment pour tenir compte de la déviation des lignes de rupture aux angles (Fig.43)
soit $m_R = 14,5$ kNm/m


Fig.43

6.4.6. Exemple 6. Dalle rectangulaire appuyée sur les 4 côtés (Fig. 43bis)

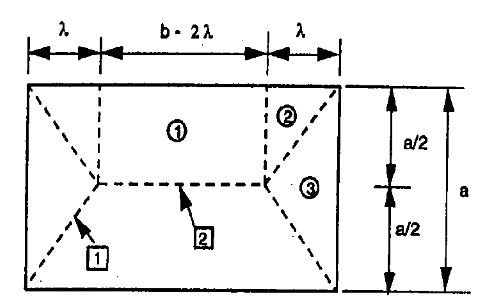


Fig.43bis

Le travail des forces extérieures T_A est calculé dans le tableau suivant :

Plaque n°	Nombre de plaques	Aire de la plaque	Charge	Flèche au cdg
1	2	$b/2 - \lambda$	p	$\delta/2$
2	4	$\lambda a/4$	p	$\delta/3$
3	2	$\lambda a/2$	p	$\delta/3$
$T_A = p\,\delta\, a\,(3b - 2\lambda)/6$				

Le travail des forces intérieures T_R est calculé dans le tableau suivant :

Fissure n°	Nombre	Acier	Longueur	Moment	Angle
1	4	A_x	$a/2$	m	δ/λ
1	4	A_y	λ	μm	$2\delta/a$
2	1	A_x	0	-	-
2	1	A_y	$b - 2\lambda$	μm	$4\delta/a$
$T_R = 2\, m\, \delta\,(a/\lambda + 2\mu b/a)$					

L'égalité $T_A = T_R$ donne la valeur du moment m :

$$m = \frac{pa^2}{12}\,\frac{3b\lambda - 2\lambda^2}{a^2 + 2\lambda\mu b}$$

La recherche du cas le plus défavorable correspond à $dm / d\lambda = 0$, ce qui mène à une équation du 2ᵉ degré en λ : $\lambda^2 + (a^2/\mu b)\,\lambda - 3\,a^2/(4\,\mu) = 0$ dont la racine vaut :

$$\lambda = \frac{a^2}{2\mu b}\left[\sqrt{1 + \frac{3\mu b^2}{a^2}} - 1\right]$$

et la valeur du moment m :

$$m = \frac{pa^2}{8\mu}\left[1 + \frac{2a^2}{3\mu b^2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{3\mu b^2}{a^2}}\right)\right]$$

6.4.7. Exemple 7. Dalle appuyée sur 4 côtés

Soit une dalle de 8 m x 5,60 m soumise à une charge de 10 kN/m².
• D'après la méthode de Lagrange, solution de Navier, on a (Voir annexe E3 du BAEL ou tableau 1 en 3.1 ci-dessus) :
- rapport des côtés = 5,6 / 8 = 0,70
- moment suivant le petit côté = $0,068\, p\, a^2 = 21,32$ kNm/m
- moment suivant le grand côté = 0,436 x 21,32 = 9,30 kNm/m
- somme $m + \mu\, m = 30,62$ (proportionnelle à la quantité totale d'acier)
• D'après la méthode des lignes de rupture exposée en 6.4.6) ci-dessus, pour différentes valeurs de m, on a :

$$m = \frac{pa^2}{8\mu}\left[1 + \frac{2a^2}{3\mu b^2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{3\mu b^2}{a^2}}\right)\right]$$

Nous calculerons la quantité d'acier qui est proportionnelle à la somme $m + \mu m$.

μ	1	2	3	4	5
m	17,83	11,15	8,23	6,56	5,47
μm	17,83	22,30	24,68	26,24	27,36
$m + \mu m$	35,66	33,45	32,91	32,80	32,83

On constate que la solution la plus économique est obtenue pour des valeurs de μ comprises entre 3 et 5.
La valeur $m + \mu m$ est légèrement supérieure à celle obtenue par la méthode Navier (+ 7 %).
Pour une dalle carrée, on l'avait déjà constaté, car :
$m = p a^2 / 24$ par les lignes de rupture,
$m = p a^2 / 27$ par Navier (Annexe E3 du BAEL) (- 11 %)

- L'article [6] sur la méthode des lignes de rupture donne des tableaux de formules déterminées par Johansen **pour** $\mu = 1$. Pour une dalle rectangulaire simplement appuyée sur ses 4 côtés, la formule proposée est :

$$m = \frac{pab}{8(1 + a/b + b/a)}$$

Pour $a = 5{,}60$ m, $b = 8$ m, $p = 10$ kN/m², $a/b = 0{,}70$, on trouve $m = 17{,}90$ kNm/m et puisque $\mu = 1$, la somme $m + \mu m = 35{,}80$, valeur peu éloignée de 35,66 du tableau ci-dessus pour $\mu = 1$ (0,4 %).

Remarque
Cette formule simplifiée satisfait bien les conditions aux limites avec :
$m = p a^2 / 8$ pour $b = \infty$
$m = p b^2 / 8$ pour $a = \infty$
$m = p a^2 / 24$ pour $a = b$

6.4.8. Exemple 8. Dalles avec ouvertures

La méthode des lignes de rupture appliquée à ces dalles permet de distinguer les systèmes mécaniques les plus défavorables :
- par exemple pour une dalle 4 x 8 m, comportant une ouverture rectangulaire centrée de longueur a et de largeur 2 m, on trouve les schémas suivants (Fig.44)

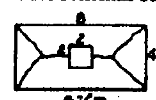
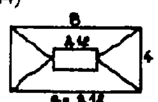
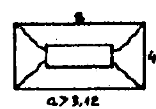
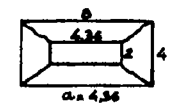
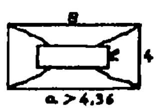







Fig.44 – Dalle rectangulaire avec ouvertures de différentes dimensions.

6.4.9. Exemple 9. Dalles avec poutres de rive. (Fig.45)

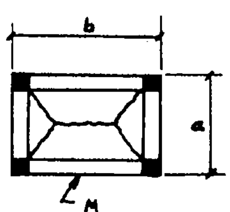


Fig.45 – Dalle avec poutres de rive

Différents schémas sont possibles. (Fig.46)

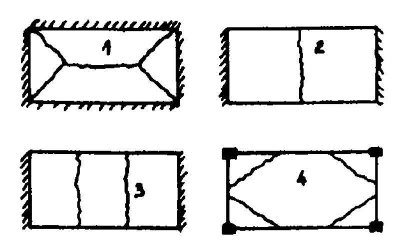


Fig.46 – Différents schémas de rupture

On calculera, avec le schéma (1) de la figure 46, le moment résistant m de la dalle :

$$m = \frac{pa^2}{8\mu}\left[1 + \frac{2a^2}{3\mu b^2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{3\mu b^2}{a^2}}\right)\right]$$

Puis avec le schéma (2), le moment M de rupture d'une poutre de longueur a :
$T_R = 2(ma + 2M)(2/b) = pab/2 = T_A$ d'où
$M = pab^2/16 - ma/2$
Le mécanisme (3) est moins défavorable que le (2).
Le cas (4) donne, avec $T_A = T_R$:

$$m = \frac{pa^2}{24}(3 - 2\alpha^2)\alpha a - \alpha m a \text{ avec } \alpha = a/b$$

6.4.10. Exemple 10. Dalle appuyées sur quatre côtés. Utilisation de tableaux.(Fig.47)

On pourra utiliser les tableaux figurant dans l'article des *Annales ITBTP* de S.BERNAERT [6] correspondant à une dalle simplement appuyée sur 4 côtés.

$$m = \frac{pab}{8(1 + a/b + b/a)} \text{ pour } \mu = 1$$

avec $p = 16$ kN/m²

$a = 10$ m
$b = 4$ m

on trouve $m = 20{,}51$ kNm.

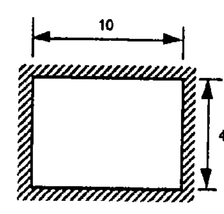


Fig.47

On appliquera une majoration de 4 % si l'on choisit de ne pas mettre de renfort de chapeaux aux angles, soit un moment de rupture $m = 2{,}51 \times 1{,}04 = 21{,}33$ kNm.
Méthode des abaques de Pigeaud, ou tableau BAEL (Annexe E3 ou tableau ci-dessous) (Solution de Navier).
Pour $\nu = 0$ et $a / b = 0{,}4$, on trouve $M = 16 \times 0{,}110 \times 42 = 28{,}16$ kNm et dans l'autre direction $M = 0{,}091 \times 28{,}16 = 2{,}56$ kNm < 28,16 / 4 (Règle du « quart »)
soit au total pour les deux directions : $1{,}25 \times 28{,}16 = 35{,}2$ au lieu de $2 \times 21{,}33 = 43{,}66$ kNm par la méthode des lignes de rupture.

Comparaison des méthodes

Dalle appuyée sur 4 côtés $\nu = 0$	Méthode NAVIER élastique		Méthode des lignes de rupture (LdR)		Supplément LdR / Élast.
			$\mu = \mu_N$	$\mu = 1$	
	$\mu_N = M_y/M_x$	$M_x + M_y$	$M_x + M_y$	$2 M_x$	
$\lambda = \frac{a}{b}$ 0,0	*	$0{,}156\, p\, b^2$	$0{,}1560\, p\, b^2$	$0{,}156\, p\, b^2$	0
0,4	*	$0{,}139\, p\, b^2$	$0{,}1241\, p\, b^2$	$0{,}160\, p\, b^2$	– 11 % à + 15 %
0,6	0,305	$0{,}106\, p\, b^2$	$0{,}1116\, p\, b^2$	$0{,}127\, p\, b^2$	+ 5 % à + 20 %
0,8	0,595	$0{,}089\, p\, b^2$	$0{,}0992\, p\, b^2$	$0{,}1024\, p\, b^2$	+ 11 % à + 15 %
1,0	1,000	$0{,}074\, p\, b^2$	$0{,}0833\, p\, b^2$	$0{,}0834\, p\, b^2$	+ 13 %

(*) Nous prenons $\mu_N = 0{,}25$ dans ce cas, car la section d'acier transversal doit avoir une section au moins égale au quart de la section des aciers longitudinaux (règle du « quart »).

6.4.11. *Exemple 11. Dalle rectangulaire simplement appuyée sur deux appuis adjacents et sur un poteau situé dans le quatrième angle (Fig.48)*

Épaisseur = 0,20 m, dimensions 8 x 5 m,
charge ultime $p_u = 14{,}25$ kN/m²,
section d'acier parallèle au petit côté
= μ x section d'acier parallèle au grand côté
avec $\mu = 0{,}6$.

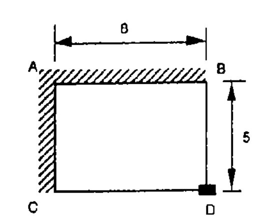


Fig.48 – Dalle rectangulaire appuyée sur deux côtés adjacents et un poteau

Recherche des paramètres
Les lignes de rotation passent par les points de rencontre (pôles) des lignes d'appui.
Trois lignes d'appui : AB, AC et toute ligne passant par D.

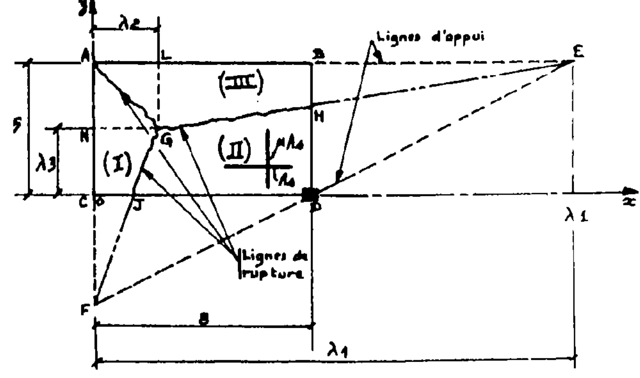


Fig.49 – Lignes de rupture

Donc trois pôles A, E et F par où passent les lignes de rupture : AG, EG et FG (Fig.49).

Remarques

1. Il existe d'autres mécanismes de rupture que celui de la figure 49, tel celui de la figure 50 avec six lignes de rupture au lieu de 3. Les trois lignes de rupture nouvelles sont parallèles aux lignes d'appui.
En général ce mécanisme est moins défavorable que le précédent car le linéaire de fissures est bien supérieur.

2. Un autre mécanisme est obtenu pour un point G en dehors de la dalle (Fig.51). Ce mécanisme mérite d'être étudié, car *a priori*, rien ne permet de déterminer le mécanisme le plus défavorable.

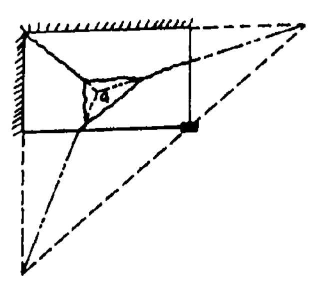


Fig.50

Fig.51

Les paramètres λ sont utilisés pour définir les abscisses ou ordonnées de points.
Ainsi, nous distinguerons : (Fig.49)

- les points fixes tels A, B, C, D,
- les points paramétrés tels E (λ_1, 5) et G (λ_2, λ_3)
- les points intersections de droites :
  F intersection des droite ED et AC,
  J intersection des droite CD et FG,
  H intersection des droite BD et EG.

6.5. Programme « DALLRUPT »

6.5.1. Méthode

◊ Équation d'une droite passant par deux points M_1 (x_1, y_1) et M_2 (x_2, y_2)
$ux + vy + w = 0$ avec $u = y_1 - y_2 \quad v = x_2 - x_1 \quad w = y_2\, x_1 - y_1\, x_2$

◊ Intersection de 2 droites : $u_1x + v_1y + w_1 = 0$ et $u_2x + v_2y + w_2 = 0$

$$x = \frac{v_2 w_1 - w_2 v_1}{u_2 v_1 - v_2 u_1}$$

$$y = \frac{u_1 w_2 - u_2 w_1}{u_2 v_1 - v_2 u_1}$$

◊ Distance d d'un point $M_1(x_1, y_1)$ à une droite $u\,x + v\,y + w = 0$

$$d = \frac{|ux_1 + vy_1 + w|}{\sqrt{u^2 + v^2}}$$

Détermination du travail des forces extérieures – Travail agissant T_A (Fig. 52)

On découpe les panneaux, délimités par les lignes d'appui et les fissures, en triangles soumis à une charge répartie uniforme p sur le triangle, mais pouvant différer d'un triangle à l'autre. Chaque triangle d'aire A_i pivote autour d'un axe d'appui AB et son centre de gravité G_i se déplace verticalement de δ_i pour un déplacement maximum $\delta_{max} = 1$ en G.
On a $\delta_i = G_iH_i / GH$.

Les coordonnées de G_i valent :
$x_G = (x_1 + x_2 + x_3) / 3$
et $y_G = (y_1 + y_2 + y_3) / 3$
L'aire vaut :

$$A_i = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}$$

avec

$$a = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$b = \sqrt{(y_3 - y_1)^2 + (x_3 - x_1)^2}$$

$$c = \sqrt{(y_2 - y_3)^2 + (x_2 - x_3)^2}$$

$$p = (a + b + c) / 2$$

Le travail agissant vaut alors :

$$T_A = \sum p A_i \delta_i$$

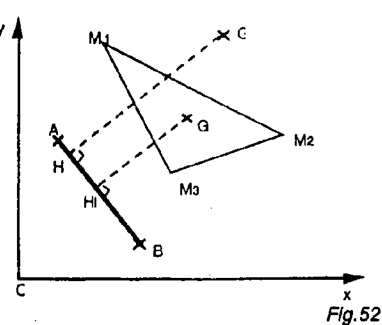


Fig.52

Travail résistant T_R – Travail interne (Fig.53)
Le travail résistant est déterminé par le produit des moments résistants m et µm respectivement des aciers parallèles et perpendiculaires à Ox, par l'angle de rotation ω_1 et ω_2 du panneau par rapport aux axes de rotation des panneaux situés de chaque côté de la fissure.
Le travail du moment résistant correspondant aux aciers parallèles à Ox vaut $m\,\omega_1\,L_y$ et pour les aciers parallèles à Oy : $\mu\, m\, \omega_2\, L_x$

avec $\omega_1 = \dfrac{\sin\alpha}{GH} \quad \delta_{max} = \dfrac{\sin\alpha}{GH}$

et $\omega_2 = \dfrac{\cos\alpha}{GH}$

Soit pour le panneau pivotant autour du seul axe AB :

$$T_R = \frac{m}{GH}\,(\sin\alpha L_y + \mu\cos\alpha L_x)$$

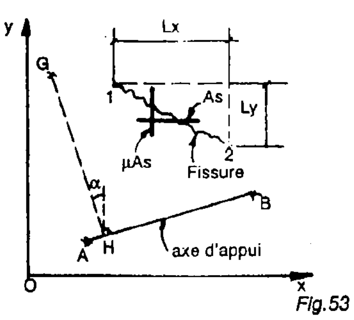


Fig.53

Cette formule est à appliquer pour les deux panneaux situés de part et d'autre de la fissure. Pour une fissure d'encastrement (située sur une ligne d'appui), un seul côté est à prendre en compte.

6.5.2. Mode d'emploi du Programme « DALLRUPT »

1° Ligne. **NPA, NPF, NPP, NPI, NTR, NFI, MU**
NPA = nombre de paramètres λ (1 à 6),
NPF = nombre de points fixes,
NPP = nombre de points paramétrés,
NPI = nombre de points déterminés par des intersections de droites,

NTR = nombre de triangles,
NFI = nombre de fissures,
MU = rapport de la section d'acier d'acier parallèles à Oy sur la section d'acier parallèles à Ox.

2° Ligne. **I, X(I), Y(I)**
(NPF lignes) I = numéro du point fixe décrit,
X(I) = abscisse du point I,
Y(I) = ordonnée du point I.

3° Ligne. **I, X(I), Y(I), PX, PY**
(NPP lignes) I = numéro du point paramétré décrit,
X(I) = abscisse du point I, (= 0 si PX ≠ 0)
Y(I) = ordonnée du point I, (= 0 si PY ≠ 0)
PX = numéro du paramètre représentant l'abscisse X(I) du point I,
PY = numéro du paramètre représentant l'ordonnée Y(I) du point I,
Exemples : Point 7, d'abscisse λ_1 et d'ordonnée 5 *m* : 5 0 5 1 0
Point 9, d'abscisse λ_2 et d'ordonnée λ_3 : 6 0 0 2 3

4° Ligne. **I, I1, I2, I3, I4**
(NPI lignes) I = numéro du point décrit comme intersection de 2 droites,
I1 et I2 = numéros des points déterminant la 1° droite,
I3 et I4 = numéros des points déterminant la 2° droite,

5° Ligne. **I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, *p***
(NTR lignes) I = numéro du triangle,
I1, I2 et I3 = numéros des points sommets du triangle,
IA et IB = numéros des points déterminant l'axe d'appui (axe de rotation),
IG = numéro de point de déformation maximum verticale $\delta_{max} = 1$
p = charge répartie uniforme sur le triangle (kN/m²)

6° Ligne. **I1, I2, IA, IB, IC, ID, IG**
(NFI lignes) I = numéro de la fissure décrite,
I1 et I2 = numéros des points d'extrêmité de la fissure décrite,
IA et IB = numéros des points déterminant l'axe d'appui (axe de rotation) situé d'un côté de la fissure,
IC et ID = numéros des points déterminant l'axe d'appui (axe de rotation) situé de l'autre côté de la fissure,
IG = numéro de point de déformation maximum verticale $\delta_{max} = 1$

7° Ligne. **IP, PI, PM**
(NPA lignes) Plage de variation des paramètres.
IP = numéro du paramètre (< 7) (FIN = 0)
PI = valeur minimum de la plage (m)
PM = valeur maximum de la plage (m)

Retour en ligne 7 pour un nouveau tour avec une plage de variation réduite, compte tenu des résultats donnés par le tour précédent.
La somme des nombres totaux de points, de triangles et de fissures ne doit pas dépasser 50.

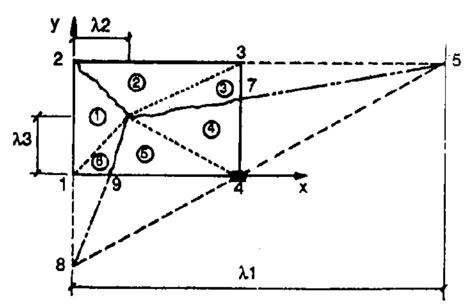


Fig.54 – Exemple de mécanisme de rupture

6.5.3. Données (Fig.54)

3 4 2 3 6 3 0.6	' nombre d'éléments
1 0 0	' 4 points fixes
2 0 5	'
3 8 5	'
4 8 0	'
5 0 5 1 0	' 2 points paramétrés
6 0 0 2 3	'
7 3 4 5 6	' 3 points intersections de droites
8 4 5 1 2	'
9 8 6 1 4	'
1 1 2 6 1 2 6 14.25	' 6 triangles
2 2 6 3 2 3 *	'
3 3 6 7 *	'
4 7 6 4 5 8 *	'
5 9 4 6 *	'
6 1 9 6 1 2 *	'
1 2 6 2 3 2 1 6	' 3 fissures
2 6 7 2 3 5 8 *	'
3 6 9 1 2 *	'
1 8.1 25	' plage du paramètre λ_1
2 0.1 7.9	' plage du paramètre λ_2
3 0.1 4.9	' plage du paramètre λ_3

Remarques :
- le point 6 doit être décrit avant le 8, car 6 < 8 et 8 utilise les coordonnées de 6,
- éviter des valeurs limites correspondant exactement aux coordonnées des points fixes pour éviter des divisions par zéro dans le programme,
- les données d'une même ligne sont à séparer par un ou plusieurs blancs. L'astérisque * remplace les valeurs par les suivantes de la ligne précédente de même position,
- les points doivent être numérotés dans l'ordre : points fixes puis points paramétrés et enfin points intersections de droites,
- les zéros en fin de ligne peuvent être omis,
- la durée des calculs est proportionnelle à $(PAS)^{NPA}$ (PAS = 4, nombre de pas conseillé).

6.5.4. Données sur l'écran

```
4DALLRUPT
Voulez-Vous Ecrire les Donnees :
   1 = sur le Clavier,
   2 = en DATA en Fin de Programme
=? 1
 Voulez-Vous que les Resultats Apparaissent:
      1- sur l'Ecran seulement,
      2- sur l'Ecran et sur l'imprimante,
      3- sur l'imprimante seulement:
=? 3

1ere Ligne: 7 valeurs separees par un blanc:
      1: Nombre de Parametres ,
      2: Nombre de Points Fixes ,
      3: Nombre de Points Parametres ,
      4: Nombre de Points Intersections de Droites ,
      5: Nombre de Triangles ,
      6: Nombre de Fissures ,
      7: Rapport des Sections d'Acier Ay/Ax.

=? 3 4 2 3 6 3 0.6
Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1
```

```
4DALLRUPT

2eme Ligne: Description des Points Fixes: 4 Lignes de 3 valeurs
      1: Numero du Point,
      2: Abscisse,
      3: Ordonnee.

I, X(I), Y(I)=? 1 0 0
I, X(I), Y(I)=? 2 0 5
I, X(I), Y(I)=? 3 8 5
I, X(I), Y(I)=? 4 8 0
Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1

3eme Ligne: Description des Points Parametres: 2 Lignes de 5 valeurs
      1: Numero du Point,
      2: Abscisse (=0 pour Parametre Px non nul),
      3: Ordonnee (=0 pour Parametre Py non nul),
      4: Numero du Parametre Px pour Abscisse (Abscisse=0),
      5: Numero du Parametre Py pour Ordonnee ( Ordonnee=0).

I, X(I), Y(I), Px, Py=? 5 0 5 1
I, X(I), Y(I), Px, Py=? 6 0 0 2 3
Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1
```



```
4DALLRUPT
4eme Ligne: Description des Points Intersections de Droites: 3 Lignes de 5 val
      1: Numero du Point,
      2 et 3: Numeros des Deux Points definissant la 1ere Droite,
      4 et 5: Numeros des Deux Points definissant la 2eme Droite.

I, I1, I2, I3, I4=? 7 3 4 5 6
I, I1, I2, I3, I4=? 8 4 5 1 2
I, I1, I2, I3, I4=? 9 8 6 1 4
Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1

5eme Ligne: Description des Triangles: 6 Lignes de 8 valeurs

      1: Numero du Triangle,
      2, 3 et 4: Trois Numeros des Points des Sommets,
      5 et 6: Deux Numeros de Points definissant l'Axe d'Appui,
      7: Numero du Point de Deformee Maxi,
      8: Charge en kN/m2.

I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, P=? 1 1 2 6 1 2 6 14.25
I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, P=? 2 2 6 3 2 3 *
I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, P=? 3 3 6 7 *
I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, P=? 4 7 6 4 5 8 *
I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, P=? 5 9 4 6 *
I, I1, I2, I3, IA, IB, IG, P=? 6 1 9 6 1 2 *
Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1
```

```
4DALLRUPT

6eme Ligne: Description des Fissures: 3 Lignes de 8 valeurs
      1: Numero de Fissure,
      2 et 3: Deux Numeros des Points definissant la Fissure,
      4 et 5: Deux Numeros des Points definissant le 1er Axe,
      6 et 7: Deux Numeros des Points definissant le 2eme Axe,
      8: Numero  du Point de Deformee Maximale.

I, I1, I2, IA, IB, IC, ID, IG=? 1 2 6 2 3 2 1 6
I, I1, I2, IA, IB, IC, ID, IG=? 2 6 7 2 3 5 8 *
I, I1, I2, IA, IB, IC, ID, IG=? 3 6 9 1 2 *

Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1
Variations des Parametres: 3 Lignes de 3 Valeurs
Numero du Parametre,Valeur Mini, Valeur Maxi=? 1 8.1 25
Numero du Parametre,Valeur Mini, Valeur Maxi=? 2 0.1 7.9
Numero du Parametre,Valeur Mini, Valeur Maxi=? 3 0.1 4.9

Validez-Vous les Donnees: Oui=1 , Non=0? 1
```

```
4DALLRUPT
Voulez-Vous Modifier les Donnees : Oui=1, Non=0 =? 0

Moment Maximum Aciers paralleles a Ox:      m= 67.5666 kNm/m
Voulez-vous Refaire un autre Passage pour plus de Precision,
en limitant l'Amplitude de Variation des Parametres aux Valeurs Suivantes:
Lambda1  de   8.100  a  16.550
Lambda2  de   4.000  a   7.900
Lambda3  de   0.100  a   2.500
Oui=1 , Non=0 =? 1

Moment Maximum Aciers paralleles a Ox:      m= 68.0566 kNm/m
Voulez-vous Refaire un autre Passage pour plus de Precision,
en limitant l'Amplitude de Variation des Parametres aux Valeurs Suivantes:
Lambda1  de  10.213  a  14.438
Lambda2  de   4.000  a   5.950
Lambda3  de   0.100  a   1.300
Oui=1 , Non=0 =? 1

Moment Maximum Aciers paralleles a Ox:      m= 68.5251 kNm/m
Voulez-vous Refaire un autre Passage pour plus de Precision,
en limitant l'Amplitude de Variation des Parametres aux Valeurs Suivantes:
Lambda1  de  12.325  a  14.438
Lambda2  de   4.975  a   5.950
Lambda3  de   0.700  a   1.300
Oui=1 , Non=0 =? 0
```

6.5.5. Résultats de DALLRUPT

DONNEES

3 Parametres 9 Points 6 Triangles 3 Fissures Mu = 0.60

X(1)= 0.000 Y(1)= 0.000
X(2)= 0.000 Y(2)= 5.000
X(3)= 8.000 Y(3)= 5.000
X(4)= 8.000 Y(4)= 0.000

X(5)=Lambda1 , Y(5)= 5.000
X(6)=Lambda2 , Y(6)=Lambda3

Point 7 = Intersection des Droites (3 4) et (5 6)
Point 8 = Intersection des Droites (4 5) et (1 2)
Point 9 = Intersection des Droites (8 6) et (1 4)

Triangle 1 de Sommets 1 2 6 de Pivot (1 2) Fleche Maxi: Point No 6 Charge= 14.25 kN/m2

Triangle 2 de Sommets 2 6 3 de Pivot (2 3) Fleche Maxi: Point No 6 Charge= 14.25 kN/m2

Triangle 3 de Sommets 3 6 7 de Pivot (2 3) Fleche Maxi: Point No 6 Charge= 14.25 kN/m2

Triangle 4 de Sommets 7 6 4 de Pivot (5 8) Fleche Maxi: Point No 6 Charge= 14.25 kN/m2

Triangle 5 de Sommets 9 4 6 de Pivot (5 8) Fleche Maxi: Point No 6 Charge= 14.25 kN/m2

Triangle 6 de Sommets 1 9 6 de Pivot (1 2) Fleche Maxi: Point No 6 Charge= 14.25 kN/m2

Fissure 1 de 2 a 6 Pivots: (2 3) et (2 1) Fleche Max No 6
Fissure 2 de 6 a 7 Pivots: (2 3) et (5 8) Fleche Max No 6
Fissure 3 de 6 a 9 Pivots: (1 2) et (5 8) Fleche Max No 6

Lambda1 variant de 8.100 a 25.000
Lambda2 variant de 0.100 a 7.900
Lambda3 variant de 0.100 a 4.900

RESULTATS

Moment Maximum Aciers paralleles a Ox: m= 67.567 kNm/m
Moment Maximum Aciers paralleles a Oy: Mu.m= 40.540 kNm/m

Pour les Valeurs Suivantes des Parametres:
Lambda1= 12.3250
Lambda2= 5.9500
Lambda3= 1.3000

Coordonnees des 9 Points:
X(1)= 0.000 Y(1)= 0.000
X(2)= 0.000 Y(2)= 5.000
X(3)= 8.000 Y(3)= 5.000
X(4)= 8.000 Y(4)= 0.000
X(5)=12.325 Y(5)= 5.000
X(6)= 5.950 Y(6)= 1.300
X(7)= 8.000 Y(7)= 2.490
X(8)= 0.000 Y(8)=-9.249
X(9)= 5.217 Y(9)= 0.000

Aire Totale = 40.000 m2 Charge Totale = 570.000 kN

RESULTATS

Moment Maximum Aciers paralleles a Ox: m= 68.057 kNm/m
Moment Maximum Aciers paralleles a Oy: Mu.m= 40.834 kNm/m

Pour les Valeurs Suivantes des Parametres:
Lambda1= 12.3250
Lambda2= 4.9750
Lambda3= 0.7000

Coordonnees des 9 Points:
X(1)= 0.000 Y(1)= 0.000
X(2)= 0.000 Y(2)= 5.000
X(3)= 8.000 Y(3)= 5.000
X(4)= 8.000 Y(4)= 0.000
X(5)=12.325 Y(5)= 5.000
X(6)= 4.975 Y(6)= 0.700
X(7)= 8.000 Y(7)= 2.470
X(8)= 0.000 Y(8)=-9.249
X(9)= 4.625 Y(9)= 0.000

Aire Totale = 40.000 m2 Charge Totale = 570.000 kN

RESULTATS

Moment Maximum Aciers paralleles a Ox: m= 68.525 kNm/m
Moment Maximum Aciers paralleles a Oy: Mu.m= 41.115 kNm/m
Pour les Valeurs Suivantes des Parametres:
Lambda1= 13.3813

Lambda2= 5.4625
Lambda3= 1.0000

Coordonnees des 9 Points:
X(1)= 0.000 Y(1)= 0.000
X(2)= 0.000 Y(2)= 5.000
X(3)= 8.000 Y(3)= 5.000
X(4)= 8.000 Y(4)= 0.000
X(5)=13.381 Y(5)= 5.000
X(6)= 5.463 Y(6)= 1.000
X(7)= 8.000 Y(7)= 2.282
X(8)= 0.000 Y(8)=-7.433
X(9)= 4.815 Y(9)= 0.000

Aire Totale = 40.000 m2 Charge Totale = 570.000 kN

Remarques

1. Les résultats reproduits ci-dessus représentent les trois premiers tours. Pour 9 tours successifs, on trouve :

Tour n°	Moment max M_x (kNm/m)	λ_1	λ_2	λ_3
1	67,57	12,32	5,95	1,30
2	68,06	12,32	4,97	0,70
3	68,53	13,38	5,46	1,00
4	68,53	13,38	5,46	0,85
5	68,54	13,38	5,58	0,92
6	68,55	13,25	5,58	0,92
7	68,55	13,31	5,52	0,91
8	68,55	13,31	5,52	0,92
9	68,55	13,31	5,53	0,92

On constate que la valeur définitive du moment est obtenue dès le 3ᵉ tour avec une précision de 0,03 % et de 0,7 % dès le 2ᵉ tour. La connaissance exacte des coordonnées du point de rencontre des fissures n'est pas d'une importance primordiale. On se rappellera que les aciers doivent filer d'un appui à l'autre.

2. Il convient de vérifier que les résultats obtenus pour le point 6 ne le situent pas aux bords de la dalle. Si c'était le cas, il conviendrait d'essayer un autre mécanisme avec un point 6 à l'extérieur de la dalle, tel que celui de la figure 51.

7. DALLE PRÉCONTRAINTE À CABLES NON-ADHÉRENTS

7.1. Généralités

Cette méthode de calcul de ferraillage et de câblage s'applique aux dalles de bâtiments reposant sur des poteaux, poutres, voiles ou murs.
La précontrainte est assurée par des câbles post-tendus disposés dans une direction ou dans les deux directions.
Le calcul est mené conformément à l'annexe 9 des Règles BPEL 91 [60] pour la (ou les) direction(s) comportant des câbles, et suivant les Règles BAEL 91 [59] pour la direction éventuellement sans câbles.
Les câbles utilisés sont en général des mono-torons ou bi-torons disposés à plat, graissés et enfilés dans des gaines en polyéthylène haute densité.

7.2. Principe de calcul

Ces dalles sont calculées comme des poutres continues précontraintes par la méthode « externe » (Voir Chapitre 13 de [45]). Celle-ci consiste à remplacer l'action de la précontrainte par :
- une charge répartie uniforme $p = P / r$ pour un câble de tracé parabolique de courbure $1 / r$
- une compression uniforme égale à l'effort de précontrainte appliqué.

Remarque

Pour que l'effort de précontrainte soit entièrement repris par la dalle, il faut que les éléments porteurs aient une souplesse infinie, ou bien que la dalle soit sur appuis glissants. Dans le cas contraire, une fraction de cet effort passe dans les poteaux. Seule la deuxième action de la précontrainte citée ci-dessus est diminuée, la première due à la courbure est inchangée, car ni la courbure, ni l'effort de traction dans le câble ne sont changés par cet « évanouissement » de la précontrainte dans les éléments verticaux.
On peut s'arranger, en choisissant des portées et des efforts de précontrainte adéquats, pour reprendre une partie ou l'ensemble du poids propre de la dalle par l'action de la précontrainte ; ce qui réduit considérablement les flèches dues aux charges permanentes et spécialement celles dues au fluage.
Pour éviter la répétition d'un texte, nous renvoyons le lecteur à l'article des *Annales ITBTP* [58], dans lequel sont exposés la méthode théorique, un exemple d'application, le mode d'emploi du programme de calcul « PLBP ».

7.3. Rappel des dispositions réglementaires - BPEL - Annexe 9 [60]

7.3.1. Domaine d'application

Cette méthode s'applique aux dalles de bâtiments appuyées sur poteaux, poutres, voiles ou murs avec porte-à-faux éventuels.

Les dalles sont disposées suivant une trame rectangulaire et régulière de poteaux (Fig.55) ou sur des appuis linéaires (Fig.56). Lorque ces derniers sont des poutres, ils doivent être suffisamment rigides et répondre aux conditions suivantes :

Poutres à âmes minces $b/h < 0{,}25$	en béton armé : $h/L \geq 1/12$ en béton précontraint : $L \geq 1/15$
Poutres à âmes épaisses $b/h \geq 0{,}25$	$h/L \geq 1/30$

L = portée , b = épaisseur et h = hauteur de la poutre

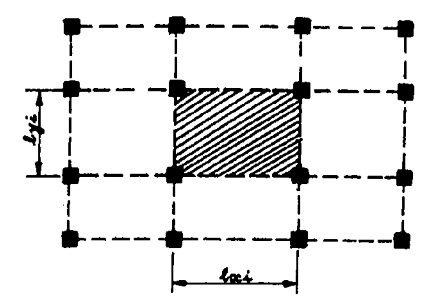


Fig.55 – Plancher-dalle sur poteaux

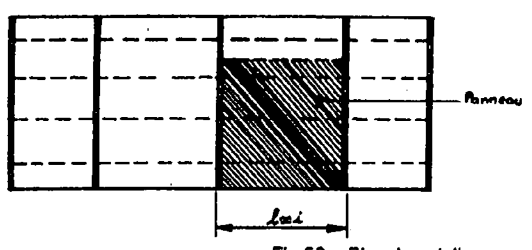


Fig.56 – Plancher-dalle sur poutres ou voiles

Cette méthode s'applique aussi aux dalles nervurées, qui sont des dalles renforcées par des nervures parallèles dans une direction.
Les charges d'exploitation doivent être inférieures à 2,5 fois les charges permanentes. Des charges localisées sont autorisées si, pour chaque panneau, leurs valeurs n'excèdent pas le 1/10e de la charge maximale totale prise en compte sur le panneau. Les charges localisées sont alors assimilées à des charges réparties avec $q = 2\,Q/(d\,L)$ pour une longueur de bande d et une portée L. Cette condition vient du fait qu'une charge totale sur une poutre entraîne un moment deux fois plus important lorsqu'elle est concentrée à mi-portée que lorsqu'elle est répartie uniformément sur toute la longueur.

7.3.2. *Actions et combinaisons d'actions*

Ce sont celles des Règles BPEL avec les aménagements et simplifications suivantes :

- l'effort de précontrainte est pris avec sa valeur probable P_m
- on pourra ne prendre en compte que les combinaisons rares et « pseudo-permanentes » ; ces dernières valent $g + q'$ ou g représente l'action des charges permanentes et q' vaut :

$q' = 0$ si $q \leq 5$ kN/m²

$q' = q - 5$ kN/m² dans le cas contraire.

7.3.3. *Calcul des sollicitations*

Planchers-dalles : calcul en portique (voir la méthode suivant la Résistance des Matériaux du chapitre 8 ci-après) comme les planchers-dalles en béton armé avec une portée de calcul mesurée entre axes pour les bandes de dalles de largeur L_{yi} , et hauteur de dessus de plancher à dessus de plancher pour les poteaux. Le calcul est à effectuer indépendamment dans les deux directions.
Planchers sur voiles, murs ou poutres : calcul en portique dans une seule direction.
On peut négliger les effets de portique et calculer la dalle comme une poutre continue sur appuis simples, si les supports sont normalement flexibles (cette simplification ne s'applique pas aux bandes de poteaux des planchers-dalles).
On peut également négliger les effets de la température et du retrait sous réserve que la contrainte moyenne P/S ne dépasse pas 3 MPa (ce qui est très souvent le cas).

7.3.4. *Effets de la précontrainte*

On peut considérer l'effet de la précontrainte comme constant le long de son tracé.
• Action radiale $p = P/r$ (Fig.57)
Le tracé peut être constitué de trois arcs de parabole, ainsi :
- de A à I_A : $p_A = P/r_A = 2\,\delta_A\,P/L_A^2$
- de I_B à B : $p_B = P/r_B = 2\,\delta_B\,P/L_B^2$
- de I_A à I_B : $p_o = P/r_o = 2\,\delta_o\,P/L_o^2$

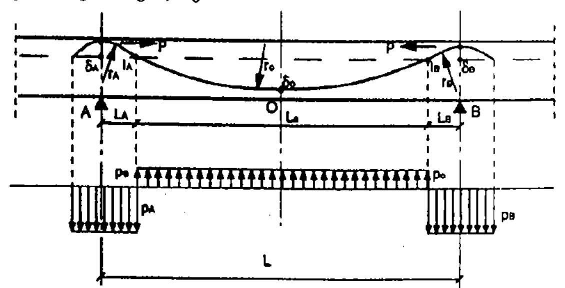


Fig.57 – Action radiale de la précontrainte

Remarques
1. Les longueurs AI_A et BI_B sont en général comprises entre 0,05 L et 0,10 L . La condition de courbure minimum du câble sur appui est très généralement respectée (r_{min} = 1 m pour les mono-torons et r_{min} = 2 m dans le cas contraire).
En effet, on a les relations (Fig.57) :

$$r = \frac{L_A^2}{2\delta_A} \quad \text{or} \quad \frac{\delta_A}{\delta_A + \delta_0} = \frac{L_A}{L_A + L_0/2} + \frac{2L_A}{L}$$

Posons $\delta = \delta_A + \delta_0 = h - 2\,d'$ (d' = distance minimum du centre de gravité du câble à la face de la dalle). On en tire $r = L_A\,L\,/\,(4\,d)$.
Avec $L_A = 0{,}05\,L$, on obtient $r_{min} = 0{,}05\,L^2\,/\,(4\,\delta)$
Exemple : L = 6 m , h = 0,20 m , d' = 0,03 m , d'où :
$\delta = 0{,}14$ m et $r_{min} = 0{,}05 \times 36\,/\,(4 \times 0{,}14) = 3{,}21$ m >> 1 m

2. Le calcul d'une poutre continue soumise à des charges réparties uniformes partielles p_A, p_B et p_0 est plus compliqué que pour une charge uniforme p sur toute la travée. Pour cela, on peut utiliser le programme « POCO » ou, pour des travées de portées égales, le tableau 5 du chapitre 2. C'est pourquoi, on admet de prendre une charge répartie uniforme sur toute la travée de portée L :

$$p = \frac{-8\delta P}{L^2}$$

dirigée vers le haut, donc négative, avec $d = h - 2\,d'$ et $d' = 0{,}03$ m pour des mono-torons. Les différences obtenues par rapport au calcul avec trois charges réparties par travée est faible et peut se justifier par une redistribution des moments (voir [58]).
On est ramené ainsi à des cas de charge plus commodes à calculer.
D'autre part, l'effort axial se traduit par une contrainte constante sur la section : $\sigma = P\,/\,S$.
En tout point situé à la cote y par rapport à l'axe de la dalle situé à mi-hauteur, la contrainte vaut :

$$\sigma = \frac{P}{S} + \frac{My}{I}$$ où S et I sont les aire et moment d'inertie bruts.

7.3.5. Vérification globale en ELS

La contrainte est supposée constante sur toute la largeur b de la bande.
Si la contrainte de traction maximum est inférieure à $-1{,}5\,f_{tj}$,
$\sigma_{traction} = P\,/\,S \pm 6\,M\,/\,(b\,h^2) < -1{,}5\,f_{tj}$, le calcul est à effectuer en section fissurée de classe III, comme une section en béton armé en flexion composée. La section d'acier tendu éventuellement nécessaire est calculé avec $\sigma_s \le \text{Min}\,[2 f_e / 3\,;\,110\sqrt{\eta f_{tj}}]$, ce qui correspond au cas de fissuration préjudiciable du béton armé.
On peut se dispenser de mettre des armatures de béton armé si la contrainte de traction $\sigma_{traction} \ge -0{,}5\,f_{tj}$ et si la section d'acier nécessaire en ELU est nulle.
La condition de contrainte maximum de compression du béton, rarement atteinte, est $\sigma_{compression} = P\,/\,S \pm 6\,M\,/\,(b\,h^2) < 0{,}6\,f_{cj}$.
En cours d'exécution, la traction maximum avant mise en tension des câbles, ne doit pas dépasser
$\sigma_{traction} \ge -1{,}5\,f_{tj}$.

7.3.6. Vérification globale en ELU

À défaut de justification, on admet une surtension forfaitaire de 100 MPa pour les aciers de précontrainte de section A_p .
Le calcul est effectué en flexion composée de béton armé avec un effort de précontrainte $P + 100\,A_p$.

7.3.7. Vérification locale en ELU

Pour les planchers-dalles, et les planchers-champignons qui sont des planchers-dalles avec retombées au droit des poteaux, on doit vérifier les bandes d'appui de largeur (Fig.58) :

$d_r = \text{Min}\,[d_a + d\,/\,10\,;\,\alpha\,d]$ avec :
d = largeur de bande générale (d_1 , d_2 , d_3 ... Fig.59)
b = largeur du poteau dans le sens de la largeur de bande étudiée
h = épaisseur de la dalle
$d_a = b + 3\,h$
G = charges permanentes
Q = charges variables

$$\alpha = \frac{d_a\,(G + 4Q)}{d\,(G + Q)}$$

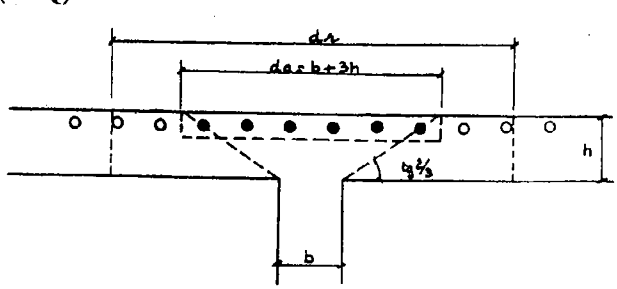


Fig.58 – Planchers-dalles – Bandes d'appuis

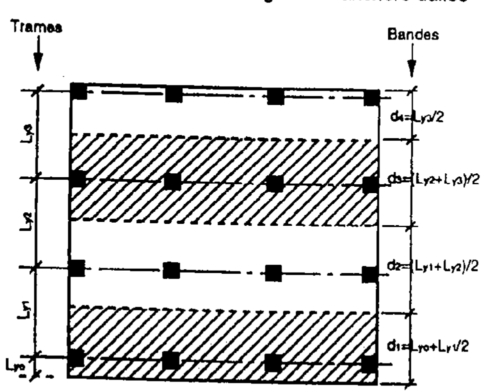


Fig.59 – Planchers-dalles – Bandes générales

Avec les sollicitations $N'_u = (d_r\,/\,d)\,N_u$ et $M'_u = \alpha\,M_u$
N_u et M_u représentent les sollicitations de la bande générale.
Les armatures de précontrainte seules prises en compte sont celles situées dans la largeur d_a.

7.3.8. Vérification de l'effort tranchant en ELU

On sera dispensé d'armatures d'effort tranchant :
- si la contrainte de cisaillement $\tau_{réd,u} = 1{,}5\,V_{réd,u}\,/\,h \le 0{,}09\,f_{c28}\,/\,\gamma_b$
- si la pièce est bétonnée en une seule phase dans toute son épaisseur.

$V_{réd,u}$ est l'effort tranchant qui tient compte de la composante verticale éventuelle de la précontrainte au droit de l'appui et de la transmission directe des charges aux appuis. Ceci est surtout valable pour les dalles sur appuis filants.
Pour les planchers-dalles (ou pour les charges localisées dans tous les cas), on vérifiera la condition de non-poinçonnement sur un contour à mi-hauteur déduit du contour de la charge ou du poteau avec un décalage égal à $h/2$.

7.3.9. *Dispositions constructives*

Enrobage

L'enrobage est supérieur ou égal à 20 mm et à la plus grande dimension transversale de la gaine. Pour un mono-toron gainé graissé, ce diamètre est très légèrement inférieur à 20 mm, ce qui conduit à une distance à l'axe de 30 mm et 50 mm pour un deuxième lit perpendiculaire lors d'un croisement de câbles.

Tracés des câbles

- distribution transversale uniforme des câbles dans une direction, pour les dalles sur poutres ou voiles parallèles (Fig.60-a),
- distribution concentrée des câbles sur appuis dans une direction et ferraillage passif dans l'autre pour les planchers-dalles (Fig.60-b),
- distribution concentrée des câbles sur appuis dans une direction et distribution répartie dans l'autre pour les planchers-dalles (Fig.60-c),
- distribution concentrée des câbles sur appuis dans deux directions et ferraillage passif dans la partie centrale pour les planchers-dalles (Fig.60-d),
- distribution concentrée des câbles sur appuis et répartie en travée dans deux directions pour les planchers-dalles (Fig.60-e),
- distribution répartie des câbles dans deux directions pour les planchers-dalles (Fig.60-f).

Remarque

Pour des câblages concentrés dans une direction, sans câble dans l'autre (Fig.60-b), on disposera des aciers passifs dans cette dernière direction pour transmettre les charges sur les bandes d'appui constituées par les zones où sont concentrées les câbles.
Pour des câblages concentrés sur appuis, (Fig.60-d), le rectangle de dalle sans câble doit être calculé en flexion composée et ferraillé comme une dalle encastrée sur ses quatre côtés, en disposant des armatures passives en travée et sur appuis. Ces derniers sont représentés par les zones de dalle où sont concentrés les câbles.

Tolérance d'implantation

Du fait de la faible épaisseur des dalles de ce type, une erreur de positionnement des câbles en altitude peut avoir des conséquences importantes sur la résistance. C'est pourquoi, il faut être très vigilant sur la mise en place des câbles sur le chantier. Cette tolérance est de ± 5 mm.

Préfabrication

Il est possible de réaliser des planchers-dalles précontraints par câbles non-adhérents en utilisant des pré-dalles, voire des chapiteaux préfabriqués. On peut citer l'extension de l'aéroport international de Zaventem (Bruxelles) où 104 000 m² de planchers précontraints par des torons gainés graissés furent construits par Freyssinet.

Références

Voir [71] à [76].

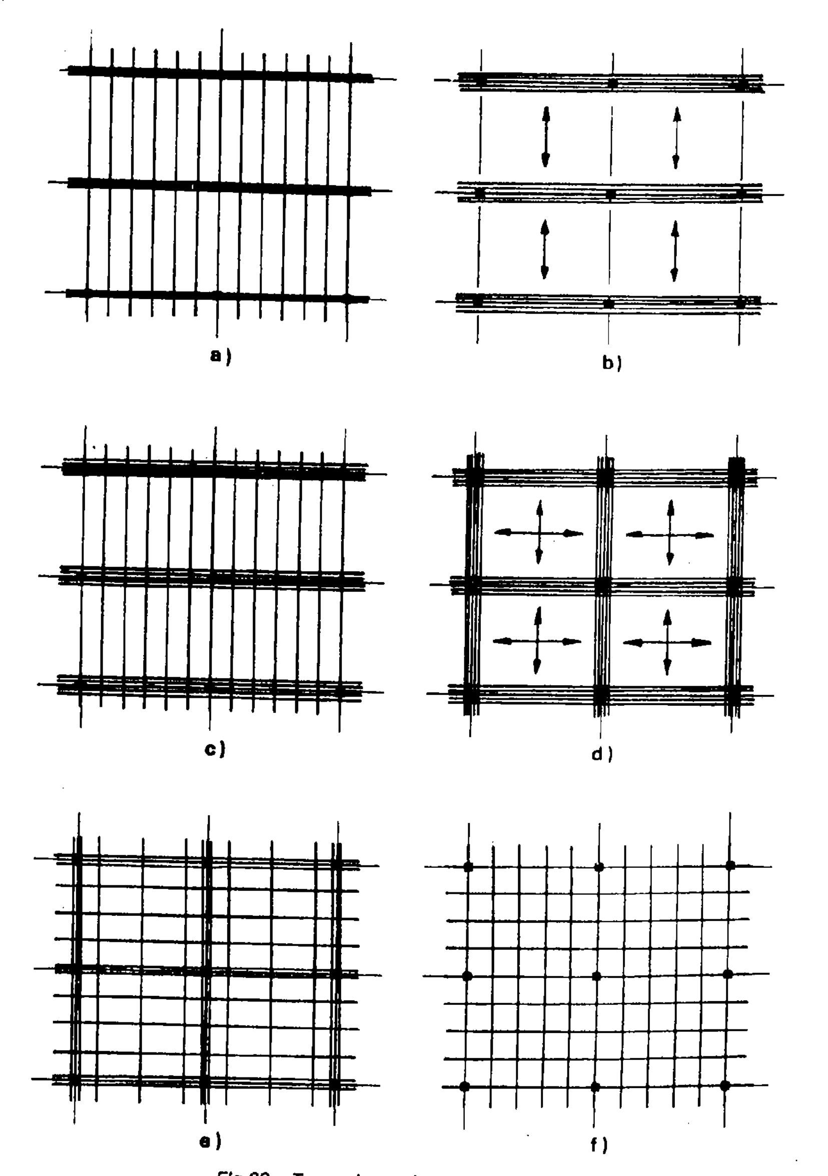


Fig.60 – Types de tracés en plan de câbles de planchers sur voiles ou poutres et de planchers-dalles

7.4. Exemple

7.4.1. Données (Fig.61)

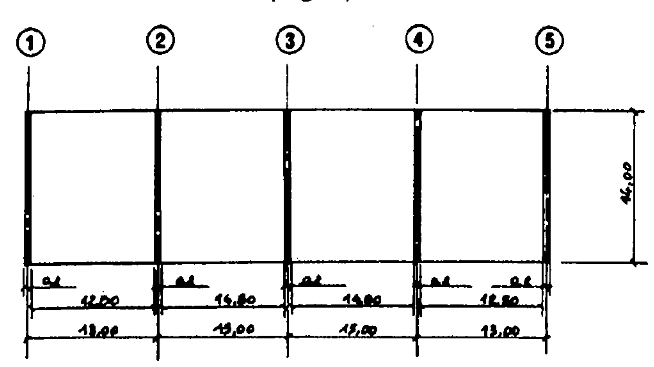


Fig.61 – Exemple de dalle précontrainte dans une direction

Soit une dalle sur poutres parallèles, dont les charges permanentes autres que le poids propre sont de 0,9 kN/m², recevant une charge d'exploitation q de 2,5 kN/m², constituée d'un béton de f_{c28} = 30 MPa et armée d'aciers passifs de limite élastique f_e = 500 MPa. La précontrainte est assurée par des mono-torons gainés graissés T15 S de classe 1860 TBR : section = 150 mm², f_{prg} = 1860 MPa, relaxation à 1 000 heures = 2,5 %.

Remarques

1. La résistance f_{c28} = 30 MPa a été choisie pour permettre une mise en tension et un décoffrage plus rapide.

2. On a toujours intérêt à prendre le toron de plus grande section (T15 S), de plus grande résistance (classe 1860) et de très basse relaxation (TBR).

7.4.2. Épaisseur

Elle est de l'ordre de 1/40° à 1/50° de la portée. Retenons h = 0,32 m, d'où la valeur des charges permanentes g = 0,32 x 25 kN/m³ + 0,9 = 8,9 kN/m².

7.4.3. Effort de précontrainte P

Nous souhaitons limiter au maximum les déformations de la dalle. Pour cela, nous équilibrerons les charges permanentes g par l'action radiale p de la précontrainte.
Pour une travée intermédiaire, l'effort de précontrainte est donné par [58] :

$$P = -\frac{pL^2}{8\delta} = \frac{gL^2}{8\delta}$$

Pour une travée de rive, l'amplitude de variation du câble à mi-portée (Fig.62) est peu différente de 0,75 δ :

$$p = -\frac{-pL^2}{8\,(0{,}75\delta)} = \frac{gL^2}{6\delta}$$

On remarque le choix de la portée de rive qui vaut $\sqrt{075}$ fois la portée centrale car $(13/15)^2$ = 0,75 . On obtient ainsi la même valeur de précontrainte nécessaire dans toutes les travées et la même action radiale, donc la flèche minimum et un câblage filant.
$\delta = h - 2\,d' = 0{,}32 - 0{,}06 = 0{,}26$ m

$$P = \frac{gL^2}{8\delta} = \frac{8{,}8 \times 15^2}{8 \times 0{,}26} = 963\ kN = 0{,}963\ MN$$

7.4.4. Câbles

Prenons *a priori* une contrainte finale après pertes de 70 % de f_{prg} : σ_p = 1 300 MPa.
La section d'acier A_p est donnée par $A_p = P / \sigma_p = 0{,}963 \times 10^6 / 1\,300$ = 740 mm².
Nous choisirons 5 T15 S par mètre de largeur, soit A_p = 750 mm².

7.4.5. Calcul des pertes

· **Variation d'angle en travée de rive** (Fig.62) = $\alpha_1 + 2\,\alpha_2$ avec $\alpha_1 = 2{,}5\,d / L$ et $\alpha_2 = d / 0{,}3\,L$

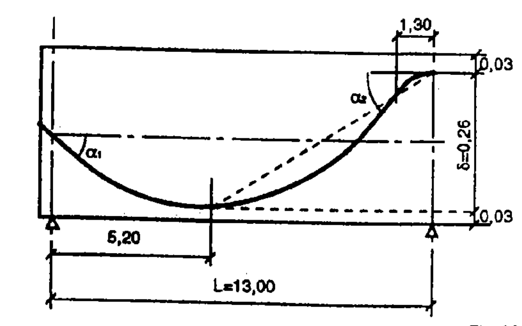


Fig.62 – Travée de rive

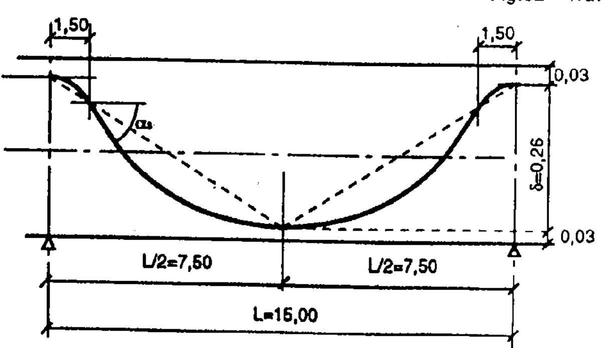


Fig.63 – Travée intermédiaire

• **Variation d'angle en travée intermédiaire** (Fig.63) = 4 α_3 avec α_3 = 4 δ / L

• **Variation d'angle à mi-longueur**, qui permettra de connaître la valeur moyenne de la précontrainte :
$\Sigma\alpha = \alpha_1 + 2\,\alpha_2 + 4\,\alpha_3$ = 9,2 x 0,26 / 13 + 16 x 0,26 / 15 = 0,461 radian

• **Perte par frottement** (Art.3.3.11 et annexe 3 du BPEL) :
$\Delta_{\sigma f} = 0{,}8 f_{prg}\,(f\alpha + \varphi x)$ = 1488 x (0,05 x 0,461 rd + 0,001 x 28 m) = 76 MPa
car $\sigma_{po} = 0{,}8 f_{prg}$ = 0,8 x 1860 = 1488 MPa , contrainte sous vérin lors de la mise en tension.

• **Perte par non-simultanéité de mise en tension** des torons et raccourcissement élastique du béton
$\Delta\sigma_n = 0{,}5\ Ep\ \sigma_{bco} / E_{bi}$
avec E_p = 190 000 MPa pour les torons (BPEL, art.2.2.5)
σ_{bco} = contrainte moyenne du béton au niveau du câble sous charge permanente. Comme nous avons choisi d'équilibrer les charges permanentes par la précontrainte, cette contrainte est constante, quelle que soit la position du câble et vaut
$P_o / S = \sigma_{po} A_p / S$ = 1 488 x 750 x 10^{-6} / 0,32 = 3,49 MPa
E_{bi} = module d'Young du béton le jour de la mise en tension, lorsque celui-ci aura une résistance d'au moins 23 MPa (résistance du béton sous l'ancrage), soit à 10 jours pour un béton de 30 MPa de résistance f_{c28} (d'après art.2.1.2 du BPEL)
$E_{bi} = 11\,000\ \sqrt[3]{f_{cj}} = 11\,000\ \sqrt[3]{23}$ = 31 282 MPa, d'où
$\Delta\sigma_n$ = 0,5 x 190 000 x 3,49 / 31 282 = 10,6 MPa

Remarque
Ce délai peut être réduit en augmentant la résistance du béton jeune par emploi de ciment rapide et en ajoutant des superfluidifiants.

• **Perte par recul à l'ancrage**
Le recul des clavettes lors du blocage des câbles est de l'ordre de 5 à 7 mm, nous prendrons g = 6 mm. La longueur λ de répercussion du recul à l'ancrage peut être déterminé [45] par :
$\lambda = \sqrt{g E_p / p_f}$ avec p_f = perte due au frottement par unité de longueur
p_f = 76 MPa / 28 m = 2,71 MPa/m , d'où $\lambda = \sqrt{0{,}006 \times 190\,000 / 2{,}71}$ = 20,50 m,
soit avant la mi-longueur de la poutre. La valeur moyenne, après pertes de frottement et de recul à l'ancrage, vaut :
1 488 - (1 376,7 + 1336 + 2 x 1 432,4) / 4 = 1488 - 1394,4 = 93,6 MPa

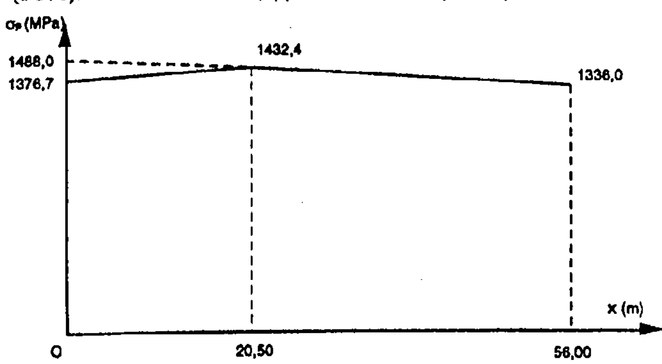


Fig.63bis – Contraintes des aciers de précontrainte

• **Pertes instantanées totales** : $\Delta\sigma_i$ = 93,6 + 10,6 = 104,2 MPa

• **Pertes dues au retrait** : $\varepsilon_r = 2 \times 10^{-4}$ pour toute région française, sauf le quart Sud-Est
$\Delta\sigma_r = \varepsilon_r E_p = 2 \times 10^{-4} \times 190\,000$ = 38 MPa

• **Pertes dues au fluage** : $\Delta\sigma_{fl} = 2{,}5\ \sigma_b E_p / E_{ij}$
avec σ_b = P / S qui vaut σ_b = 0,963 / 0,32 = 3 MPa
$E_{ij} = 11\,000\ \sqrt[3]{30}$ = 34 180 MPa
$\Delta\sigma_{fl}$ = 2,5 x 3 x 190 000 / 34 180 = 41,7 MPa

• **Pertes dues à la relaxation des aciers.** Pour les aciers de classe TBR, on a :
μ_o = 0,43 et ρ_{1000} = 2,5 , d'où :
$\Delta\sigma_p = 0{,}06\ \rho_{1000}\,(\sigma_{pi} / f_{prg} - \mu_o)\ \sigma_{pi}$
avec $\sigma_{pi} = \sigma_{po} - \Delta\sigma_i$ = 1 488 - 104,2 = 1 383,8 MPa
$\Delta\sigma_p$ = 0,06 x 2,5 (1 383,8 / 1 860 - 0,43) 1 383,8 = 65,2 MPa

• **Pertes totales différées** : $\Delta\sigma_d = 5/6\,\Delta\sigma_p + \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fl}$ = 5 / 6 x 65,2 + 38 + 41,7 = 134,0 MPa

• **Pertes totales** : $\Delta\sigma_p = \Delta\sigma_i + \Delta\sigma_d$ = 104,2 + 134,0 = 238,2 MPa

• **Contrainte finale** : $\sigma_p = \sigma_{po} + \Delta\sigma_p$ = 1 488 - 238,2 = 1249,8 MPa au lieu de 1 300 MPa pris en première approximation. Ce léger manque de précontrainte se traduira par une compensation un peu inférieure à 100 % de la charge permanente. Nous conserverons néanmoins cette valeur au lieu de modifier l'écartement des torons qui est de 200 mm.
Dans ce cas, l'effort final de précontrainte vaut :
P = 750 x 10^{-6} x 1 249,8 = 0,937 MN

7.4.6. Sollicitations et contraintes

Les charges permanentes valent g = 8,9 kN/m².
L'action de la précontrainte se traduit par une charge répartie négative $p = -\,8\ P\ \delta / L^2$ = - 8 x 937 x 0,26 / 15² = - 8,66 kN/m² en travée intermédiaire et par la même valeur en travée de rive, puisque nous avons choisi sa longueur en conséquence.
On remarque que la charge permanente est compensée à 8,66 / 8,9 = 0,97, soit 97 % .
La charge d'exploitation est inférieure à 5 kN/m², on aura donc une combinaison quasi permanente avec q' = 0 et une combinaison rare avec q = 2,5 kN/m².
Les moments sur appuis sont calculés avec la méthode des trois moments (3 équations à trois inconnues) ou avec le programme « POCO ».
Les flèches sont calculées en résistance des matériaux (sections supposées non fissurées en ELS) avec un module d'Young de 34 180 MPa pour les charges variables et le tiers de cette valeur pour les charges permanentes et la précontrainte.

Moments en kNm Flèches en mm	Cas	Travée 1 (absc. 0,4 L)	Appui 2	Mi-travée 2	Appui 3
Charge p	1	– 106,3 45,6	173,3 0,0	– 78,4 34,2	156,8 0,0
Charge g	2	109,2 – 47,1	– 178,2 0,0	80,6 – 35,2	– 161,2 0,0
Charge q	3	43,3 – 7,6	– 18,5 0,0	– 20,5 6,2	– 22,6 0,0
Charge q	4	– 12,7 3,2	– 31,6 0,0	43,2 – 9,5	– 22,6 0,0
Charge q	5	28,3 – 3,8	– 56,1 0,0	30,9 – 5,8	– 22,6 0,0
Charge q	6	2,4 – 0,6	6,1 0,0	– 8,3 2,5	– 22,6 0,0
Charge q	7	39,3 – 6,6	– 28,3 0,0	– 7,1 2,1	14,2 0,0
Charge q	8	– 8,7 2,2	– 21,7 0,0	29,7 – 5,4	– 59,4 0,0

Moments en kNm Flèches en mm	Cas	Travée 1 (absc. 0,4 L)	Appui 2	Mi-travée 2	Appui 3
Moment maximum ELS	cas	1+2+3	1+2+6	1+2+4	1+2+7
moment	kNm	46,2	1,2	45,4	9,8
flèche	mm	– 9,1	0,0	– 10,5	0,0
Moment minimum ELS	cas	1+2+4	1+2+5	1+2+3	1+2+8
moment	kNm	– 9,8	– 61,0	– 18,3	– 63,8
flèche	mm	1,7	0,0	5,2	0,0
Moment maxi ELU	cas	1+2+3	1+2+6	1+2+4	1+2+7
coefficient		1;1,35;1,5	1;1,35;1,5	1;1,35;1,5	1;1,35;1,5
moment	kNm	106,1	4,3	95,2	– 39,5
Moment mini ELU	cas	1+2+4	1+2+5	1+2+3	1+2+8
coefficient		1;1;1,5	1;1;1,5	1;1;1,5	1;1;1,5
moment	kNm	– 16,1	– 151,4	– 28,6	– 93,5
Contrainte ELS = $P/S \pm 6\,M/h^2$					
fibre supérieure maxi	MPa	5,64	-0,65	5,59	3,50
mini	MPa	2,35	3,00	1,86	– 0,81
fibre inférieure maxi	MPa	3,50	2,86	4,00	6,67
mini	MPa	0,22	6,50	0,27	2,35

Lors de la mise en tension, la résistance caractéristique de traction du béton vaut :

f_{tj} = 0,06 x 23 + 0,6 = 1,98 MPa

On vérifie bien : σ_{bmax} = 6,67 MPa < 0,6 f_{cj} = 13,8 MPa OK

σ_{bmin} = - 0,81 MPa > - 1,5 f_{tj} = - 1,5 x 1,98 = - 2,97 MPa

La vérification de la contrainte de traction avant mise en tension n'est pas nécessaire, du fait que l'on ne décoffre pas avant cette mise en tension. Les flèches extrêmes sont 10,5 mm vers le bas et de 5,2 mm vers le haut. L'amplitude de variation maximum de flèche est de 15,7 mm , soit près de un pour mille (1/ 955) de la portée de 15 m et de 10,8 mm pour 13 m, 1/1 203 de la portée de 13 m. Résultats tout à fait remarquables pour une dalle de cette épaisseur en portée de 15 m.

Calcul des aciers		Travée 1 (absc. 0,4 L)	Appui 2	Mi-travée 2	Appui 3
Acier ELU					
moment / acier tendu					
$M_1 = M + P'(h/2 - d')$ (*)					
$= M + 131,6$	kNm	237,7	283,0	226,8	225,1
$\mu_1 = M_1/(d^2\,\sigma_{bu}) < 0,39$		0,166	0,198	0,159	0,157
$z = 0,5\,d\,(1 + \sqrt{1-2\mu})$	m	0,263	0,258	0,265	0,265
$A_s = (M_1 / z - P) / \sigma_{su}$	cm²	– 2,52	1,98	– 3,59	– 2,87
Acier ELS					
moment / acier tendu					
$M_1 = M + P(h/2 - d')$					
$= M + 123,1$	kNm	168,0	182,8	167,2	185,6
$\beta = M_1 / (d^2) < 3$ MPa	MPa	2,00	2,17	1,99	2,21
$z \approx d(0,856+\sigma_s/3\,800-\beta/38)$	m	0,249	0,248	0,249	0,248
$A_s = (M_1 / z - P) / \sigma_s$	cm²	– 12,22	– 9,29	– 12,38	– 8,73
Acier passif retenu	cm²	0,00	1,98	0,00	0,00
Soit par mètre		-	HA8 s = 250	-	-

(*) On prendra la surtension forfaitaire du BPEL(annexe 9, art.4.2) de 100 MPa, soit $P' = P + 100\,A_p = 0,937 + 100 \times 750 \times 10^{-6} = 1,012$ MN = 1012 kN. D'autre part $h = 0,32$ m et $d' = 0,03$ m

avec $\sigma_{bu} = 0,85\,f_{c28} / 1,5 = 17$ MPa
$\sigma_{su} = f_e / 1,15 = 500 / 1,15 = 434,8$ MPa en ELU
$\sigma_s = 110\,\sqrt{\eta f_{t28}} = 110\,\sqrt{1,6 \times 2,4} = 215,6$ MPa en ELS.
On constate que la contrainte minimum de - 0,81 MPa est supérieure à - $0,5\,f_{tj}$ = - 0,99 MPa, ainsi nous sommes autorisés de ne pas mettre d'armatures de traction dans les zones tendues sauf si elles sont exigées en ELU.
Nous ne disposerons d'acier qu'au droit du premier appui intermédiaire : HA8 , espacés de 250 mm.

7.4.7. *Armatures transversales*

Les armatures transversales, parallèles aux lignes d'appui sont à calculer suivant les règles du béton armé. Celles-ci, en l'absence de charges localisées et pour une dalle portant dans une seule direction, préconisent de disposer une section d'acier transversal d'au moins le quart de celle des aciers principaux. Cette règle est difficile d'application en l'absence d'aciers principaux. Cependant, il est nécessaire d'avoir un minimum d'armatures transversalement pour reprendre des moments transversaux dus à des chargements autres qu'uniformes sur l'ensemble de la largeur de la dalle. De plus, ces armatures limitent les conséquences du retrait.

Nous les déterminerons comme égales au quart de la section d'acier longitudinal qui serait nécessaire en ELU, en l'absence de précontrainte.

ELU		Travée 1 (absc. 0,4 L)	Appui 2	Mi-travée 2	Appui 3
M_u max en val. abs. hors préc.	kNm	106,1	151,4	95,2	93,5
$\mu = M_u/(d^2\,\sigma_{bu}) < 0,39$		0,074	0,106	0,067	0,065
$z = 0,5\,d\,(1+\sqrt{1-2\mu})$		0,279	0,274	0,280	0,280
$A_s = M_u / (z\,\sigma_{su})$	cm²	8,75	12,72	7,82	7,68
$A_t = A_s/4$	cm²	2,19	3,18	1,96	1,92
soit diamètre	mm	HA8	HA10	HA8	HA8
espacement	mm	220	240	250	250

7.4.8. *En résumé*

1 - La précontrainte est réalisée au moyen de torons gainés graissés T15 Super, espacés de 0,20 m.
2 - Les armatures passives longitudinales sont réduites à des chapeaux sur le premier appui intermédiaire : HA 8 espacés de 0,25 m.
3 - Les armatures transversales filantes sont en HA 8 , espacées de 0,25 m, à l'exception de la première travée avec un espacement de 0,22 m et du premier appui intermédiaire : HA 10 espacés de 0,24 m.
4 - La variation de flèche ne dépasse pas 15,7 mm et 1/955° de la plus grande portée. En valeur absolue, la flèche ne dépasse pas 10,5 mm , soit 1/1428° de la portée.
On remarquera que le gain de hauteur de ce type de dalle par rapport à une dalle en béton armé qui aurait une épaisseur de l'ordre de 0,45 m à 0,50 m, répété sur un nombre important d'étages peut conduire, pour une même hauteur totale de bâtiment, à disposer d'un étage supplémentaire.



Dalles précontraintes par torons non-adhérents

Notations	L = portée de la dalle h = épaisseur de la dalle g = charge répartie permanente q = charge d'exploitation A_p = section d'acier de précontrainte A_s = section d'acier passif éventuel P = effort de précontrainte = Ap σ_p M = moment de calcul ELS M_u = moment de calcul ELU M_g = " dû aux charges permanentes M_q = " dû aux charges d'exploitation M_p = " dû à la précontrainte M'_g = " dû aux ch. pseudo-permanentes
Matériaux	. Béton : f_{c28} = 25 ou 30 MPa en général . Acier passif HA : f_e = 500 MPa . Acier de précontrainte en torons graissés gainés : T13 = 93 mm^2 ; T13 S = 100 mm^2 ; T15 = 139 mm^2 ; T15 S = 150 mm^2 f_{prg} = 1860 MPa ; ρ1000 = 2,5 % (TBR) . Pertes de précontrainte $\Delta\sigma_p$ (*valeur approchée*) : de 0,16 f_{prg} pour L_{total} = 40 m à 0,26 f_{prg} pour L_{total} = 100 m . Précontrainte finale = (0,8 f_{prg} - $\Delta\sigma_p$) A_p
Dimensions	. Épaisseur dalle h : travée isolée = L / 30 ; travée de rive = L / 40 ; travée interméd. = L / 50 . Enrobage : 20 mm au nu ; 30 mm à l'axe du câble
Tracé du câble	Arcs de parabole : . travée de rive, point bas à 0,4 L . point de changement de courbure à 0,05 L de l'appui . amplitude de variation du tracé du câble : $\delta = h - 0{,}06$ m . rayon de courbure minimum $r = 0{,}0125\ L^2 / \delta \geq 1$ m
Charges	. pseudo-permanentes : $g' = g + \mathrm{Max}[0 ; q - 5\ \mathrm{kN/m^2}]$. d'exploitation : $q \leq 2{,}5$ g . due à la précontrainte : $p = 8\ P\ \delta / L^2$ (en travée intermédiaire) et $p = 6\ P\ \delta / L^2$ (en travée de rive)
Précontrainte	Condition : pas de traction du béton sur face côté câble sous charges permanentes Soit μ = moment total de précontrainte dû à une précontrainte unité ($M_p = \mu$ P) . en travée : $P \geq M'g / (h / 6 - \mu)$. sur appui : $P \geq - M'g / (h / 6 + \mu)$ Si l'on veut compenser une fraction γ (< 1 ou ≥ 1) des charges permanentes pour une travée de portée L, on pendra une précontrainte égale à : $P = 0{,}125\ \gamma g\ L^2 / \delta$ pour une travée intermédiaire $P = 0{,}1667\ \gamma g\ L^2 / \delta$ pour une travée de rive
Contraintes ELS	1 – Calcul en section brute non fissurée : $\sigma_b = P / S \pm 6\ M_p / h^2 \pm 6\ M'_g / h^2 \leq 0{,}5\ f_{cj}$ $\sigma_b = P / S \pm 6\ M_p / h^2 \pm 6\ M'_g / h^2 \pm 6\ M_q / h^2 \leq 0{,}6\ f_{cj}$ Si $\sigma_b \geq - 0{,}5\ f_{tj}$: pas d'aciers passifs ELS 2 – Si $\sigma_b < -1{,}5\ f_{tj}$ Calcul en flexion composée de béton armé en section fissurée (voir Projet de Béton Armé, p.26) avec : . effort normal centré : P . moment = $M_p + M'_g$ (+ M_q) . en fissuration préjudiciable donc σ_{su} = 202 MPa pour f_e = 400 MPa et σ_{su} = 216 MPa pour f_e = 500 MPa d'où la section d'acier passif minimum nécessaire A_s en ELS

Vérifications ELU	1 – Vérification globale pour la largeur totale b_1 de la dalle Calcul en flexion composée de béton armé avec : . un effort normal centré $P' = P + 100\ A_p$ (surtension forfaitaire = 100 MPa) . un moment $M_u = M_p + (1{,}35 \text{ ou } 1{,}0)\ M'_g + (1{,}5\ M_q)$. méthode de calcul du moment M_1 par rapport aux aciers tendus : $M_1 = M_u + P'\ (0{,}5\ h - 0{,}03\ \mathrm{m})$ $\mu = M_1 / (b_1\ d^2\ \sigma_{bu})$ avec $\sigma_{bu} = 0{,}85\ f_{cj} / 1{,}5$ et $d = h - 0{,}03$ m $z = 0{,}5\ d\ (1 + \sqrt{1 - 2\mu})$ et $A_s = (M_1 / z - P') / \sigma_{su}$ avec $\sigma_{su} = f_e / 1{,}15$ 2 – Vérification locale des bandes d'appui des planchers-dalles . b_p = largeur du poteau dans le sens de la largeur de la bande étudiée . d_b = largeur de la bande générale (de demi-distance entre poteaux à demi-distance entre poteaux) . $d_a = b_p + 3\ h$. $\alpha = d_a\ (g + 4\ q) / d_b / (g + q)$. $d_r = \mathrm{Min}[d_a + d_b / 10 ; \alpha\ d_b]$. P = effort de précontrainte de la bande de largeur d_b . M_u = moment de calcul de la bande de largeur d_b . $M'_u = \alpha\ M_u$ = moment de calcul de la bande d'appui de largeur d_r . P'_u = effort normal centré de calcul = $(P + 100\ A_p)\ d_r / d_b$ Vérification en flexion composée de béton armé avec M'_u et P'_u
% mini aciers longitudinaux	1 – Toutes les zones tendues en ELS et en ELU (sauf si $\sigma_b \geq - 0{,}5\ f_{tj}$ en ELS et si acier d'ELU nul) $A_s \geq 0{,}003\ A_{bt}$ avec A_{bt} = section de béton tendu en ELS de la section droite supposée fissurée (même si $\sigma_b < - 1{,}5\ f_{tj}$) Espacement maximum des aciers = 250 mm 2 – Zone d'appui de dimension dans chaque direction, de part et d'autre du poteau, égale à celle du poteau augmentée du 1/10e de la portée adjacente et $A_s \geq 0{,}002\ h$
Effort tranchant	1 – Dalle portant dans une direction, pas d'aciers d'effort tranchant si : $\tau_u = 1{,}5\ V_{réd,u} / (d_b\ h) \leq 0{,}09\ f_{cj} / \gamma_b$ (γ_b = 1,5) ($V_{réd,u}$ = effort tranchant diminué des charges transmises directement à l'appui et de la composante verticale de l'effort de précontrainte) 2 – Planchers-dalles, pas d'aciers d'effort tranchant si : $\tau_u = 1{,}5\ V_{réd,u} / (u\ h) \leq 0{,}09\ f_{cj} / \gamma_b$ avec u = périmètre à distance 0,5 h du contour du poteau

Application numérique

Dalle sur poutres parallèles, 6 travées de 10 m,
q = 2,5 kN/m^2, avec compensation des charges permanentes en travée intermédiaire
fc_{28} = 30 MPa, f_{cj} = 20 MPa à 6 jours (détension et décoffrage) (cf. Projet BA, p.12)
f_e = 500 MPa, f_{prg} = 1860 MPa, T15 S = 150 mm^2
Épaisseur h = L / 40 = 0,25 m, d' = 0,03 m, δ = 0,19 m, r_{min} = 6,58 m > 1 m **OK**
g = 6,25 kN/m^2, g' = 6,25 kN/m^2

P mini. pour compenser g : $P = 0{,}125\, g\, L^2 / 0{,}19 = 411{,}2$ kN
$\Delta\sigma_p = 0{,}19\, f_{prg}$, $\sigma_p = (0{,}8 - 0{,}19)\ 1\,860 = 1\,135$ MPa , $A_p = 411{,}2 / 1\,135 \times 10^3 = 322{,}3$ mm^2 , T15 S ,
esp. s = 150 / 322,3 = 0,414 m , soit **T15 S , s = 0,40 m**
$P = (150 / 0{,}4) \times 1135\ 10^{-6} = 0{,}425$ MN
$P' = (150 / 0{,}4) \times (1\,135 + 100)\ 10^{-6} = 0{,}463$ MN (surtension ELU forfaitaire 100 MPa)

Calcul aciers	unité	travée 1	appui 2	travée 2	appui 3	travée 3	appui 4
k (trav.paires chargées) (*)		– 37,82	– 16,91	12,61	– 26,00	– 24,47	– 23,11
k (trav.impaires charg.)		10,15	– 16,91	– 21,89	– 26,00	11,89	– 23,11
k (toutes trav. chargées)		13,87	– 9,46	29,74	– 13,00	23,13	– 11,56
k (Préc. à 0,05 L)		20,40	– 12,15	22,37	– 12,78	21,71	– 12,56
$M_g = gL^2/k_1$ (tab.1)	kNm	46,05	– 66,10	21,01	– 48,08	27,02	– 54,09
P_{min} (pour $\sigma_b \geq 0$) (**)	kN	367,6	396,4	191,7	299,4	242,0	332,5
$M_p = 8\, P\, \delta / k_2$ (tab5)	kNm	– 31,67	53,17	– 28,88	50,55	-29,76	51,43
$M_{q1} = q\, L^2 / k_4$ (tab1)	kNm	18,02	-26,44	8,40	– 19,23	10,81	– 21,64
$M_{q2} = q\, L^2 / k_4$ (tab3)	kNm	-6,61	– 13,22	19,63	– 9,62	– 10,22	– 10,82
$M_{q3} = q\, L^2 / k_4$ (tab4)	kNm	24,63	– 13,22	– 11,42	– 9,62	21,03	– 10,82
M_{ELSmax}	kNm	38,01	– 12,93	11,98	2,47	18,29	– 2,66
M_{ELSmin}	kNm	6,77	– 39,37	– 19,29	– 16,76	– 12,95	– 24,29
M_{ELUmax}	kNm	66,10	– 36,07	29,23	– 14,36	38,27	– 21,59
M_{ELUmin}	kNm	3,47	– 62,60	– 25,00	– 26,38	– 18,06	– 36,11
σ_{gmax}	MPa	2,98	2,94	2,48	1,94	1,98	1,95
σ_{gmin}	MPa	0,42	0,46	0,94	1,48	1,44	1,45
σ_{ELSmax} (en haut)	MPa	5,35	0,46	2,65	1,94	3,46	1,46
σ_{ELSmin} (en haut)	MPa	2,35	– 2,06	– 0,15	0,09	0,46	– 0,63
σ_{ELSmax} (en bas)	MPa	1,05	5,48	3,55	3,31	2,94	4,03
σ_{ELSmin} (en bas)	MPa	– 1,95	2,94	0,55	1,48	– 0,06	1,95
A_{sELS} (en haut)	cm^2	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00
A_{sELS} (en bas)	cm^2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
σ_{Mmax} (en haut)	MPa	5,35	0,46	2,65	1,94	3,46	1,46
σ_{Mmax} (en bas)	MPa	– 1,95	2,94	0,55	1,48	– 0,06	1,95
σ_{Mmin} (en haut)	MPa	2,35	– 2,06	– 0,15	0,09	0,46	– 0,63
σ_{Mmin} (en bas)	MPa	1,05	5,48	3,55	3,31	2,94	4,03
$A_{sminELS}$ (en haut)	cm^2	0,00	2,06	0,30	0,00	0,00	1,01
$A_{sminELS}$ (en bas)	cm^2	2,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00
A_{sELU} (en haut)	cm^2	0,00	1,23	0,00	0,00	0,00	0,00
A_{sELU} (en bas)	cm^2	2,89	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A_s (en haut)	cm^2	0,00	2,06	0 (***)	0,00	0,00	0 (***)
A_s (en bas)	cm^2	2,89	0,00	0,00	0,00	0 (***)	0,00
A_s (en haut)	mm		HA 8				
esp.	mm		240				
As (en bas)	mm	HA 8					
esp.	mm	170					

(*) Pour les coefficients k_1, k_2 et k_4 voir chapitre 2 , art.7 , tableaux 1 à 5
(**) Avec $\mu = -8\,\delta / k^2$
(***) $A_s = 0$ car acier nul en ELU et $\sigma_b > -0{,}5\, f_{tj} = -0{,}9$ MPa (– 0,15 ; – 0,06 et – 0,63 sont > – 0,9 MPa)

8. PLANCHER-DALLE

8.1. Définition

Un plancher-dalle est un plancher à sous-face horizontale, sans aucune retombée pour les poutres et s'appuyant directement sur les poteaux avec éventuellement un épanouissement de ces derniers en forme de chapiteaux ; ils sont alors dénommés planchers-champignons. On peut également disposer d'une retombée locale au droit du poteau pour accroître sa résistance à la flexion et à l'effort tranchant (Fig. 64)

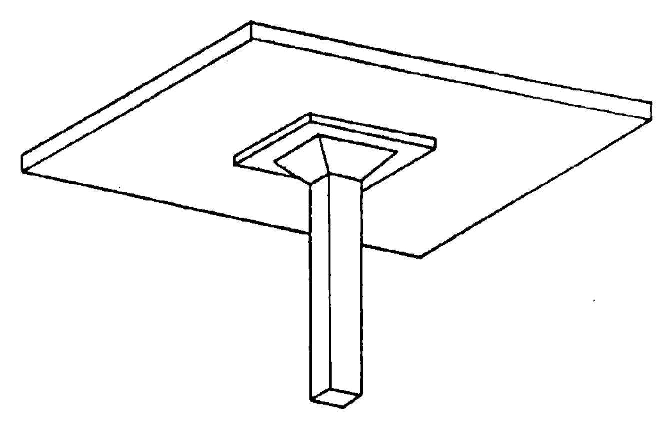


Fig.64 – Poteau de plancher-dalle avec champignon et retombée locale

8.2. Calcul

Une méthode de calcul de ce type de plancher est donnée en annexe E4 des Règles BAEL 91 [59].
Elle consiste à considérer un fonctionnement en portique, dans les deux directions indépendamment l'une de l'autre et pour chaque file de poteaux.
Les dalles de chaque niveau, comprises entre deux plans parallèles verticaux à la direction étudiée et situés à mi-distance des axes de poteaux représentent les traverses du portique.
Les poteaux de la file étudiée représentent les membrures verticales du portique.

8.2.1. Conditions

Certaines conditions de régularité de la structure sont exigées pour pouvoir faire cette transposition (Fig.65) :

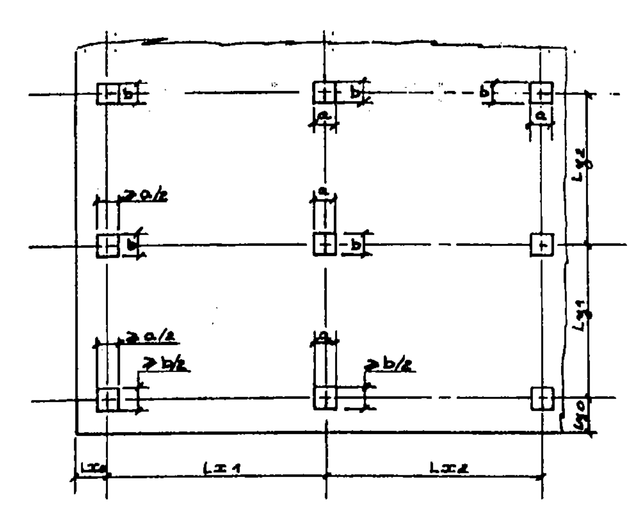


Fig.65 – Domaine d'application

- la maille est régulière,
- des éléments porteurs filants peuvent exister en rive seulement,
- des porte-à-faux sont autorisés,
- la dalle est d'épaisseur constante,
- tous les poteaux intérieurs sont identiques,
- les poteaux de rive ont une section au moins égale à la moitié de celle des poteaux intérieurs,
- la partie de chapiteau éventuel retenue est celle qui est située dans un cône à 45° à partir de sa base la plus petite, la dimension horizontale maximum d'un chapiteau ne doit dépasser 40 % de la portée de la dalle dans la même direction,
- le rapport des portées L_x et L_y dans deux directions perpendiculaires, doit être compris entre 0,5 et 2,
- le rapport des côtés *a* et *b* des poteaux, doit être compris entre 0,5 et 2,
- un côté de poteau ne doit dépasser 20 % de la portée dans la même direction.

$L_y/2 \le L_x \le 2\,L_y$; $b/2 \le a \le 2\,b$; $a \le L'_x/5$; $b \le L'_y/5$
chapiteaux éventuels : $b'/2 \le a' \le 2\,b'$
avec L'_x = le plus petit des 4 L_{xi} des panneaux adjacents au poteau
et L'_y = le plus petit des 4 L_{yi} des panneaux adjacents au poteau

8.2.2. Charges de calcul

La charge de calcul est supposée uniformément répartie sur le panneau chargé.
On peut admettre des charges localisées limitées au dixième de la charge totale d'exploitation supportée par le panneau (charge répartie + charge localisée).

8.2.3. Détermination des portiques. Méthode générale

On délimite les portiques par des bandes générales de dalles rattachées à une file de poteaux (Fig. 66 par exemple des bandes générales portant dans la direction Ox).

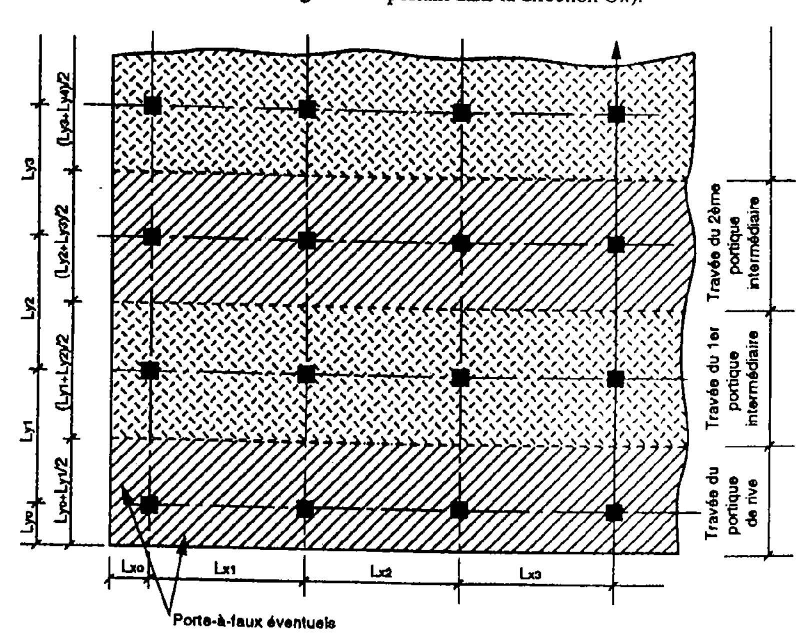


Fig.66 – Délimitation des bandes générales

Les portées des traverses sont prises entre axes des poteaux, les longueurs de calcul des poteaux de dessus de plancher (ou de dessus de fondation) à dessus de plancher.
Pour les planchers-champignons, des correctifs sont à apporter aux raideurs et facteurs de transmission pour tenir compte de la présence des chapiteaux (art. E.4.1.2 des Règles BAEL).

8.3. Méthode simplifiée

Comme les chapiteaux sont d'un usage peu courant et qu'en bâtiment les charges d'exploitation sont modérées, on pourra utiliser la méthode simplifiée suivante qui dispense d'un calcul en portique fastidieux.

8.3.1. Conditions d'application

- la structure est contreventée par ailleurs (voiles, palées de contreventement, ...),
- il existe au moins deux travées dans chaque direction,

- les charges d'exploitation ne dépassent pas les deux-tiers des charges permanentes,
- les dimensions des poteaux ne dépassent pas le quart de la portée adjacente la plus faible dans la même direction,
- les rapports des portées de deux travées consécutives sont compris entre 0,5 et 2,
- les portées sont prises entre axes des poteaux.

8.3.2. Méthode de calcul

Chaque bande générale de la figure 66 est calculée comme une dalle continue (méthodes des trois moments, de Caquot ou des règles forfaitaires) avec des chargements par travées entières (1,35 g + 1,5 q pour les Règles forfaitaires).
Les poteaux de rive devront être capables de reprendre :
- 0,2 M_o, si la largeur du poteau est inférieure à deux fois l'épaisseur de la dalle,
- 0,4 M_o dans le cas contraire (poteau raide),

M_o représente le moment isostatique de la travée considérée dans le sens étudié :
$M_o = p\, L_y\, L_x^2 / 8$ dans la direction Ox par exemple.
Dans le cas d'application des Règles forfaitaires, qui rappelons-le dispense d'étudier les cas de travées chargées-déchargées, on vérifiera en outre que les moments sur appuis sont au moins égaux à la moitié des moments isostatiques de chacune des deux travées adjacentes.

8.3.3. Découpage des bandes générales en bandes sur appuis et en bandes en travées

Chaque bande générale comprise entre deux files de poteaux, est découpée en (Fig.67) :
- deux demi-bandes sur appuis de largeur $L'_{ya} = 1,5\,(b/2 + h)$ chacune, pour l'évaluation de la résistance de la dalle aux moments sur appuis,
- une bande en travée de largeur $L'_{yt} = L'_{ya} + L_x / 10$ pour l'évaluation de la résistance de la dalle aux moments en travée.

On devra vérifier que ces valeurs ne dépassent 0,25 L_y, sauf pour les panneaux très allongés ($L_x > 2\, L_y$), où la limite est portée à 0,3 L_y.

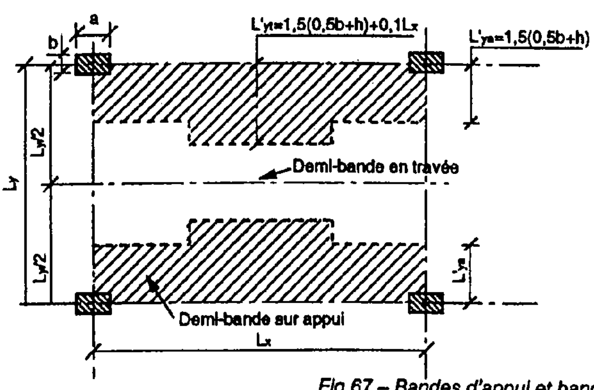


Fig.67 – Bandes d'appui et bandes centrales

8.3.4. Répartition des moments globaux et des aciers

Les moments calculés pour une bande générale, de largeur $(L_{yi} + L_{yi+1}) / 2$, sont à répartir suivant les bandes sur appuis et les bandes en travée pour tenir compte de la transmission des charges vers les poteaux par les parties de dalles les moins déformables (Fig.67).
On considère une rive comme supportée, lorsqu'elle repose sur un mur, un voile ou sur une poutre dont la hauteur totale est d'au moins deux fois l'épaisseur de la dalle. La répartition des armatures découle de la répartition des moments. Elle est uniforme dans chaque bande.
Le pourcentage minimum des aciers tendus est de 0,1 %. Toutes les dispositions décrites ci-dessus s'appliquent dans les deux directions. Pour les rives en porte-à-faux, la répartition des moments entre bandes de rives et bandes de poteaux, est effectuée conformément aux dispositions de la figure 69.

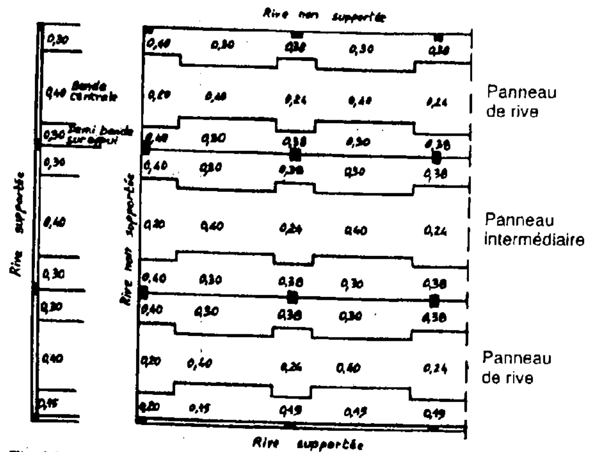
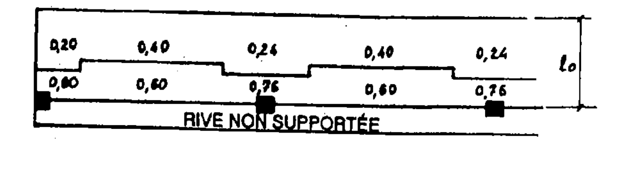


Fig.68 – Répartition des moments entre bandes sur appuis et bandes en travée



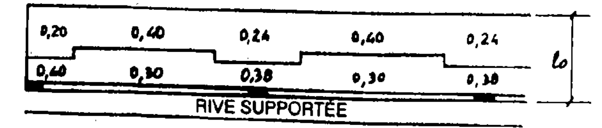


Fig.69 – Rives en porte-à-faux – Répartition des moments

8.3.5. *Vérification à l'effort tranchant*

On procède à une vérification de l'effort tranchant au droit des poteaux et dans les deux directions.
On admet de prendre la moitié de l'effort tranchant dans chaque direction. Ainsi, au nu du poteau suivant la coupe II (Fig.70), l'effort tranchant, pour une charge répartie, vaut :
$V = 0,5\,p\,(L_x / 2 - a / 2)\,(L_{y1} / 2 + L_{y2} / 2)$

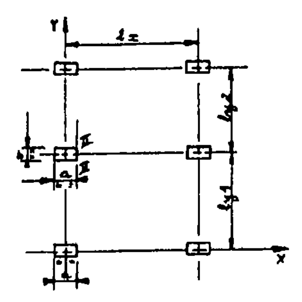


Fig.70 – Calcul de l'effort tranchant

Les Règles BAEL majorent légèrement cette valeur, du fait du caractère approché de la méthode, en ajoutant la longueur b à l'intérieur de la dernière parenthèse pour donner :
$V"_{ou} = (L_x - a)\,(L_{y1} + L_{y2} + 2\,b) / 8$
La vérification est réalisée si $V"_{ou} \leq 0,05 f_{c28}\,(b + h)\,d / \gamma_b$
en supposant un épanouissement à 45° de la largeur b du poteau.
On procède de même pour le sens Oy.

PLANCHER-DALLE. Conditions d'emploi de la méthode simplifiée
– maille régulière : pas de poteaux manquants dans la maille rectangulaire, – dalle d'épaisseur h constante, – poteaux intérieurs tous identiques, – poteaux de rive de section au moins égale à la moitié de celle des poteaux intérieurs, – poteaux d'angle de section au moins égale au quart de celle des poteaux intérieurs, – la structure est contreventée par ailleurs, – au minimum 2 travées dans chaque direction, – Q < 2 G / 3 (charges d'exploitation inférieures aux deux-tiers des charges permanentes) – portées entre axes des poteaux, – rapport de 2 travées consécutives compris entre 0,5 et 2 – calcul en poutres continues, sans tenir compte des poteaux, – ferrailler les poteaux de rive pour reprendre 0,2 M_o si $b < 2\,h$, 0,4 M_o dans le cas contraire, – porte-à-faux autorisés, – éléments porteurs filants en rive autorisés.

8.4. Exemple

8.4.1. *Données*

Plancher-dalle d'un immeuble de bureaux représenté sur la figure 71.
Charges d'exploitation $q = 2,5$ kN/m².
Épaisseur = L / 22 pour une dalle recevant des revêtements fragiles (L/30 dans le cas contraire), (Art. E.4.8.5).
soit 5,4 / 22 = 0,245 m. Nous retiendrons $h = 0,25$ m.
Poids des revêtements, chapes et cloisons légères = 1,5 kN/m².
Béton : $f_{c28} = 25$ MPa et acier : $f_e = 500$ MPa (HA ou TS).

8.4.2. *Vérification des conditions*

On vérifie que toutes les conditions du tableau ci-dessus (voir § 8.3.5) sont bien remplies.

8.4.3. *Calcul des moments pour les bandes parallèles à Ox (Fig.72)*

Charges :
$g = 24,5$ kN/m³ x 0,25 m + 1,50 kN/m² = 7,62 kN/m²
$q = 2,5$ kN/m²
$p_u = 1,35\,g + 1,5\,q = 14,04$ kN/m²

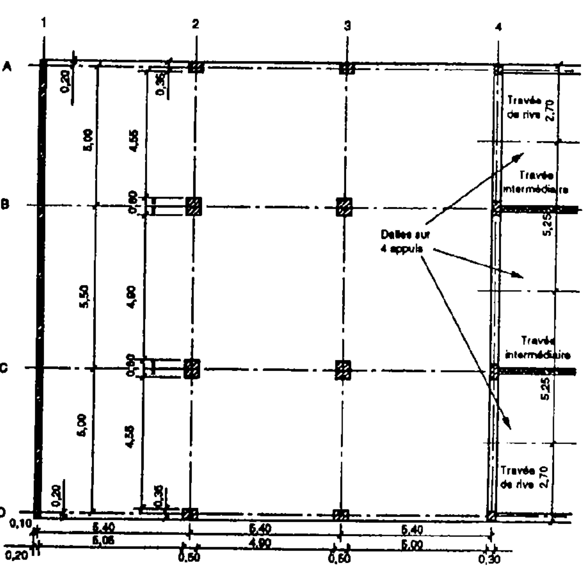


Fig.71 – Exemple de plancher-dalle

L'encastrement de la troisième travée dans l'appui 3 est faible car la dalle située à droite de cet appui est une dalle portant dans deux directions et son ferraillage de chapeau sera réduit.

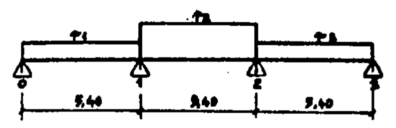


Fig.72 – Trois travées

Le moment sur appui de rive doit être au moins égal à 0,20 M_o, puisque la largeur d'appui de 0,20 m est inférieure à $2\,h = 0{,}50$ m.

Moment sur appui 1 (méthode de Caquot) :

$$M_1 = \frac{5{,}4^3 p_1 + (0{,}8 \times 5{,}4)^3 p_2}{8{,}5\,(5{,}4 + 0{,}8 \times 5{,}4)} = -(1{,}906 p_1 + 0{,}976 p_2)$$

Le moment maximum sur appuis 1 et 2 est obtenu avec $p_1 = p_2 = p_u$ sur les deux travées.
$M_{maxappui} = -(1{,}906 + 0{,}976) \times 14{,}04 = -40{,}46$ kNm/m

Moment en travée :
Le moment isostatique vaut $M_o = p_u L^2 / 8 = 14{,}04 \times 5{,}4^2 / 8 = 51{,}18$ kNm/m
$M_{t1} = 0{,}5\, p_1\, x\,(L - x) + M_1\, x / L$
$M_{t2} = 0{,}5\, p_2\, x\,(L - x) + M_2\, x / L + (1 - x/L)\, M_1$
Le moment maximum en travée 1 est obtenu avec $p_1 = 14{,}04$ kN/m² et $p_2 = 1{,}35 \times 7{,}62 = 10{,}28$ kN/m²
Le moment sur appui 1 vaut alors : $M_1 = -(1{,}906 \times 14{,}04 + 0{,}976 \times 10{,}28) = -36{,}79$ kNm/m
soit $M_{t1} = 14{,}04\, x\,(5{,}4 - x) / 2 - 36{,}79\, x / 5{,}4 = 31{,}09\, x - 7{,}02\, x^2$
dont la dérivée vaut : $31{,}09 - 14{,}04\, x$, qui s'annule pour $x = 2{,}215$ m
et le moment maximum $M_{t1max} = 34{,}43$ kNm/m
En travée 2, le moment maximum vaut :
$M_{t2max} = p_2 L^2 / 8 + (M_1 + M_2) / 2$
avec $M_1 = M_2 = -(1{,}906 \times 10{,}28 + 0{,}976 \times 14{,}04) = -33{,}30$ kNm/m
d'où $M_{t2max} = M_o + M_1 = 17{,}88$ kNm/m
Les abscisses x_1 et x_2 des points de moments nuls sont donnés par (Fig.73) :

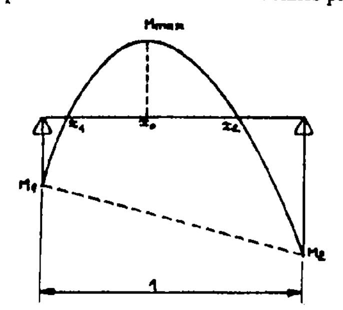


Fig.73 – Abscisses des points de moments nuls

- abscisse relative du point de moment maximum : $x_o = 0{,}5 + (M_2 - M_1) / (8\, M_o)$
- $M_{max} = (1 - x_o)(4\, M_o\, x_o + M_1) + x_o\, M_2$
- $x_1 = x_o - \sqrt{M_{max} / (4 M_o)}$
- $x_2 = x_o + \sqrt{M_{max} / (4 M_o)}$

		Appui 0	Travée 1	Appui 2	Travée 2
Cas 1					
	p (kN/m²)		14,04		14,04
	M (kNm/m)	– 10,24		– 40,46	
	x_o		0,4262		0,5000
	M_{max} (kNm/m)		26,94		10,72
	x_1		0,0634		0,2712
	(m)		(0,34)		(1,46)
	x_2		0,7890		0,7288
	(m)		(4,26)		(3,94)
Cas 2					
	p (kN/m²)		14,04		10,28
	M (kNm/m)	0,00		– 36,79	
	x_o		0,4101		0,5000
	M_{max} (kNm/m)		34,43		0,68
	x_1		0,0000		0,4326
	(m)		(0,00)		(2,34)
	x_2		0,8203		0,5674
	(m)		(4,43)		(3,06)
Cas 3					
	p (kN/m²)		10,28		14,04
	M (kNm/m)	0,00		– 33,29	
	x_o		0,3889		0,5000
	M_{max} (kNm/m)		22,67		17,88
	x_1		0,0000		0,2044
	(m)		(0,00)		(1,10)
	x_2		0,7779		0,7956
	(m)		(4,20)		(4,30)
x_{1max}	(m)		0,34		2,34
$L - x_{2max}$	(m)		1,20		2,34

Largeurs des bandes et répartition des moments (d'après Fig.68)
Les largeurs des bandes valent (Fig.74) :

L'_{ya} = 1,5 (0,5 b + h) = 1,5 (0,6 / 2 + 0,25) = 0,825 m < 0,25 L_y = 1,25 m OK
L'_{yt} = L'_{ya} + L_x / 10 = 0,825 + 0,54 = 1,365 m > 0,25 L_y = 1,25 m, donc L'_{yt} = 1,25 m pour les travées 1 et 3 et L'_{yt} = 1,365 m < 5,5 / 4 = 1,375 m pour la travée 2.

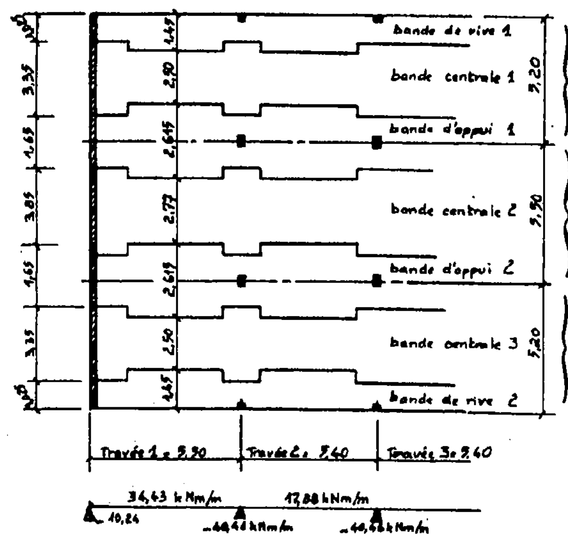


Fig.74 – Largeurs des panneaux et bandes

La répartition des moments globaux calculés ci-dessus s'effectue suivant les coefficients de la figure 68 et sont indiqués sur la figure 75 d'après les calculs ci-après.

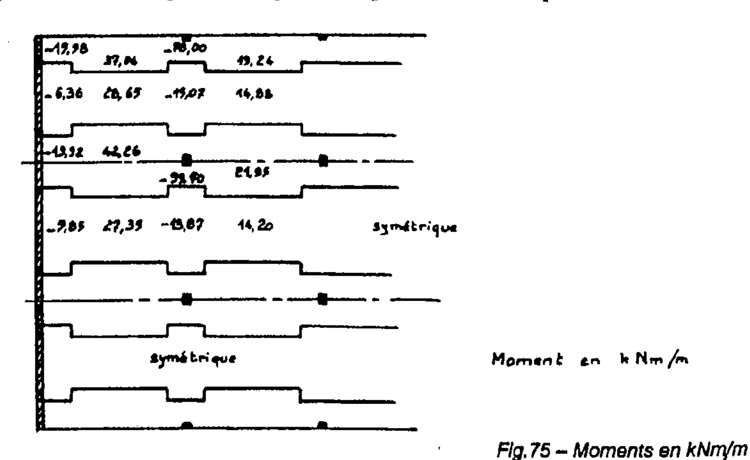


Fig.75 – Moments en kNm/m

Appui 0 :

- panneau de rive : M_{total} = - 10,24 kNm/m x 5,20 m = - 53,24 kNm à répartir en
  - 0,3 en bande de rive : 15,97 kNm sur 1,025 m, soit 15,58 kNm/m
  - 0,4 en bande centrale : 21,30 kNm sur 3,350 m, soit 6,36 kNm/m
  - 0,3 en demi-bande d'appui : 15,97 kNm
- panneau intermédiaire : M_{total} = - 10,24 kNm/m x 5,50 m = 56,32 kNm à répartir en
  - 0,3 en demi-bande d'appui : 16,90 kNm, soit au total sur appui 15,97 + 16,90 = 32,87 kNm sur 1,65 m, soit 19,92 kNm/m
  - 0,4 en bande centrale : 22,53 kNm sur 3,850 m, soit 5,85 kNm/m

  Valeurs symétriques pour le reste.

Travée 1 :

- panneau de rive : M_{total} = 34,43 kNm/m x 5,20 m = 179,04 kNm à répartir en
  - 0,3 en bande de rive : 53,71 kNm sur 1,45 m, soit 37,04 kNm/m
  - 0,4 en bande centrale : 71,61 kNm sur 2,50 m, soit 28,65 kNm/m
  - 0,3 en demi-bande d'appui : 53,71 kNm
- panneau intermédiaire : M_{total} = 34,43 kMm/m x 5,50 m = 189,36 kNm à répartir en
  - 0,3 en demi-bande d'appui : 56,81 kNm, soit au total sur appui 53,71 + 56,81 = 110,52 kNm sur 2,615 m, soit 42,26 kNm/m
  - 0,4 en bande centrale : 75,75 kNm sur 2,770 m, soit 27,35 kNm/m

  Valeurs symétriques pour le reste.

Appui 1 :

- panneau de rive : M_t = - 40,46 kNm/m x 5,20 m = - 210,34 kNm à répartir en
  - 0,38 en bande de rive : 79,95 kNm sur 1,025 m, soit 78,00kNm/m
  - 0,24 en bande centrale : 50,49 kNm sur 3,350 m, soit 15,07 kNm/m
  - 0,38 en demi-bande d'appui : 79,95 kNm
- panneau intermédiaire : M_{total} = - 40,46 kNm/m x 5,50 m = - 222,53 kNm à répartir en
  - 0,38 en demi-bande d'appui : 84,56 kNm, soit au total sur appui 79,95 + 84,56 = 164,51 kNm sur 1,65 m, soit 99,70 kNm/m
  - 0,24 en bande centrale : 53,41 kNm sur 3,85 m, soit 13,87 kNm/m

  Valeurs symétriques pour le reste.

Travée 2 :

- panneau de rive : M_{total} = 17,88 kNm/m x 5,20 m = 92,98 kNm à répartir en
  - 0,3 en bande de rive : 27,89 kNm sur 1,45 m, soit 19,24 kNm/m
  - 0,4 en bande centrale : 37,19 kNm sur 2,50 m, soit 14,88 kNm/m
  - 0,3 en demi-bande d'appui : 27,89 kNm
- panneau intermédiaire : M_{total} = 17,88 kMm/m x 5,50 m = 98,34 kNm à répartir en
  - 0,3 en demi-bande d'appui : 29,50 kNm , soit au total sur appui 27,89 + 29,50 = 57,39 kNm sur 2,615 m, soit 21,95 kNm/m
  - 0,4 en bande centrale : 39,34 kNm sur 2,77 m, soit 14,20 kNm/m

  Valeurs symétriques pour le reste.

Les aciers sont calculés à l'ELU à partir des moments ci-dessus. Les sections en cm^2/m sont indiquées sur la figure 76.

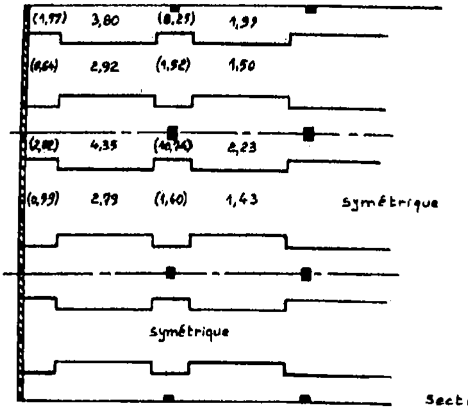


Fig.76 – Aciers en cm²/m

Exemple : M = 37,04 kNm/m, enrobage 20 mm à l'axe des aciers (intérieur de bâtiment, donc fissuration peu préjudiciable et enrobage au nu ≥ 10 mm + Ø/2)
(on prendrait 25 mm dans l'autre direction pour les aciers de 2° lit situés au-dessus)

$\mu = M / (d^2 \sigma_{bu}) = 37,04 \times 10^{-3} / (0,23^2 \times 14,17) = 0,0494 < 0,37$

$z = 0,5\, d\, (1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,2242$ m

$A_s = M / (z\, \sigma_{su}) = 37,04 \times 10^{-3} / (0,2242 \times 500 / 1,15) \times 10^4 = 3,80$ cm²

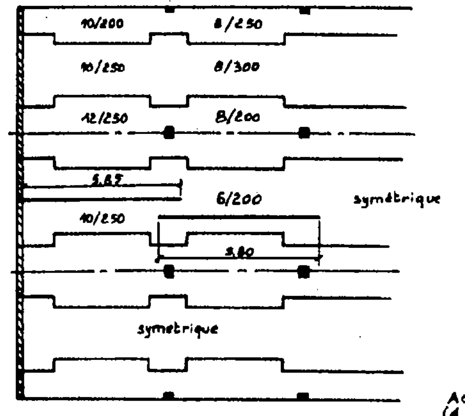


Fig.77 – Aciers inférieurs en diamètre et espacement – HA ou TS

La condition de non-fragilité est à vérifier suivant l'article E.4.6 du BAEL qui fait référence à :
- l'article B.6.4 pour les aciers sur appuis : 0,1 % de 0,23 m = 2,3 cm²/m
- l'article A.8.2.41 pour les aciers en travée : règle du quart des aciers perpendiculaires.

Ces deux conditions sont vérifiées.

Les longueurs des chapeaux est déterminée à partir des abscisses des points de moments nuls (voir la fin du tableau ci-dessus). On calcule cette longueur en ajoutant 0,8 h = 0,20 m de chaque côté :

0,34 + 0,20 = 0,54 m, auquel on rajoute l'ancrage dans le voile au-delà de l'axe, soit 0,61 m pour l'appui de rive

1,20 + 0,20 = 1,40 m d'un côté et 2,34 + 0,20 = 2,54 m de l'autre côté pour l'appui suivant (Fig.78).

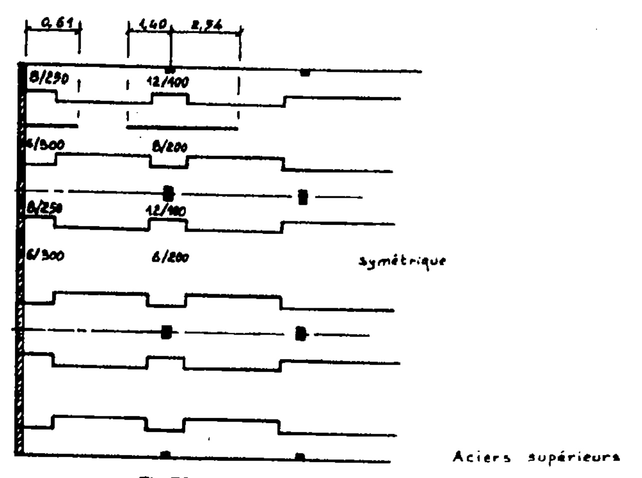


Fig.78 – Aciers supérieurs en diamètre et espacement – HA ou TS

On procédera de la même manière pour les aciers placés dans l'autre direction.

8.5. Programme « PLADA »

Les calculs de planchers-dalles sont longs et fastidieux. On pourra utiliser le programme « POCO-PLADA » (voir *Annales de l'ITBTP* [57]).

8.5.1. Mode d'emploi

1° Ligne **Titre**

2° Ligne **11**
Pour un calcul de plancher-dalle

3° Ligne **Nom**
Nom du portique calculé

4° Ligne **N_a**
Nombre d'appuis

5° Ligne **Cod_p**
= 1 si poteaux centraux et de rives ont les mêmes caractéristiques

= 0 dans le cas contraire
Si Cod_p = 1, aller à la ligne 14

6° Ligne (si Cod_p = 0) **B_p**
Épaisseur du poteau de rive gauche perpendiculairement au plan du portique (m)

7° Ligne (si Cod_p = 0) **H_p**
Largeur du poteau de rive gauche dans le plan du portique (m)

8° Ligne (si Cod_p = 0) **K_n**
= 0 pour un poteau de rive gauche supérieur articulé en pied
= 1 pour un poteau de rive gauche supérieur encastré en pied
= 0.5 pour un poteau de rive gauche supérieur semi-articulé en pied

9° Ligne (si Cod_p = 0) **K_s**
= 0 pour un poteau de rive gauche inférieur articulé en pied
= 1 pour un poteau de rive gauche inférieur encastré en pied
= 0.5 pour un poteau de rive gauche inférieur semi-articulé en pied

10° Ligne (si Cod_p = 0) **B_p**
Épaisseur du poteau de rive droite perpendiculairement au plan du portique (m)

11° Ligne (si Cod_p = 0) **H_p**
Largeur du poteau de rive droite dans le plan du portique (m)

12° Ligne (si Cod_p = 0) **K_n**
= 0 pour un poteau de rive droite supérieur articulé en pied
= 1 pour un poteau de rive droite supérieur encastré en pied
= 0.5 pour un poteau de rive droite supérieur semi-articulé en pied

13° Ligne (si Cod_p = 0) **K_s**
= 0 pour un poteau de rive droite inférieur articulé en pied
= 1 pour un poteau de rive droite inférieur encastré en pied
= 0.5 pour un poteau de rive droite inférieur semi-articulé en pied

14° Ligne **B_p**
Épaisseur des poteaux centraux perpendiculairement au plan du portique (m)

15° Ligne **H_p**
Largeur des poteaux centraux dans le plan du portique (m)

16° Ligne **K_n**
= 0 pour les poteaux centraux supérieurs articulés en pied
= 1 pour les poteaux centraux supérieurs encastrés en pied
= 0.5 pour les poteaux centraux supérieurs semi-articulés en pied

17° Ligne **K_s**
= 0 pour les poteaux centraux inférieurs articulés en pied
= 1 pour les poteaux centraux inférieurs encastrés en pied
= 0.5 pour les poteaux centraux inférieurs semi-articulés en pied

18° Ligne **H_n**
Hauteur de l'étage supérieur de dessus de plancher à dessus de plancher (m)

19° Ligne **H_s**
Hauteur de l'étage inférieur de dessus de plancher à dessus de plancher (m)

20° Ligne ***h***
Épaisseur de la dalle (m)

21° Ligne ***d***
Hauteur utile de la dalle (m)

22° Ligne **B**
Largeur de la traverse du portique étudié (m)

23° Ligne **Cons**
= 1 s'il y a des consoles en extrêmités gauche ou droite
= 0 s'il n'y en a pas. Dans ce dernier cas, aller en ligne 30

24° Ligne (si Cons = 1) **Lg**
Portée à partir de l'axe de la console gauche (m)

25° Ligne (si Cons = 1) g_g
Charges permanentes de la console gauche (kN/m²)

26° Ligne (si Cons = 1) q_g
Charges variables de la console gauche (kN/m²)

27° Ligne (si Cons = 1) **L_d**
Portée à partir de l'axe de la console droite (m)

28° Ligne (si Cons = 1) g_d
Charges permanentes de la console droite (kN/m²)

29° Ligne (si Cons = 1) q_d
Charges variables de la console droite (kN/m²)

30° Ligne **Tid**
= 1 pour des travées de mêmes portées
= 0 pour des travées de portées différentes. Aller alors à la ligne 32

31° Ligne (si Tid = 1) **L**
Portée pour des travées de portées identiques (m). Aller en ligne 33.

32° Ligne (si Tid = 0) (N_a fois) **L_i**
Portées entres axes de chaque travée i (m). Écrire Na lignes de ce type.

33° Ligne **C_g**
= 1 si les charges permanentes des travées sont identiques,
= 0 dans le cas contraire. Aller alors en lige 35.

34° Ligne (si C_g=1) ***g***
Charge permanente identique pour toutes les travées (kN/m²). Aller en ligne 36.

35° Ligne (si C_g=0) (N_a fois) g_i
Charge permanente de chaque travée *i* (kN/m²). Écrire N_a lignes de ce type.

36° Ligne **C_q**
= 1 si les charges variables des travées sont identiques
= 0 dans le cas contraire. Aller alors en lige 38.

37° Ligne (si C_q=1) ***q***
Charge variable identique pour toutes les travées (kN/m²). Aller en ligne 39.

38° Ligne (si C_q=0) (N_a fois)	q_i	Charge variable de chaque travée *i* (kN/m²). Écrire Na lignes de ce type.
39° Ligne	f_{c28}	Résistance caractéristique du béton (MPa)
40° Ligne	**Ca**	= 1 si l'on veut le calcul des aciers = 0 dans le cas contraire. Aller alors en ligne 47
41° ligne (si Ca = 2)	f_e	Limite élastique des aciers (MPa)
42° Ligne (si Ca = 2)	**Pir**	= 1 pour un portique de rive. Aller alors en ligne 44. = 2 pour un portique intermédiaire
43° Ligne (si Pir = 2) (si Ca = 2)	$L_y{}^2$	Largeur (m) du demi-panneau inférieur de la traverse du portique qui a une largeur B = $L_{y1} + L_{y2}$
44° Ligne (si Ca = 2)	S_g	= 1 si le portique est supporté le long de sa rive gauche = 0 dans le cas contraire
45° Ligne (si Ca = 2)	S_d	= 1 si le portique est supporté le long de sa rive droite = 0 dans le cas contraire
46° Ligne (si Pir = 1) (si Ca = 2)	S_L	= 1 si le portique est supporté longitudinalement = 0 dans le cas contraire
47° Ligne	**Autre**	= 1 pour effectuer un autre calcul de portique. Aller alors en ligne 3. = 0 dans le cas contraire. Fin de calcul.

8.5.2. Données de l'exemple

Plancher rez-de-chaussée	' titre plancher
Travee intermediaire	' nom du portique calculé
4	' nombre d'appuis
0	' poteaux de rive non-identiques aux poteaux centraux
5.25	' largeur poteau de rive gauche (voile)
0.2	' épaisseur du poteau
0.5	' coefficient d'encastrement en tête du poteau supérieur
0.5	' coefficient d'encastrement en pied du poteau inférieur
0.5	' largeur poteau de rive droite
0.3	' épaisseur du poteau
0.5	' coefficient d'encastrement en tête du poteau supérieur
0.5	' coefficient d'encastrement en pied du poteau inférieur
0.5	' largeur poteaux centraux
0.5	' épaisseur des poteaux
0.5	' coefficient d'encastrement en tête des poteaux supérieurs
0.5	' coefficient d'encastrement en pied des poteaux inférieurs

3.2	' hauteur de l'étage supérieur
3.2	' hauteur de l'étage inférieur
0.25	' épaisseur totale de la dalle
0.23	' hauteur utile de la dalle
5.25	' largeur de la traverse
0	' pas de console
1	' travées de mêmes portées
5.4	' portée
1	' charges permanentes identiques
7.625	' charges permanentes (non pondérées en kN/m²)
2.5	' charges variables
25	' f_{c28}
1	' calcul des aciers demandé
500	' limite élastique des aciers
2	' portique intermédiaire
2.75	' largeur du demi-panneau inférieur de la traverse
1	' portique supporté en rive gauche (voile)
0	' non supporté en rive droite
0	' pas d'autre portique (en réalité, il y aurait à calculer le portique de rive dans cette direction et les portiques dans l'autre direction)

8.5.3. Données sur écran

```
POCO

Titre?  Plancher haut de rez-de-chaussee


Reglement de Calcul:
-------------------


0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie), avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes, avec Ecretage Va/4
6= BS-8110, Entre Axes, avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045 , Entre Axes, avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes au Droit de l'Appui ou Entre Axes, avec Ecretage Va/4
10= BPEL,Dalles de Plancher Precontraint
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

            =?  11
```

```
PLADA
Nom du Portique=? Travee intermediaire
Nombre d'Appuis en Continuite (N>2):=? 4
Poteaux de Memes Caracteristiques (Oui=1 ,Non=0)=? 0
Appui de Rive Gauche: Bp (m)=? 5.25
Appui de Rive Gauche: Hp (m)=? 0.2
Appui de Rive Gauche: Kn        =? 0.5
Appui de Rive Gauche: Ks        =? 0.5
Appui de Rive Droite :Bp (m)=? 0.5
Appui de Rive Droite :Hp (m)=? 0.3
Appui de Rive Droite :Kn        =? 0.5
Appui de Rive Droite :Ks        =? 0.5
Appuis Centraux       :Bp (m)    =? 0.5
Appuis Centraux       :Hp (m)    =? 0.5
Appuis Centraux       :Kn        =? 0.5
Appuis Centraux       :Ks        =? 0.5
```

```
File  Edit  Control
PLADA

Hauteur d'Etage Nord (Entre Planchers Superieurs) (m)=? 3.2
Hauteur d'Etage Sud  (Entre Planchers Superieurs) (m)=? 3.2
Epaisseur Dalle      (m)     =? 0.25
Hauteur Utile        (m)     =? 0.23
Largeur Traverse: B  (m)     =? 5.25
Y-a-t-il des Consoles (Oui=1 ,Non=0)= ? 0

Travees de meme Portee (Entre Axes) (Oui=1 ,Non=0)? 1
Portee (Entre Axes)  (m) =? 5.4
Charges Permanentes Identiques sur Travees (Oui=1 ,Non=0)? 1
Charge Permanentes sur Travees       (kN/m2)   =? 7.625
Charges Variables   Identiques sur Travees (Oui=1 ,Non=0)? 1
Charges Variables sur Travees        (kN/m2)   =? 2.5
fc28 Beton (MPa)=? 25


Calcul Acier (Oui=1 ,Non=0)=? 1
Limite Elastique de l'Acier (MPa)=? 500
Portique Intermediaire=2 ;Portique de Rive=1 ;=? 2
Largeur Demi-Panneau Inferieur: Ly2 (m)  (Voir dessin)=2.75
Portique Supporte Rive Gauche (Oui=1 ,Non=0) =? 1
Portique Supporte Rive Droite (Oui=1 ,Non=0) =? 0
Autre Portique (Oui=1 ,Non=0)=? 0
```


8.5.4. *Résultats*

Plancher haut rez-de-chaussee

....

```
OOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOO
O       PLANCHER DALLE                O
O  MOMENTS ENVELOPPE , SECTIONS d'ACIER  O
OOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOO
```

```
      (Vue en Plan :Portique Decoupe selon BAEL 91)
      /-------Lx---------/
      |         |
      -         .
    /----|"|=========================|"|=============/
    |   -         -
    |   |
    Ly  |
  /----|-----+---------------------------
  |  |   |
  |  |   |
  |  |   .         - /
  |  /----|"|========/==================|"|==Bp====
  B     -   |      - /
  |     |   |    /-/
  |     |  Ly2      Hp
  |     |   |
  |     |   |
  /-----------+------/-------------------------
```

ATTENTION: Domaine d'Utilisation du Programme. BAEL 91

Art. E.4.0.2.1.Piliers Interieurs Identiques (Bp*Hp)

2. Piliers d'Angle de Sections Identiques (>Bp/2*Hp/2)

3. Piliers de Rive de Sections Identiques (>Bp/2*Hp ou Bp*Hp/2)

Art.E.4.0.4...1. Ly/2 <= Lx <= 2*Ly (Pour tout panneau)

2. Bp/2 <= Lxo/5 ; Bp <= Lyo/5

3. Hp <= Lxo/5 ; Bp <= Lyo/5

(Lxo et Lyo : Dimensions du Panneau de plus Petite Surface).

Kn(ou Ks): Coefficient d'Encastrement Nord (ou Sud)
Articule: K=0 ,Semi-encastre: K=0.5 ,Encastre: K=1

PORTIQUE:Travee Intermediaire

DONNEES

Hauteur d'Etage Nord: 3.200 m
Hauteur d'Etage Sud : 3.200 m

Appui No	Bp	Hp	Kn	Ks
1	5.250	0.200	0.5	0.5
2	0.500	0.500	0.5	0.5
3	0.500	0.500	0.5	0.5
4	0.500	0.300	0.5	0.5

Epaisseur Dalle: 0.250 m
Largeur Traverses: 5.250 m
Hauteur Utile: 0.230 m

Travee ou Console	Portee m	Ch.Perm kN/m2	Ch.Var. kN/m2
1	5.400	7.63	2.50
2	5.400	7.63	2.50
3	5.400	7.63	2.50

* MOMENTS ENVELOPPE (kNm) *

Appui No	Min aGauche	Min aDroite	Max aGauche	Max aDroite
1	0.0	-62.1	0.0	-31.6
2	-189.7	-178.2	-117.0	-108.5
3	-182.4	-198.9	-112.0	-121.8
4	-44.2	0.0	-22.5	0.0

Trav. No	Min Mi-Trav	Max Mi-Trav
1	71.6	149.9
2	35.6	100.9
3	73.8	154.1

REMARQUE :Erreur Inferieure a 1% Quand Poteaux de Rive et Centraux ont des Sections Differentes.

fc28 Beton : 25.0 MPa

* Eff. Tranch. - Chapeaux *

NOTA: 1ere Ligne —:Longueur Chapeau (m) (a partir axe appui)
2eme Ligne —:Effort Tranchant (V) kN
3eme Ligne —:Av/s (cm2/m) (-1 signifie:Section Insuffisante)

Appui No	Gauche	Droite
1	0.000	0.379
	0.00	170.65
	0.00	0.00
2	1.163	1.349
	215.59	180.08
	0.00	0.00
3	1.382	1.185
	181.42	209.48
	0.00	0.00
4	0.271	0.000
	154.53	0.00
	0.00	0.00

* Repartition des Aciers *

Limite Elastique de l'Acier: 500.0 MPa

ACIERS INFERIEURS

NOTA: 1ere Ligne —:Largeur (m).
2eme Ligne —:Moment (kNm).
3eme Ligne —:Aciers (cm2/m).

	Demi-Bande Centrale Superieure			Bande sur Appui			Demi-Bande Centrale Inferieure		
Trav. No	Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit
1	1.750	1.250	1.750	1.500	2.540	1.500	2.000	1.460	2.000
	0.00	29.97	0.00	0.00	44.96	0.00	0.00	29.97	0.00
	0.000	2.437	0.000	0.000	3.628	0.000	0.000	2.082	0.000
2	1.750	1.250	1.750	1.500	2.540	1.500	2.000	1.460	2.000
	0.00	20.17	0.00	0.00	30.26	0.00	0.00	20.17	0.00
	0.000	1.632	0.000	0.000	2.422	0.000	0.000	1.395	0.000
3	1.750	1.250	1.750	1.500	2.540	1.500	2.000	1.460	2.000
	0.00	30.82	0.00	0.00	46.22	0.00	0.00	30.82	0.00
	0.000	2.507	0.000	0.000	3.733	1.852	0.000	2.141	0.000

Metre Approche (par exces): 192.428 kg

Soit 2.263 kg/m2

ACIERS SUPERIEURS

NOTA: 1ere Ligne —:Largeur (m).
2eme Ligne —:Moment (kNm).
3eme Ligne —:Aciers (cm2/m).

	Demi-Bande Centrale Superieure			Bande sur Appui			Demi-Bande Centrale Inferieure		
Trav. No	Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit
1	1.750 12.41 1.380	1.250 0.00 0.000	1.750 22.77 1.380	1.500 18,62 2.525	2.540 0.00 0.000	1.500 72.09 10,323	2.000 12.41 1,380	1.460 0.00 0.000	2.000 22.77 1.380
2	1.750 21.38 1.380	1.250 0.00 0.000	1.750 21.89 1.380	1.500 67.70 9.648	2.540 0.00 0.000	1.500 69.31 9,895	2.000 21.38 1,380	1.460 0.00 0,000	2.000 21.89 1.380
3	1.750 23.87 1.380	1.250 0.00 0.000	1.750 4.42 1.380	1.500 75.60 10.868	2.540 0.00 0,000	1.500 17.67 2.394	2.000 23.87 1.380	1.460 0.00 0.000	2.000 4.42 1.380

Metre Approche (par exces): 94.557 kg

Soit 1.112 kg/m2

Densite totale d'acier= 3.374 kg/m2

9. DALLES PRÉCONTRAINTES ALVÉOLÉES

9.1. Généralités

Les planchers préfabriqués, avec 34 millions de m^2 réalisés par an, représentent 80 % de la surface de planchers construits en France.
On peut les classer en trois catégories.

Types de planchers préfabriqués	Planchers à entrevous (ou corps creux)	Planchers à prédalles	Dalles alvéolées
Utilisations principales	Maisons individuelles	Bâtiments commerciaux et industriels, logements collectifs	
% de surface	70 %	24 %	6 %

Les dalles alvéolées, bien que minoritaires, sont en pleine progression.

9.2. Description

Les dalles alvéolées sont des éléments en béton, comportant des alvéoles longitudinales. Préfabriquées en usine, elles sont posées jointivement et clavées par un mortier de jointement [67] [68] (Fig.79).

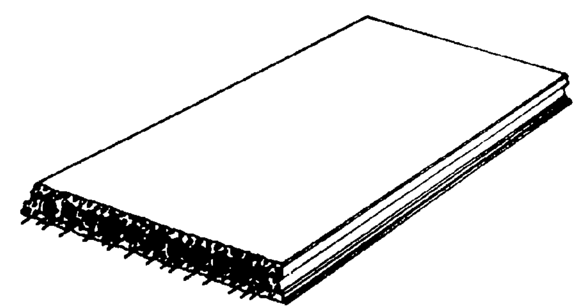


Fig.79 – Dalle alvéolée

Les éléments en béton armé ou béton précontraint, sont fabriqués par filage ou extrusion. Une échancrure latérale permet un clavetage des éléments entre eux assurant la transmission des efforts reçus par l'un d'entre eux à ses voisins (Fig.80).

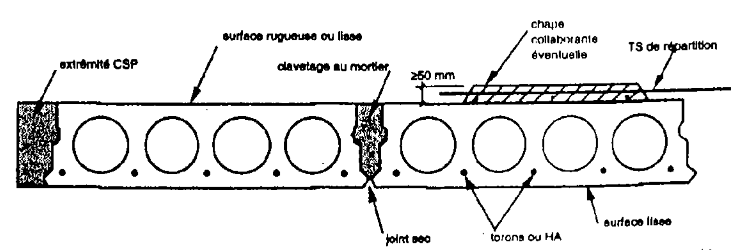


Fig.80 – Dalle alvéolée – Coupe sur clavetage de deux éléments

La sous-face est en général lisse permettant l'application de peinture sans enduit spécial. La face supérieure peut être rugueuse pour recevoir une dalle collaborante rapportée aug-

mentant ainsi la résistance du plancher sous charge localisée importante ou charge répartie élevée (> 5 kN/m² par exemple).
Les largeurs courantes sont 1,20 m et 0,60 m. Les largeurs de 2,40 m commencent à être utilisées.
Les épaisseurs, fonction de la portée et des charges appliquées, varient de 0,16 m à 0,40 m. Les valeurs les plus usuelles vont de 0,16 m à 0,30 m.
L'ordre de grandeur des portées est de 50 fois l'épaisseur.
Les bétons utilisés ont des résistances de l'ordre de 25 à 35 MPa à moins d'un jour, lors de la mise en précontrainte et de 50 à 70 MPa à 28 jours. On obtient ainsi une bonne résistance au cisaillement, sachant que ces éléments, comme les dalles pleines, ne sont pas armés verticalement.
En France, en général, les dalles sont livrées avec des aciers dépassant de 8 à 15 cm (10 cm le plus courant) aux extrêmités, permettant ainsi :
- une réduction de la longueur d'appui,
- une prise en compte des éléments comme chainage.

Avantages

- économie de fourniture et de poids (influence sur les fondations, sur l'épaisseur des planchers),
- meilleure qualité liée à la fabrication sous contrôle en usine,
- rapidité de fabrication, gains sur les délais d'exécution des planchers,
- moindre étaiement (pas d'étaiement sauf pour les grandes portées),
- suppression de tous coffrages.

Inconvénients

- coûts de transport élevés si l'usine est loin du chantier,
- nécessité de disposer de moyens de levage importants pour les éléments de grande portée (160 kN pour une portée de 15 m en 2,40 m de largeur),
- limitation des porte-à-faux,
- percements ou trémies limitées en position et taille.

9.3. Calculs

Le calcul est effectué suivant les prescriptions des Règles BAEL 91 et BPEL 91, complétées par celles du CPT-Planchers-Titre III-Dalles alvéolées [61].
La portée est calculée entre nus d'appuis. La longueur des éléments est obtenue à partir de la portée entre nu, majorée des deux longueurs d'appui L_a.
La longueur d'appui L_a doit être supérieure aux deux valeurs A_1 et A_2.

Valeur de A_2 en cm en fonction de la portée L en m	**Dalle appuyée sur poutre béton ou acier ou voile en béton**	Valeur de A_1
$L \leq 10$ $10 < L \leq 12{,}50$ $12{,}50 < L \leq 15{,}00$ $15{,}00 < L$	$A_2 \geq 3$ $A_2 \geq 4$ $A_2 \geq 5$ $A_2 \geq 6$	$A_1 = P_a / 15$ (*) P_a en kN/m A_1 en cm

Valeur de A_2 en cm en fonction de la portée L en m	**Dalle appuyée sur murs en maçonnerie de petits éléments**	Valeur de A_1
$L \leq 8$ $8 < L \leq 10$ $10 < L$	$A_2 \geq 4$ $A_2 \geq 5$ Pose sur lisse	$A_1 = 3 P_a / 20$ (*) P_a en kN/m A_1 en cm

(*) $P_a = [1{,}35 (g_1 + g_2) + 1{,}5 q] L/2$ = charge ultime à l'appui.

Le respect de ces longueurs d'appui dispense de disposer de lisses d'appui.
En cas de mise en œuvre d'une dalle collaborante pour constituer une dalle composite, le cisaillement à leur jonction doit être vérifié selon le CPT.
Avant parution du CPT-Dalles Alvéolées, on admettait les limites suivantes en ELS :
0,9 MPa en cisaillement des âmes,
0,5 MPa de cisaillement à la jonction dalle-chape rapportée éventuelle,
1,0 MPa de traction en fibre inférieure.
Les aciers utilisés sont, pour les dalles précontraintes, des torons :
- T5.2, classe 1960 MPa, de 13,6 mm²,
- T9.3, classe 1860 MPa, de 52 mm²,
- T12.5, classe 1860 MPa, de 93 mm².
L'enrobage satisfait les conditions du BPEL ainsi que du DTU Feu lorsqu'une stabilité au feu est exigée.
Pour une dalle collaborante, on dispose d'un treillis anti-retrait. Cette dalle rapportée peut permettre un calcul en continuité de la dalle sous l'action des charges appliquées après son coulage, en y disposant des chapeaux sur les appuis.

9.4. Exemple

Pour simplifier, nous ne procéderons qu'à un dégrossissage d'une section d'une dalle de 7,5 m de portée, entre nus d'appuis de poutres, dans un bâtiment de bureaux, avec 4 kN/m² de charge d'exploitation et 1 kN/m² de cloisons légères et revêtement de sols.
La sécurité au feu étant assurée par un faux-plafond, nous n'aurons pas à nous en préoccuper.

9.4.1. Géométrie de la dalle

Nous prendrons une hauteur d'environ 1/40° de la portée, soit $h = 7{,}5 / 40 = 0{,}188$ m. Nous retiendrons la valeur du catalogue immédiatement supérieure : $h = 0{,}20$ m.
Pour une largeur de 1,20 m, les dimensions sont indiquées sur la figure 81.

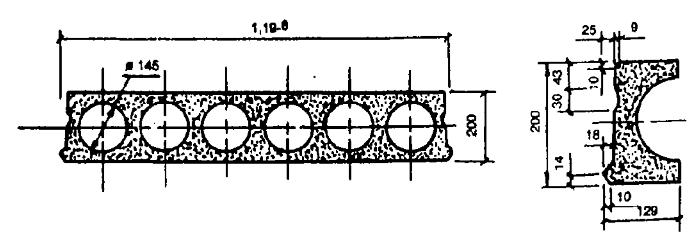


Fig.81 – Dalle alvéolée – Géométrie de la section retenue

L'enrobage des torons est de 25 mm pour des T13. Ce qui conduit à des distances du centre de gravité des armatures à la face inférieure de la dalle égales à :
$d' = 25$ mm + 13 / 2 = 31,5 mm pour du T13
L'excentricité est donnée par $e_o = -(d' - v')$
Les caractéristiques mécaniques peuvent être calculées par le programme « CARAMEC » (voir ci-après) et sont indiquées dans le tableau suivant.

	Unités	Section avant clavage	Section après clavage
Section	m^2	$S_i = 0{,}13025$	$S = 0{,}14092$
Moment d'inertie	m^4	$I_i = 0{,}00064179$	$I = 0{,}00066980$
v	m	$v_i = 0{,}10107$	$v = 0{,}1000$
v'	m	$v'_i = 0{,}09893$	$v' = 0{,}1000$
Module d'inertie I/v	m^3	$(I/v)_i = 0{,}0063499$	$(I/v) = 0{,}0066980$
Module d'inertie I/v'	m^3	$(I/v')_i = 0{,}0064873$	$(I/v') = 0{,}0066980$
Bras de levier z	m	$z_i = 0{,}1402$	$z = 0{,}1491$
Largeur au centre de gravité b_o	m	$b_{oi} = 0{,}290$	$b_o = 0{,}330$
d' (torons)	m	$d'_o = 0{,}0315$	$d' = 0{,}0315$
Excentricité torons	m	$e_{oi} = -0{,}06743$	$e_o = -0{,}06850$

9.4.2. Estimation des valeurs des contraintes de l'acier de précontrainte

La contrainte de l'acier lors de la mise en tension est donnée par :
$\sigma_{po} = \text{Min}\,[\,0{,}85 f_{prg}\,;\,0{,}95 f_{peg}\,] = \text{Min}\,[\,0{,}85 \times 1860\,;\,0{,}95 \times 1660\,] = 1577$ MPa pour un acier de classe 1860 TBR.
On admettra pour un dimensionnement rapide, que les pertes de précontrainte sont de :
- 10 % lors de la détension des aciers et mise en compression du béton ; on couvre ainsi les pertes dues au glissement de l'armature par rapport à son ancrage, les frottements parasites, les effets du traitement thermique du béton et le racourcissement élastique du béton ;
- 20 % au total au bout d'un temps infini, en exploitation.
Ainsi : $\sigma_{pi} = 0{,}9\,\sigma_{po} = 1\,419$ MPa et $\sigma_p = 0{,}8\,\sigma_{po} = 1\,262$ MPa.

9.4.3. Section d'acier de précontrainte

Les conditions déterminantes de l'effort de précontrainte nécessaire sont calculées :
- à la dé-tension des armatures, en extrêmités de dalle où les moments de poids mort sont nuls, avec des contrainte limites pour la traction et la compression du béton,
- en exploitation, dans la section de moment extérieur maximum sous combinaisons rares, c'est-à-dire à mi-travée.

À la dé-tension

Le diagramme des contraintes est représenté sur la figure 82.

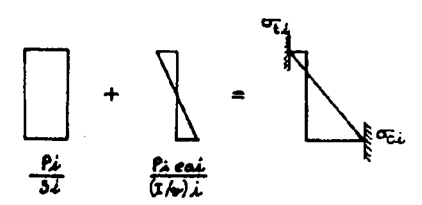


Fig.82 - Diagramme des contraintes à la dé-tension

On devra vérifier les deux conditions :

$$\frac{P_i}{S_i} + \frac{P_i e_{oi}}{(I/v)_i} \geq \sigma_{ti} = -1{,}5 f_{tj} \text{ (en fibre supérieure)}$$

et

$$\frac{P_i}{S_i} - \frac{P_i e_{oi}}{(I/v')_i} \leq \sigma_{ci} = 2/3 f_{cj} \text{ (en fibre inférieure)}$$

avec :
$P_i = 0{,}9\,P_o$
$f_{cj} = 30$ MPa, résistance du béton obtenue lors de la dé-tension
$f_{tj} = 0{,}06 f_{cj} + 0{,}6 = 2{,}4$ MPa (valable pour $f_{tj} \leq 60$ MPa)
soit

$$P_o \leq \frac{1}{0{,}9}\;\frac{-1{,}5 f_{tj}}{1/S_i + e_{oi}(I/v)_i} = \frac{-1{,}5 \times 2{,}4}{0{,}9\,(1\;/\,0{,}013205 - 0{,}06743\;/\,0{,}0063499)}$$

$P_o \leq 1{,}360$ MN

$$P_o \leq \frac{1}{0{,}9}\;\frac{2/3 f_{cj}}{1/S_i - e_{oi}(I/v')_i} = \frac{2/3 \times 30}{1\;/\,0{,}13205 + 0{,}06743\;/\,0{,}0064873} = 1{,}23\text{MN}$$

En exploitation

Le diagramme des contraintes est représenté sur la figure 83

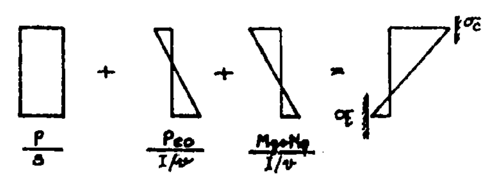


Fig.83 - Diagramme des contraintes en exploitation

On devra vérifier les deux conditions en combinaisons rares :

$$\frac{P}{S} + \frac{Pe_o + Mg + Mq}{(I/v)} \leq \sigma_c = 0{,}6 f_{c28} \text{ (en fibre supérieure)}$$

et

$$\frac{P}{S} - \frac{Pe_o + Mg + Mq}{(I/v')_i} \geq \sigma_t = -f_{t28} \text{ (en zone d'enrobage, face inférieure)}$$

avec :

$P = 0{,}8\ P_o$

f_{c28} = 25 MPa, résistance minimum des bétons de dalle préfabriquée et de béton coulé en place,

$f_{t28} = 0{,}06 f_{c28} + 0{,}6 = 2{,}1$ MPa

M_g = moment dû aux charges permanentes = $(S \times \varpi + 1\ kN/m^2 \times 1{,}2\ m) \times L^2 / 8$
= $(0{,}14092\ m^2 \times 23{,}5\ kN/m^3 + 1{,}2)\ 7{,}5^2 / 8 = 31{,}7$ kNm = 0,0317 MNm

(Le CPT-Planchers autorise de prende une masse volumique de la dalle de 2400 kg/m^3, soit 23,5 kN/m^3)

M_q = moment dû aux charges d'exploitation = $q\ L^2 / 8 = 4\ kN/m^2 \times 1{,}2\ m \times 7{,}5^2 / 8$
= 33,75 kNm = 0,03375 MNm

soit

$$P_o \geq \frac{1}{0{,}8}\ \frac{0{,}6 f_{c28} - (M_g + M_q) / (I/v)}{1/S + e_o / (I/v)} = \frac{0{,}6 \times 25 - (0{,}0317 + 0{,}03375) / 0{,}006698}{0{,}8\ (1/0{,}14092 - 0{,}0685/0{,}006698)}$$

$P_o \geq -2{,}09$ MN

$$P_o \geq \frac{1}{0{,}8}\ \frac{f_{t28} + (M_g + M_q) / (I/v')}{1/S - e_o / (I/v')} = \frac{-2{,}1 + (0{,}0317 + 0{,}03375) / (0{,}006698)}{0{,}8\ (1/0{,}14092 + 0{,}0685/0{,}006698)}$$

$P_o \geq 0{,}554$ MN

Le CPT-Planchers-Dalles alvéolées donne une valeur forfaitaire de la force de précontrainte maximum et minimum (Art. 105.15)

$P_1 = 1{,}02\ P_o - 0{,}9\ \Delta P$

$P_2 = 0{,}98\ P_o - 1{,}1\ \Delta P$

Si l'on suppose 20 % de pertes, $\Delta P = 0{,}2\ P_o$ d'où

$P_1 = (1{,}02\ P_o - 0{,}9 \times 0{,}2)\ P_o = 0{,}84\ P_o$

$P_2 = (0{,}98\ P_o - 1{,}1 \times 0{,}2)\ P_o = 0{,}76\ P_o$

Remarque

La fourchette de précontrainte sera peut-être supprimée dans la nouvelle version du CPT-Plancher.

La valeur trouvée P_o = 0,554 MN est alors remplacée par
(0,80 / 0,76) x 0,554 = 0,583 MN car c'est la valeur minimum qui a été déterminante.
Nous retiendrons : P_o = 0,583 MN
soit une section d'acier $A_p = P_o / \sigma_{po} = 0{,}583 / 1577 \times 10^6 = 370\ mm^2$
que nous obtiendrons avec 4 T13 = 372 mm^2
Le CPT-Planchers impose un minimum de quatre armatures pour une largeur de 1,20 m.

9.4.4. Vérification à l'ELU

La vérification préconisée par le CPT-Planchers-Dalles alvéolées est conforme au BPEL 91 avec une condition complémentaire (Art. 106.24) concernant les zones d'extrêmités.

Méthode simplifiée

L'Annexe III du CPT expose la méthode simplifiée suivante.
On assimile la géométrie de la dalle alvéolée à une poutre en double Té (ou I) dont la hauteur de la table de compression est prise égale à l'épaisseur minimum du béton situé au-dessus des alvéoles.

Dans notre exemple :

$h = 0{,}20$ m

$h_o = (h - \varnothing) / 2 = (0{,}2 - 0{,}145) / 2 = 0{,}0275$ m

$b = 1{,}196$ m

$b_o = 0{,}330$ m

$d' = 0{,}0315$ m

$d = h - d' = 0{,}1685$ m

$\sigma_{bc} = 0{,}85 \times 25 / 1{,}5 = 14{,}17$ MPa (à cause de la résistance du béton coulé en place)

Posons :

$\sigma_p = f_{peg} / \gamma_p = 1\,660 / 1{,}15 = 1\,444$ MPa

$\omega = A_p\,\sigma_p / (b\,d\,\sigma_{bc}) = (4 \times 93 \times 10^{-6} \times 1444) / (1{,}196 \times 0{,}1685 \times 14{,}17) = 0{,}1881$

Puis calculons la variable intermédiaire N.

Si $h_o / d \geq \omega$, l'axe neutre est dans la table de compression et $N = 0{,}208\ d\ b\ \sigma_{bc} - A_p\ \sigma_p$
sinon $N = [0{,}208\ d\ b_o + (b - b_o)\ h_o]\ \sigma_{bc} - A_p\ \sigma_p$ et l'axe neutre est dans la nervure.

Ici, $h_o / d = 0{,}0275 / 0{,}1685 = 0{,}1632 < \omega = 0{,}1881$, l'axe neutre est dans les nervures et
$N = [0{,}208 \times 0{,}33 \times 0{,}1685 + (1{,}196 - 0{,}33) 0{,}0275]\ 14{,}17 - 4 \times 93 \times 10^{-6} \times 1444 = -0{,}3582 < 0$

On peut alors calculer le moment résistant M_{ru} :

◊ Si $N \geq 0$ et $h_o / d \geq \omega$: $M_{ru} = A_p\ \sigma_p\ d\ (1 - \omega / 2)$

◊ Si $N \geq 0$ et $h_o / d < \omega$: $M_{ru} = A_p\ \sigma_p\ d\ [1 - \omega\ b / (2\ b_o) + (b - b_o)\ h_o / (2\ b_o\ d)]$

◊ Si $N < 0$ ce qui est notre cas, on calcule λ_1 et λ_2

$$\lambda_1 = \frac{0{,}208\ d\ b\ \sigma_{bc} E_p}{A_p \sigma_p (\sigma_p - \sigma_{pm} + 0{,}0035 E_p)}$$

$$\lambda_2 = \frac{0{,}208\ d\ b_o\ \sigma_{bc} E_p + (b - b_o)\ h_0 \sigma_{bc} (\sigma_p - \sigma_{pm} + 0{,}0035 E_p)}{A_p \sigma_p (\sigma_p - \sigma_{pm} + 0{,}0035 E_p)}$$

λ_1 et λ_2 sont plafonnés à 1 (≤ 1)

Si $h_o / d \geq \lambda_1\ \omega$, alors $M_{ru} = \lambda_1\ A_p\ \sigma_p\ d\ (1 - \lambda_1\ \omega / 2)$

Si $h_o / d < \lambda_2\ \omega$, alors $M_{ru} = \lambda_2\ A_p\ \sigma_p\ d\ [1 - \lambda_1\ b\ \omega / (2\ b_o) + (b - b_o)\ h_o / (2\ b_o\ d)]$

Avec σ_{pm} = contrainte finale permanente dans les armatures de précontrainte :

$\sigma_{pm} = \sigma_{po} - \Delta\sigma_p = 0{,}8\ \sigma_{po}$ (= 1 265 MPa dans notre exemple)

Ici :

$$\lambda_1 = \frac{0{,}028 \times 0{,}1685 \times 1{,}196 \times 14{,}17 \times 190\,000}{4 \times 93 \times 10^{-6} \times 1\,444 \times (1\,444 - 1\,265 + 0{,}0035 \times 190\,000)} = 3{,}35 > 1$$

donc $\lambda_1 = 1$ et de même $\lambda_2 = 1{,}552 > 1$ donc $\lambda_2 = 1$

d'où $h_o / d = 0{,}1632 < \lambda\ \omega = 1 \times 0{,}1881$ donc

$$M_{ru} = 1 \times 4 \times 93 \times 10^{-6} \times 1\,444 \times 0{,}1685 \left[1 - \frac{0{,}1881 \times 1{,}196}{2 \times 0{,}33} + \frac{(1{,}196 - 0{,}33)\ 0{,}0275}{2 \times 0{,}33 \times 0{,}1685}\right] = 0{,}1065 \text{ MNm}$$

Or le moment ultime M_u vaut :

$M_u = 1{,}35\ M_g + 1{,}5\ M_q = 1{,}35 \times 0{,}0317 + 1{,}5 \times 0{,}03375 = 0{,}0934$ MNm $< M_{ru} = 0{,}1065$ OK

Si cette vérification approchée n'est pas satisfaite, on procède alors au calcul suivant le BPEL en prenant en compte la section exacte de béton (en I avec goussets arrondis aux droit de la jonction table-nervures).

9.4.5. *Vérification approchée à l'effort tranchant*

Avant clavage

Nous supposons que la résistance du béton de dalle vaut f_{c28} = 50 MPa avec un clavage au-delà de 28 jours d'âge.
On calcule $f_{t28} = 0{,}06\, f_{c28} + 0{,}6 = 3{,}6$ MPa
L'effort tranchant est calculé en combinaison rare en cours d'exécution avec une charge d'exploitation de chantier de 1 kN/m² soit q = 1,2 kN/m
La charge permanente vaut g = 0,14092 m² x 23,5 kN/m³ = 3,31 kN/m
L'effort tranchant $V = (g + q)\, L / 2 = (3{,}31 + 1{,}2)\, 7{,}5 / 2 = 16{,}9$ kN = 0,0169 MN
et le cisaillement :
$\tau = V / (b_{ol}\, z_l) = 0{,}0169 / (0{,}29 \times 0{,}1402) = 0{,}42 \text{ MPa} \leq 0{,}9$ MPa OK

Après clavage

On prendra une résistance du béton f_{c28} = 25 MPa, minimum des résistances des deux bétons.
Pour une charge d'exloitation de 4 kN/m², la charge ELS vaut :
$p = g + q = 3{,}31 + 1{,}2 \times 4 = 8{,}11$ kN/m et l'effort tranchant de calcul :
V = 18,11 x 7,5 / 2 = 30,4 kN = 0,0304 MN
et le cisaillement $\tau = V / (b_o\, z) = 0{,}0304 / (0{,}33 \times 0{,}1491) = 0{,}62 \text{ MPa} \leq 0{,}9$ Mpa OK
Ces deux vérifications nous dispensent de mettre des armatures verticales.

Remarque
Pour la vérification à l'effort tranchant, le CPT-Dalles Alvéolées (Annexe IV) exige une vérification assez compliquée que nous effectuerons ici que pour le cas le plus défavorable, après clavage.

9.4.6. *Vérification suivant le CPT, après clavage*

Nous effectuerons le calcul sur la section de béton de la dalle préfabriquée proprement dite, sans tenir compte de la résistance du béton de clavage qui n'est que de 25 MPa au lieu de 50.
L'effort tranchant ultime au droit de l'appui vaut :
$V_u = (1{,}35\, g + 1{,}5\, q)\, L / 2 = (1{,}35 \times 3{,}31 + 1{,}5 \times 1{,}2 \times 4) \times 7{,}5 / 2 = 43{,}8$ kN
V_u = 0,0438 MN
On distingue :
- les zones fissurées par flexion en partie centrale. Dans ce cas, on aura une rupture soit par fissuration d'âme à laquelle correspond un effort tranchant résistant $V_{u1(1)}$, soit par cisaillement-compression avec un effort tranchant résistant $V_{u1(2)}$,
- les zones non fissurées par flexion, en général près des appuis, auxquelles correspond un effort tranchant résistant V_{u2}.

$V_{u1(1)} = M_{cr} / x + \tau_{rd}\, b_n\, d$
$V_{u1(2)} = M_{cr} / x + V_{BA}$
$V_{u2} = \tau_{u2}\, b_n\, z$
avec :
L = portée de la dalle entre nus = 7,5 m
b_n = largeur selon la ligne de moindre résistance (attention aux alvéoles ouvertes) = 0,29 m
h = hauteur de la dalle = 0,20 m
B = section de béton = 0,13025 m

e_s = épaisseur de la table de compression de la dalle = 0,0275 m
L_a = longueur d'appui de la dalle = 0,02 m (valeur minimum suivant tableau ci-dessus)
I = moment d'inertie = 0,00064179 m⁴
v = 0,10107 m
v' = 0,09893 m
I/v' = 0,0064873 m³
$d = d_p$ = hauteur utile = 0,20 - 0,0315 = 0,1685 m
$z = I / s$ = bras de levier = 0,1402 m
e_p = valeur absolue de l'excentricité = 0,06743 m
f_{prg} = 1860 MPa
f_{peg} = 1660 MPa
σ_{po} = 1577 MPa (voir plus haut)
σ_{pm} = contrainte probable des aciers $\approx 0{,}8\, \sigma_{po}$ = 1 262 MPa (voir plus haut)
A_p = section d'acier = 4 T13 = 372 mm²
F_{pm} = force probable des aciers = $A_p\, \sigma_{pm}$ = 0,469 MN
f_{cj} = 50 MPa
f_{tj} = 3,6 MPa
τ_{rd} = valeur de base de la résistance au cisaillement = $0{,}063\, \sqrt{f_{cj} + 5} / \gamma_b$
$= 0{,}063\, \sqrt{55} / 1{,}3 = 0{,}36$ MPa
$f_{cr} = f_{cm}$ = résistance moyenne du béton lors du relâchement = 30 MPa
D_n = diamètre nominal des torons = 12,5 mm
L_{cs} = longueur conventionnelle de scellement = 75 D_n pour des torons lisses = 0,9675 m
σ_{pr} = tension des aciers avant relâchement $\approx 0{,}83\, f_{prg}$
$\mu = \sigma_{pr} / f_{prg} = 0{,}83$
$L_{sn} = \mu\, [\, L_{cs} + 2\, (40 - f_{cm})\,] / 0{,}85 = 1{,}140$ m
$L_e = \sqrt{L_{sm}^2 + d_p^2} = 1{,}152$ m
a_{nf} = longueur de la zone non fissurée, près des appuis (on prend K = 3,4 pour les torons lisses)

$$= 1{,}2 \left[L_{sn} + \frac{f_{prg}\gamma_p - \sigma_{pm}}{K f_{tj}}\; D_n \right] = 1{,}2 \left[1{,}14 + \frac{1\,860/1{,}15 - 1\,262}{3{,}4 \times 3{,}6} \right] = 1{,}8\text{m}$$

M_d = moment de décompression du béton
$= F_{pm}\, [\, e_p + (I/v') / B\,] = 0{,}469\, [\, 0{,}06743 + 0{,}0064873 / 0{,}13025\,] = 0{,}055$ MNm
M_f = moment de fissuration du béton après décompression = $1{,}5\, f_{tj}\, (I/v') / \gamma_b$
$= 1{,}5 \times 32{,}6 \times 0{,}0064873 / 1{,}3 = 0{,}027$ MNm
M_{cr} = moment critique de calcul = $0{,}9\, (M_d + M_f) = 0{,}9\, (0{,}055 + 0{,}027) = 0{,}0738$ MNm
$x = a_{nf}$ = abscisse de calcul de l'effort tranchant de la zone fissurée à la flexion = 1,8 m
$V_{u1(1)} = M_{cr} / x + \tau_{rd}\, b_n\, d = 0{,}0738 / 1{,}8 + 0{,}36 \times 0{,}29 \times 0{,}1685 = 0{,}0586$ MN
k_f = coefficient prenant en compte la concomitance de la compression et du cisaillement
= racine positive de l'équation
$[\, 0{,}81\, (d / x)^2 + 0{,}56\, f_{tj} / f_{cj}\,]\, k_f^2 - 0{,}56\, (f_{tj} / f_{cj})\, (1 - f_{tj} / f_{cj})\, k_f - 0{,}56\, (f_{tj} / f_{cj})^2 = 0$
$0{,}047418\, k_f^2 - 0{,}037417\, k_f - 0{,}02903 = 0$ dont la racine est $k_f = 0{,}86$
$\sigma_{bs} = F_{pm}\, (1 + v / v') / B = 0{,}469\, (1 + 0{,}10107 / 0{,}09893) / 0{,}13025 = 7{,}28$ MPa
σ_{bo} = contrainte moyenne du béton correspondant à la décompression du béton en fibre inférieure
$= \sigma_{bs}\, (2\, h - e_s) / (2\, h) = 7{,}28\, (0{,}4 - 0{,}0275) / 0{,}4 = 6{,}78$ MPa
M_{rbt} = supplément de moment résistant du béton après fissuration du béton en fibre supérieure
$= 0{,}9\, d\, (f_{peg} - \sigma_{pm})\, A_p / \gamma_p$
$= 0{,}9 \times 0{,}1685\, (1660 - 1262)\, 372 \times 10^{-6} / 1{,}15 = 0{,}01952$ MNm

$$V_{BA} = \frac{kj\, f_{cj} - \sigma_{bo}}{f_{cj} - \sigma_{bo}} \; \frac{M_{rbt}}{x} \; \frac{0{,}86 \times 50 - 6{,}78}{50 - 6{,}78} \; \frac{0{,}01952}{1{,}8} = 0{,}00909 \text{ MN}$$

$V_{u1(2)} = M_{cr} / x + V_{BA} = 0{,}0738 / 1{,}8 + 0{,}00909 = 0{,}05$ MN

La rupture par cisaillement-compression est prépondérante car $V_{u1(2)} < V_{u1(1)}$.

Pour la zone non-fissurée par flexion, près des appuis :

$$\tau_{u2} = \frac{C_v\, f_{tj}}{\gamma_b} \left[1 + \frac{2}{3} \; \frac{L_a + h/2}{L_e} \; \frac{F_{pm}}{Bf_{tj}}\right]^{0,5}$$

$$\tau_{u2} = \frac{0{,}85 \times 3{,}6}{2} \left[1 + \frac{2}{3} \; \frac{0{,}02 + 0{,}2/2}{1{,}152} \; \frac{0{,}469}{0{,}13025 \times 3{,}6}\right]^{0,5} = 1{,}582 \text{ MPa}$$

$V_{u2} = \tau_{u2}\, b_n\, z = 1{,}582 \times 0{,}29 \times 0{,}1402 = 0{,}064$ MN

On vérifie bien que l'effort tranchant ultime $V_u = 0{,}0438$ MN est inférieur à la fois à l'effort tranchant résistant à l'abscisse $x = 0$ (0,064 MN) et à celui de l'abscisse 1,80 m (0,050 MN)

9.5. Programme « CARAMEC »

Programme de calcul des caractéristiques mécaniques d'une section quelconque, définie par des trapèzes, cercles ou demi-cercles, avec vides ou aciers.

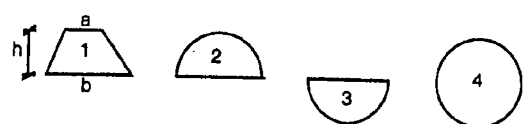
9.5.1. Mode d'emploi

1° Ligne — **Titre**
Titre (= FIN pour terminer le passage)

2° Ligne — **N, N_v**
N = Nombre de trapèzes superposés constituant la section
N_v = Nombre de compléments de section, vides ou aciers décrits sous forme de trapèzes, cercles ou demi-cercles

3° Ligne (N fois) — ***a, b, h***
a = largeur de la base supérieure du trapèze (m)
b = largeur de la base inférieure du trapèze (m)
h = hauteur du trapèze (m)

4° Ligne (N_v fois) — **Type, Nbre, Coef, *d*, *a* (ou *r*), *b*, *h***



Type = 1 pour une section trapézoïdale
= 2 pour une section en demi-cercle supérieur
= 3 pour une section en demi-cercle inférieur
= 4 pour une section circulaire pleine

Nbre = nombre de sections de mêmes caractéristiques

Coef = Coefficient d'équivalence à appliquer : - 1 pour un vide, 15 pour des aciers de béton armé, 5 (ou 15) pour des aciers de précontrainte, 1 pour du béton ajouté aux trapèzes de la ligne 3

d = distance de l'origine des ordonnées, prise à la partie supérieure du premier trapèze décrit en ligne 3,
- à la base supérieure du trapèze décrit ou
- au centre du cercle ou demi-cercle

r = rayon (m) du cercle ou demi-cercle

a, b, h = dimensions (m) du trapèze dans les mêmes conditions que pour la ligne 3

Retour en ligne 1

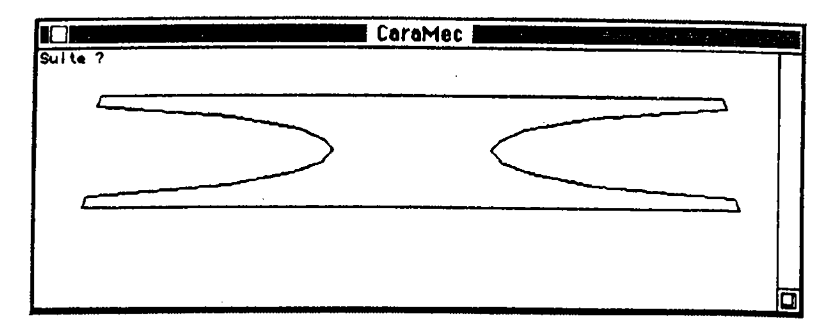
9.5.2. Exemple - Données

Dalle alvéolée de 200 mm	' Titre
1 9	' Nombre de trapèzes et de vides (ou aciers)
1.196 1.196 0.2	' a, b, h du trapèze
4 6 -1 0.1 0.0725	' 6 cercles vides de Ø145 mm, centrés à 100 mm du haut
1 2 -1 0 0.034 0.025 0.01	' trapèze vide
1 2 -1 0.01 0.025 0.025 0.033	' dito
1 2 -1 0.043 0.025 0.032 0.013	' dito
1 2 -1 0.056 0.032 0.032 0.012	' dito
1 2 -1 0.068 0.032 0.018 0.013	' dito
1 2 -1 0.081 0.018 0.018 0.091	' dito
1 2 -1 0.172 0.018 0 0.014	' dito
1 2 -1 0.186 0 0.01 0.014	' dito

9.5.3. Données sur écran

```
CaraMec
 Souhaitez-Vous Entrer les Donnees 1 = au Clavier , 2 = en DATA :=?  1
 Souhaitez-Vous Sortir les Resultats :
     1 = a l'Ecran seulement ,
     2 = a l'Ecran et sur Imprimante,
     3 = sur Imprimante seulement :
 =?  3
Titre = ?  Dalle alveolee de 0.20 m
Nbre Trapezes, Nbre Vides et Aciers =?  1 9
a,b,h=?  1.196 1.196 0.2
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  4 6 -1 0.1 0.0725
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0 0.034 0.025 0.01
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.01 0.025 0.025 0.033
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.043 0.025 0 032 0.013
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.056 0.032 0.032 0.012
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.068 0.032 0.018 0.013
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.081 0.018 0.018 0.091
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.172 0.018 0 0.014
Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =?  1 2 -1 0.186 0 0.01 0.014

Voulez-Vous Plus de Decimales : Oui=1, Non=0 =?  0
Suite ?
```



9.5.4. Résultats

Plancher Alveole 200 mm

DONNEES

Trapezes :

No	a	b	h	S
	m	m	m	m2
1	1.196	1.196	0.200	0.2392

Aciers ou Vides :

No	Type	Nbre	Coeff	Dist	a (ou r)	b en metres	c	Aire m2
1	Cercle	6	-1.0	0.1000	0.0725			0.016513
2	Trapeze	2	-1.0	0.0000	0.0340	0.0250	0.0100	0.000295
3	Trapeze	2	-1.0	0.0100	0.0250	0.0250	0.0330	0.000825
4	Trapeze	2	-1.0	0.0430	0.0250	0.0320	0.0130	0.000371
5	Trapeze	2	-1.0	0.0560	0.0320	0.0320	0.0120	0.000384
6	Trapeze	2	-1.0	0.0680	0.0320	0.0180	0.0130	0.000325
7	Trapeze	2	-1.0	0.0810	0.0180	0.0180	0.0910	0.001638
8	Trapeze	2	-1.0	0.1720	0.0180	0.0000	0.0140	0.000126
9	Trapeze	2	-1.0	0.1860	0.0000	0.0100	0.0140	0.000070

RESULTATS

h	S	v	v'	I	I/v	I/v'	rho	r	z
m	m2	m	m	m4	m3	m3		m	m
0.200	0.1321	0.101	0.099	0.000642	0.00635	0.00649	0.486	0.070	0.140

La Largeur au Centre de Gravite est 0.290 m
La Largeur Minimum vaut 0.290 m

9.5.5. Listing « CARAMEC »

```
10 REM Calcul des Caracteristiques Mecaniques de Sections Quelconques
20 REM composees de Succession de trapezes avec Vides et Aciers
30 REM en Forme de Trapezes, Demi-cercles ou Cercles
40 REM "CARAMEC" - H.THONIER - Septembre 1992
```



```
50 ON ERROR GOTO 70
60 GOTO 80
70 PRINT USING"Erreur=### , Ligne#####";ERR;ERL:STOP
80 NC=10     'Nbre de Troncons pour SIMPSON
90 N9=10      'Nombre de Points de Dessin
100 DIM A(51),B(51),H(51),Z(NC+1),Y(NC+1),A1(6,51),U(15),UMY(15)
110 DIM TX(N9+1),TY(N9+1)
120 CLS
130 CALL TEXTFONT(4):CALL TEXTSIZE(9)
140 PI=3.1415926#
150 INPUT" Souhaitez-Vous Entrer les Donnees 1 = au Clavier , 2 = en DATA :=";IDON
160 PRINT " Souhaitez-Vous Sortir les Resultats :"
170 PRINT "    1 = a l'Ecran seulement ,"
180 PRINT "    2 = a l'Ecran et sur Imprimante,"
190 PRINT "    3 = sur Imprimante seulement :"
200 INPUT" =";IMPR
210 GOSUB 1050  'Lecture des Donnees
220 GOSUB 1740    'Repetition des Donnees
230 GOSUB 2830  'Calcul S , m , I des Trapezes
240 GOSUB 2490    'Calcul  S , m , I des Vides et Aciers
250 SEC=S
260 V=M/S
270 VP=H-V
280 IG=I-S*V*V
290 IV=IG/V
300 IVP=IG/VP
310 RO=IV/VP/S
320 GIR=SQR(IG/S)
330  GOSUB 1350   'Calcul de  m1 pour Calculer  z
340 M=S*V-M
350 Z=IG/M
360 GOSUB 3120    'Largeur Minimum
370 GOSUB 630    'Ecriture des Resultats
380 GOSUB 3380   'Dessin
390 GOTO 210
400 END
410 REM-------------------------------------------
420 REM: Conversion Lecture Format Libre
430 FOR I6=0 TO 12
440 U(I6)=0
450 NEXT I6
460 I1=0
470 IF CL$="" OR CL$="" THEN 570
480 J=1
490 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 490
500 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I=INSTR(1,CL$," ")
510 IF I=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 530
520 MOT$=LEFT$(CL$,I-1)
530 IF MOT$="" THEN 560
540 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
550 GOTO 470
560 FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
570 FOR I6=0 TO 12
580 UMY(I6)=U(I6)
590 NEXT I6
600 RETURN
610 REM-------------------------------------------
620 REM Ecriture des Resultats
630 IF IMPR>2 THEN 830
640 PRINT
```

```
650 PRINT"RESULTATS":PRINT"-------"
660 PRINT"  h    S    v   v'    I    I/v    I/v' rho   r    z"
670 PRINT"  m   m2    m   m     m4    m3    m3        m    m"
680 PRINT
690 PRINT USING"##.### ##.#### ##.### ##.### ##.###### ##.##### ##.##### #.### ##.###
##.###";H;SEC;V;VP;IG;IV;IVP;RO;GIR;Z
700 PRINT
710 PRINT USING"La Largeur au Centre de Gravite est ##.### m";LAG
720 PRINT USING"La Largeur Minimum vaut            ##.### m";LAMI
730 PRINT:INPUT"Voulez-Vous Plus de Decimales : Oui=1, Non=0 =";IN1
740 IF IN1=0 THEN 820
750 PRINT:PRINT USING"Section   S =###.######### m2";SEC
760 PRINT USING"Inertie   I =###.######### m4";IG
770 PRINT USING"Module  I/v =###.######### m3";IV
780 PRINT USING"Module  I/v'=###.######### m3";IVP
790 PRINT USING"Hauteur   v =###.######### m";V
800 PRINT USING"Hauteur   v'=###.######### m";VP
810 PRINT USING"Bras Lev. z =###.######### m";Z
820 PRINT:PRINT
830 IF IMPR<2 THEN 1020
840 LPRINT:LPRINT"RESULTATS":LPRINT"-------"
850 LPRINT"  h    S    v   v'    I    I/v    I/v' rho   r    z"
860 LPRINT"  m   m2    m   m     m4    m3    m3        m    m"
870 LPRINT
880 LPRINT USING"##.### ##.#### ##.### ##.### ##.###### ##.##### ##.##### #.### ##.###
##.###";H;SEC;V;VP;IG;IV;IVP;RO;GIR;Z
890 LPRINT
900 LPRINT USING"La Largeur au Centre de Gravite est ##.### m";LAG
910 LPRINT USING"La Largeur Minimum vaut            ##.### m";LAMI
920 LPRINT:INPUT"Voulez-Vous Plus de Decimales : Oui=1, Non=0 =";IN1
930 IF IN1=0 THEN 1010
940 LPRINT:LPRINT USING"Section   S =###.######### m2";SEC
950 LPRINT USING"Inertie   I =###.######### m4";IG
960 LPRINT USING"Module  I/v =###.######### m3";IV
970 LPRINT USING"Module  I/v'=###.######### m3";IVP
980 LPRINT USING"Hauteur   v =###.######### m";V
990 LPRINT USING"Hauteur   v'=###.######### m";VP
1000 LPRINT USING"Bras Lev. z =###.######### m";Z
1010 LPRINT:LPRINT
1020 RETURN
1030 REM-----------------------------------
1040 REM Lecture Donnees
1050 IF IDON=1 THEN 1090
1060 READ TIT$
1070 IF TIT$="" OR TIT$="FIN" THEN STOP
1080 READ N,NT:GOTO 1140
1090 INPUT"Titre = ";TIT$
1100 IF TIT$=""  OR TIT$="FIN" THEN  STOP
1110 INPUT"Nbre Trapezes, Nbre Vides et Aciers =";CL$
1120 GOSUB 430
1130 N=U(0):NT=U(1)
1140 IF N=0 AND NT=0 THEN STOP
1150 IF N=0 THEN 1220
1160 FOR I8=1 TO N
1170 IF IDON=2 THEN READ A(I8),B(I8),C(I8):GOTO 1210
1180 INPUT"a,b,h=";CL$
1190 GOSUB 430
1200 A(I8)=U(0):B(I8)=U(1):C(I8)=U(2)
1210 NEXT I8
1220 IF NT=0 THEN 1320
```



```
1230 FOR I8=1 TO NT
1240 IF IDON=1 THEN 1280
1250 READ A1(0,I8),A1(1,I8),A1(2,I8),A1(3,I8),A1(4,I8)
1260 IF A1(0,I8)=1 THEN READ A1(5,I8),A1(6,I8)
1270 GOTO 1310
1280 INPUT"Type,Nbre, Coef., d, r (ou a, b, h) =";CL$
1290 GOSUB 430
1300 FOR I2=0 TO 6:A1(I2,I8)=U(I2):NEXT I2
1310 NEXT I8
1320 RETURN
1330 REM-----------------------------------
1340 REM Calcul du Moment Statique de la Partie au-dessus du cdg
1350 S=0:M=0:D=0:UK=1
1360 IF N=0 THEN 1460
1370   FOR I1=1 TO N
1380   A=A(I1):B=B(I1):C=C(I1)
1390   IF V<D THEN 1460
1400   IF V>= D+C THEN 1430
1410   B=A+(B-A)*(V-D)/C
1420   C=V-D:LAG=B
1430   GOSUB 2950
1440   D=D+C
1450   NEXT I1
1460 IF NT=0 THEN 1710
1470   FOR I1=1 TO NT
1480   GOSUB 2380     ' Conversion
1490   UK=COEF*NB
1500   IF TYP>1 THEN 1570
1510   IF V<D1 THEN 1700
1520   IF V>=D1+C THEN 1550
1530   B=A+(B-A)*(V-D1)/C
1540   C=V-D1:LAG=LAG+B*UK
1550   GOSUB 2950
1560   GOTO 1700
1570   G=4/3*R/PI
1580   IF TYP>2 THEN 1620
1590   IF V<D1-R THEN 1700
1600   IF V>=D1 THEN B1=D1-R:B2=D1:GOTO 1690
1610   B1=D1-R:B2=V:GOTO 1690
1620   IF TYP>3 THEN 1660
1630   IF V<D1 THEN 1700
1640   IF V>=D1+R THEN B1=D1:B2=D1+R:GOTO 1690
1650   B1=D1:B2=V:GOTO 1690
1660   IF V<D1-R THEN 1700
1670   IF V>=D1+R THEN GOSUB 2750:GOTO 1700
1680   B1=D1-R:B2=V
1690   GOSUB 2200
1700   NEXT I1
1710 RETURN
1720 REM-----------------------------------
1730 REM Repetition des Donnees
1740 IF IMPR>2 THEN 1770
1750 PRINT TIT$:PRINT
1760 PRINT"DONNEES":PRINT"-----"
1770 IF IMPR<2 THEN 1800
1780 LPRINT TIT$:LPRINT
1790 LPRINT"DONNEES":LPRINT"-----"
1800 IF N=0 THEN 1950
1810 IF IMPR>2 THEN 1850
1820 PRINT"Trapezes :":PRINT
```

```
1830 PRINT"No   α    b    h    S"
1840 PRINT"     m    m    m    m2"
1850 IF IMPR<2 THEN 1890
1860 LPRINT"Trapezes :":LPRINT
1870 LPRINT"No   α    b    h    S"
1880 LPRINT"     m    m    m    m2"
1890 FOR I1=1 TO N
1900 IF IMPR<3 THEN PRINT USING"## ##.###  ##.###  ##.###  ##.####";I1;A(I1);B(I1);C(I1);(A(I1)+B(I1))/
2*C(I1)
1910 IF IMPR>1 THEN LPRINT USING"## ##.###  ##.###  ##.###  ##.####";I1;A(I1);B(I1);C(I1);(A(I1)+B(I1))/
2*C(I1)
1920 NEXT I1
1930 IF IMPR<3 THEN PRINT
1940 IF IMPR>1 THEN LPRINT
1950 IF NT=0 THEN 2170
1960 IF IMPR>2 THEN 2000
1970 PRINT"Aciers ou Vides :":PRINT
1980 PRINT"No  Type  Nbre Coeff  Dist   α    b    c    Aire"
1990 PRINT"                      (ou r)   en metres     m2"
2000 IF IMPR<2 THEN  2040
2010 LPRINT"Aciers ou Vides :":LPRINT
2020 LPRINT"No  Type  Nbre Coeff  Dist   α    b    c    Aire"
2030 LPRINT"                      (ou r)   en metres     m2"
2040 FOR I1=1 TO NT
2050 GOSUB 2380    'Conversion
2060 IF IMPR>2 THEN 2110
2070 IF TYP=1 THEN PRINT USING"## Trapeze      ## ###.#    ##.#### ##.#### ##.#### ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;A;B;C;(A+B)/2*C
2080 IF TYP=2 THEN PRINT USING"## 1/2cercsup  ## ###.#           ##.####   ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;R;PI*R^2/2
2090 IF TYP=3 THEN PRINT USING"## 1/2cercinf  ## ###.#           ##.####   ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;R;PI*R^2/2
2100 IF TYP=4 THEN PRINT USING"## Cercle           ## ###.#      ##.####   ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;R;PI*R^2
2110 IF IMPR<2 THEN 2160
2120 IF TYP=1 THEN LPRINT USING"## Trapeze      ## ###.#    ##.#### ##.#### ##.#### ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;A;B;C;(A+B)/2*C
2130 IF TYP=2 THEN LPRINT USING"## 1/2cercsup  ## ###.#           ##.####   ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;R;PI*R^2/2
2140 IF TYP=3 THEN LPRINT USING"## 1/2cercinf  ## ###.#           ##.####   ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;R;PI*R^2/2
2150 IF TYP=4 THEN LPRINT USING"## Cercle           ## ###.#      ##.####   ##.####
##.######";I1;NB;COEF;D1;R;PI*R^2
2160 NEXT I1
2170 RETURN
2180 REM-----------------------------------------
2190 REM Vides sur le cdg des Cercles ou Demi-Cercles
2200 B4=2*SQR(R^2-(V-D1)^2)
2210 LAG=LAG+B4*UK
2220   FOR J1=0 TO NC
2230   U3=R*J1/NC
2240   IF TYP=2 OR TYP=4  THEN D2=D1-R+U3
2250   IF TYP=3 THEN D2=D1+U3
2260   B4=2*SQR(R^2-(D2-D1)^2)
2270   Z(J1)=B4*D2
2280   Y(J1)=B4
2290   NEXT J1
2300 GOSUB 3040   'Simpson
2310 M=M+AR*UK
2320   FOR J1=0 TO NC:Z(J1)=Y(J1):NEXT J1
```



```
2330 GOSUB 3040
2340 S=S+AR*UK
2350 RETURN
2360 REM-----------------------------------------
2370 REM Conversion Vides et Aciers
2380 TYP=A1(0,I1)
2390 NB=A1(1,I1)
2400 COEF=A1(2,I1)    '=-1 pour un vide
2410 D1=A1(3,I1)
2420 A=A1(4,I1)
2430 B=A1(5,I1)
2440 C=A1(6,I1)
2450 R=A
2460 RETURN
2470 REM-----------------------------------------
2480 REM S , m , I  des Vides et Aciers
2490 IF NT=0 THEN 2540
2500   FOR I1=1 TO NT
2510   GOSUB 2380    'Conversion
2520   GOSUB 2560    'S , m , I
2530   NEXT I1
2540 RETURN
2550 '
2560 G=4/3*R/PI
2570 UK=NB*COEF
2580 ON TYP GOSUB 2610,2660,2660,2750
2590 RETURN
2600 '
2610 D=D1
2620 IF D1+R>H THEN H=D1+R
2630 GOSUB 2950
2640 RETURN
2650 '
2660 IF TYP=2 THEN G=-G
2670 IF TYP=2 AND D1>H THEN H=D1
2680 IF TYP=3 AND D1+R>H THEN H=D1+R
2690 U1=UK*PI*R^2/2
2700 S=S+U1
2710 M=M+U1*(D1+G)
2720 I=I+U1*R^2/4+U1*D1*(D1+2*G)
2730 RETURN
2740 '
2750 U1=UK*PI*R^2
2760 IF D1+R>H THEN H=D1+R
2770 S=S+U1
2780 M=M+U1*D1
2790 I=I+U1*D1^2+U1*R^2/4
2800 RETURN
2810 REM-----------------------------------------
2820 REM  S , m , I  des Trapezes
2830 S=0:M=0:I=0
2840 D=0:UK=1
2850 IF N=0 THEN 2920
2860   FOR I1=1 TO N
2870   A=A(I1):B=B(I1):C=C(I1)
2880   GOSUB 2950    'S , m , I
2890   D=D+C
2900   NEXT I1
2910 H=D
2920 RETURN
```

```
2930 REM------------------------------------
2940 REM S , m , I / Axe superieur pour A , B , C , D  donnes
2950 C1=A-B
2960 U1=B*C
2970 U2=C1*C/2
2980 S=S+(U1+U2)*UK
2990 M=M+(U1*(D+C/2)+U2*(D+C/3))*UK
3000 I=I+(U1*(D+C/2)^2+U2*(D+C/3)^2+A*C^3/12+C1*C^3/36)*UK
3010 RETURN
3020 REM------------------------------------
3030 REM Simpson
3040 AR=Z(0)-Z(NC)
3050   FOR J9=1 TO NC STEP 2
3060   AR=AR+4*Z(J9)+2*Z(J9+1)
3070   NEXT J9
3080 AR=AR/3/NC*(B2-B1)
3090 RETURN
3100 REM------------------------------------
3110 REM  Largeur Minimum
3120 LAMI=1E+08
3130   FOR I4=0 TO N9
3140   Y=I4/N9*H
3150   D=0
3160   IF N=0 THEN 3220
3170      FOR I1=1 TO N
3180      A=A(I1):B=B(I1):C=C(I1)
3190      IF Y>=D AND Y<=D+C THEN TX(I4)=A+(B-A)*(Y-D)/C:GOTO 3220
3200      D=D+C
3210      NEXT I1
3220      IF NT=0 THEN 3300
3230      FOR I1=1 TO NT
3240      GOSUB 2380   ' Conversion
3250      IF TYP=1 AND Y>=D1 AND Y<D1+C THEN TX(I4)=TX(I4)+(A+(B-A)*(Y-D1)/C)*NB*COEF
3260      IF TYP=2 AND Y>=D1-R AND Y<D1 THEN TX(I4)=TX(I4)+2*NB*COEF*SQR(R^2-(D1-Y)^2)
3270      IF TYP=3 AND Y>=D1 AND Y<D1+R THEN TX(I4)=TX(I4)+2*NB*COEF*SQR(R^2-(D1-Y)^2)
3280      IF TYP=4 AND Y>=D1-R AND Y<D1+R THEN TX(I4)=TX(I4)+2*NB*COEF*SQR(R^2-(D1-Y)^2)
3290      NEXT I1
3300   TY(I4)=Y
3310   IF TX(I4)<LAMI THEN LAMI=TX(I4)
3320   NEXT I4
3330 RETURN
3340 REM------------------------------------
3350 REM Trace de la Courbe Parametree   x=TX(I) et y=TY(I)
3360 REM pour I=0 TO N9 (Nombre de Points par Courbe)
3370 REM Pour Impression du Dessin sur Imprimante, Enlever le REM en 13882
3380 INPUT"Suite ";UU$:CLS
3390 NPTA=490      ' Nombre de Points d'Ecran en Abscisse = 490
3400 NPTB=290      ' Nombre de Points d'Ecran en Ordonnee = 280
3410 MG=30         ' Marge aux Bords
3420 XA=1E+08:XB=-1E+08:YC=-1E+08:YD=1E+08
3430 ' Recherche des Maxi et Mini des Abscisses TX(-)et Ordonnees TY(-)
3440      FOR I6=0 TO N9
3450      IF TX(I6)>XB THEN XB=TX(I6)
3460      IF TX(I6)<XA THEN XA=TX(I6)
3470      IF TY(I6)>YC THEN YC=TY(I6)
3480      IF TY(I6)<YD THEN YD=TY(I6)
3490      NEXT I6
3500 K9=(NPTA-2*MG)/XB
3510 K8=(NPTB-2*MG)/YC
3520 IF K8<K9 THEN K9=K8
```



```
3530 X0=NPTA/2:Y0=MG
3540 X1=.5*TX(0)*K9+X0
3550 Y1=TY(0)*K9+Y0
3560 LINE (X0,Y0)-(X1,Y1)
3570 FOR I9=0 TO N9
3580 X1=.5*TX(I9)*K9+X0
3590 Y1=TY(I9)*K9+Y0
3600 LINE -(X1,Y1)
3610 NEXT I9
3620 LINE -(X0,Y1)
3630 X1=-.5*TX(0)*K9+X0
3640 Y1=TY(0)*K9+Y0
3650 LINE (X0,Y0)-(X1,Y1)
3660 FOR I9=0 TO N9
3670 X1=-.5*TX(I9)*K9+X0
3680 Y1=TY(I9)*K9+Y0
3690 LINE -(X1,Y1)
3700 NEXT I9
3710 LINE -(X0,Y1)
3720 REM LCOPY
3730 INPUT"Suite ";UU:CLS
3740 RETURN
3750 REM------------------------------------
3760 REM Donnees en DATA
3770 REM: N , NT = Nbre de Trapezes , Nbre de Vides + Aciers (FIN=0,0)
3780 REM: a , b , c  (N Fois) en metres
3790 REM: Type , Nbre , Coeff., Dist., a , b , c (ou r)  (NT Fois) en metres
3800 REM
3810 DATA Plancher Alveole 200 mm
3820 DATA 1,9
3830 DATA 1.196,1.196,.2
3840 DATA 4,6,-1,0.1,0.0725
3850 DATA 1,2,-1,0,0.034,0.025,0.01
3860 DATA 1,2,-1,.01,.025,.025,.033
3870 DATA 1,2,-1,.043,.025,.032,.013
3880 DATA 1,2,-1,.056,.032,.032,.012
3890 DATA 1,2,-1,.068,.032,.018,.013
3900 DATA 1,2,-1,.081,.018,.018,.091
3910 DATA 1,2,-1,.172,.018,0,.014
3920 DATA 1,2,-1,.186,0,.01,.014
3930 DATA FIN
```

10. DALLES MIXTES BÉTON À BACS COLLABORANTS

10.1. Généralités

Ces dalles sont réalisées en béton coulé sur un coffrage métallique qui tient également lieu d'armatures de traction (Fig.84).

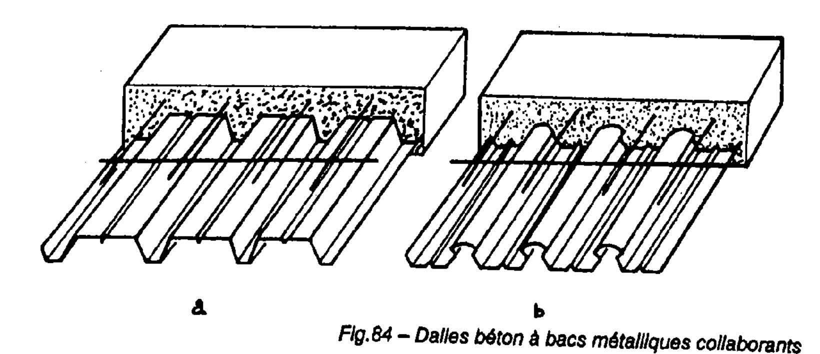


Fig.84 – Dalles béton à bacs métalliques collaborants

Avantages

- Économie de la peau du coffrage et de l'opération de décoffrage, de l'étaiement pour les portées moyennes ou petites où le bac est autoporteur (2 à 3 m suivant les profils).
- Rapidité de mise en œuvre, propreté du chantier, accès presque immédiat sous le plancher, plate-forme circulable, mise en place manuelle des bacs par une équipe restreinte.

Inconvénients

- Section d'acier mise en œuvre en général supérieure à la section nécessité par le calcul, mais plus grande raideur des planchers et donc flèche plus réduite.
- Sensibilité au feu, au-delà d'un degré coupe-feu de 30 minutes (CF30), nécessitant alors la mise en œuvre d'une protection de laine de roche par exemple ou d'un faux-plafond résistant au feu ou en incorporant des aciers noyés dans le béton capables, à eux seuls, de reprendre les sollicitations de la combinaison accidentelle ; dans ce cas, la tôle nervurée ne joue plus que le rôle de coffrage, sauf pour les combinaisons fondamentales (hors feu).
- Interface béton-acier à bien maîtriser ; ce qui peut être le cas en utilisant des profilés de forme spéciale (par exemple en Ω, pour des charges élevées, Fig.84-b) ou avec crantages.
- Prise en compte délicate des planchers comme table de compression des poutres.

L'épaisseur des bacs varie de 0,75 à 1,2 millimètre (0,75 - 0,88 - 1,00 et 1,20 mm), la hauteur des ondes de 40 mm à 200 mm, suivant l'épaisseur finale du plancher.
Ces planchers font l'objet d'avis techniques qui indiquent les particularités des procédés et les limites d'emploi.

10.2. Exemple

Nous étudierons une poutre continue de deux travées de 6,40 m de portée entre axes d'appui, avec une charge d'exploitation de 4 kN/m² et un poids de chape et revêtements de 1 kN/m². Le béton coulé en place a une résistance de 25 MPa.
La documentation du fabricant indique (Fig.85), pour une charge de 5 kN/m² (on prend en compte toutes les charges autres que le poids propre de la dalle et du bac), une épaisseur de dalle de 0,22 m avec une tôle nervurée ayant les caractéristiques suivantes :
- épaisseur : 0,75 mm,
- hauteur hors tout du bac : 73 mm,

- section d'acier : S = 11,95 cm²/m,
- distance du centre de gravité des aciers du bac par rapport à la fibre inférieure : 31,4 mm, d'où hauteur utile $d = 0{,}22 - 0{,}0314 = 0{,}1886$ m
- moment d'inertie du bac seul : I = 92,5 cm⁴/m,
- module d'inertie du bac seul I/v = 29,46 cm³/m,
- limite élastique de l'acier : f_e = 330 MPa,
- poids propre du bac : g_1 = 10,05 kg/m².

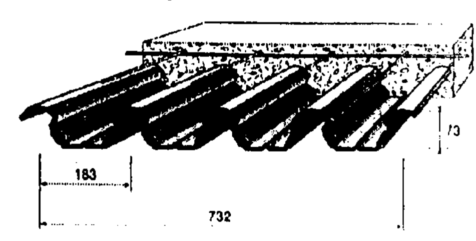


Fig.85 – Bac utilisé (Cofrastra 70)

10.2.1. Calcul des sollicitations

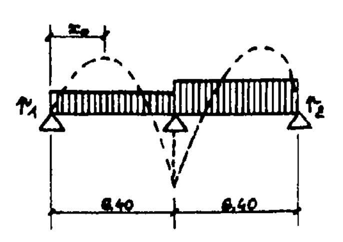


Fig.86 – Poutre de deux travées – Charges et moments

Pour des charges p_1 et p_2 sur chacune des deux travées (Fig.86), le moment isostatique dans la première travée vaut $M_o = p_1 L^2 / 8$ et le moment sur appui central est égal à :
$M_a = -(p_1 + p_2) L^2 / 16$
L'abscisse relative du point de moment nul dans la première travée est donnée par (Projet de Béton Armé, [43], p.111) :
$x_o = 0{,}5 + M_a / (8\, M_o)$
et la valeur du moment maximum dans cette travée par :
$M_{max} = 4\,(1 - x_o)\, x_o\, M_o + x_o\, M_a$
Désignons par :
g_1 = poids propre du bac = 10,05 kg/m² = 0,099 kN/m²
g_2 = poids du béton pour une hauteur totale de 0,22 m après déduction du volume des ondes ; ce dernier correspond à une épaisseur moyenne de 26 mm.
Le volume de béton est donc de : 0,22 - 0,026 = 0,194 m³/m et le poids
$g_2 = 0{,}194 \times 24{,}5$ kN/m³ = 4,75 kN/m²
g_3 = chape et revêtements de sol = 1 kN/m² soit
$g = g_1 + g_2 + g_3 = 5{,}852$ kN/m²

q = charge d'exploitation = 4 kN/m²
p_1 = charge ELU = 1,35 g + 1,5 q = 13,90 kN/m² et
p_2 = 1,35 g = 7,90 kN/m²
M_o = moment isostatique de la première travée = p_1 L² / 8 = 71,17 kNm/m
M_a = moment sur appui correspondant au cas de charge donnant le moment maximum en travée 1, avec la charge p_1 en travée 1 et la charge p_2 en travée 2 :
M_a = - (p_1 + p_2) L² / 16 = - 55,81 kNm/m
x_o = 0,5 + M_a / (8 M_o) = 0,402 (soit 2,573 m)
Moment maximum en travée :
M_{tmax} = 4 (1 - x_o) x_o M_o + $x_o M_a$ = 46,00 kNm/m (soit 0,646 M_o)
Moment maximum sur appui : M_{amax} = - p_1 L² / 8 = - 71,17 kNm/m
Effort tranchant maximum en ELU : V_u = p_1 L / 2 - M_{amax} / L = 55,60 kN/m

Remarque
On pourrait procéder à une redistribution des moments pour réduire le moment sur appui, diminuer les aciers de chapeaux et mieux utiliser les aciers du bac. Par exemple une réduction de 15 % du moment sur appui.

10.2.2. *Vérification*

Le calcul est effectué en section fissurée, comme pour une poutre rectangulaire en béton de largeur b = 1 m et de hauteur totale h = 0,22 m (Fig.87).

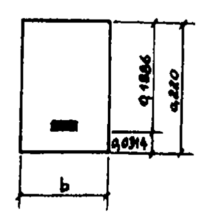


Fig.87 — Section rectangulaire équivalente

■ **En ELS**, la vérification des contraintes est inutile pour un plancher situé en intérieur de bâtiment, non soumis à des atmosphères corrosives et donc en fissuration peu préjudiciable. En effet, la seule vérification à faire serait celle de la contrainte du béton. Cette condition est très rarement prépondérante pour une dalle.
Cependant un calcul simple permet cette vérification.
M_{oELS} = (g + q) L² / 8 = (5,852 + 4) x 6,4² / 8 = 50,44 kNm/m
β = M / ($b\,d^2$) = 0,05044 / (0,1886²) = 1,42 < 3 MPa **OK**

· **Vérification de la flèche.** Faisons un calcul approché en section non fissurée. Le fabricant donne le moment d'inertie équivalent en acier (avec n = 15) : I = 5 629 cm⁴. La flèche élastique est donnée par :

$$f = \frac{5p_1L^4}{384\ E\ I} + \frac{M_aL^2}{16\ E\ I}$$

avec p_1 = g + q = 9,852 kN/m² et p_2 = g = 5,852 kN/m²
M_a = - (p_1 + p_2) L² / 16 = - 40,20 kNm/m
Le module d'Young de l'acier est de 210 000 MPa
et le produit E I = 210 000 x 5 629 x 10⁻⁸ = 11,821

$$f = \frac{5 \times 9{,}852 \times 6{,}4^4}{384 \times 11{,}821} - \frac{40{,}20 \times 6{,}4^2}{16 \times 11{,}821} = 18{,}21 - 8{,}70 = 9{,}5 \text{ mm}$$

soit 1 / 674° de la portée. En réalité, la section étant fissurée, le résultat devrait être un peu plus défavorable et il faudrait faire un calcul plus précis. Si le plancher reçoit des revêtements ou cloisons fragiles, la flèche nuisible ne doit pas dépasser :
5 mm + L / 1000 = 5 + 6,4 = 11,4 mm.
La flèche nuisible étant due aux seules charges d'exploitation vaut :

$$f = \frac{5qL^4}{384\ E\ I} + \frac{M_aL^2}{16\ E\ I}$$

avec M_a = - q L² / 16 = 4 x 6,4² / 16 = - 10,24 kNm/m

soit $f_{nuisible} = \frac{5 \times 4 \times 6{,}4^4}{384 \times 11{,}821} - \frac{10{,}24 \times 6{,}4^2}{16 \times 11{,}821} = 7{,}39 - 2{,}22 = 5{,}17$ mm valeur très éloignée de la limite 11,4 mm, même en tenant compte de la fissuration.

■ **En ELU**, le moment maximum est de 46 kNm/m en travée, soit un moment réduit :

$$\mu = \frac{M_u}{d^2\sigma_{bu}} = \frac{0{,}046}{0{,}1886^2 \times 14{,}17} = 0{,}091$$

L'axe neutre $\xi = 1{,}25\,(1 - \sqrt{1-2\mu})$ = 0,1198
l'allongement de l'acier ε_s = 3,5 (1 - ξ) / ξ = 25,71 > 10 ‰
donc $\sigma_{su} = f_e / \gamma_s$ = 330 / 1,15 = 287 MPa
bras de levier z = d (1 - 0,4 ξ) = 0,1795 m
section d'acier nécessaire :
$A_s = M_u / (z\,\sigma_{su})$ = 0,046 x 10⁴ / (287 x 0,1795) = 8,93 cm²/m
valeur inférieure à la section d'acier du bac qui est de 11,95 cm²/m OK

· **Chapeaux.** Sur appui, nous ferons un calcul classique de béton armé avec des aciers à haute adhérence. Avec f_e = 500 MPa, un moment ELU de 71,17 kNm/m et une hauteur utile d = 0,22 - 0,026 - 0,020 = 0,174 m (voir le calcul de g_2 ci-dessus et un enrobage + Ø / 2 de 20 mm), on a :

$$\mu = \frac{M_u}{d^2\sigma_{bu}} = \frac{0{,}07117}{0{,}174^2 \times 14{,}17} = 0{,}166 < 0{,}37$$

(une valeur < 0,37 garantie une contrainte $\leq f_e/\gamma_s$ pour un acier FeE 500)
$z = 0{,}5\,d\,(1 + \sqrt{1-2\mu})$ = 0,1581m
$A_s = M_u / (z\,\sigma_{su})$ = 0,07117 x 10⁴ / (500 / 1,15 x 0,1581) = 10,35 cm²/m,
soit HA 12, s = 0,10 m ou TS 12-100
Cette valeur peut être réduite si l'on procède à une redistribution des moments comme signalé en remarque ci-dessus.

· **Cisaillement.** V_u = 55,60 kN/m (valeur calculée ci-dessus)
z = 0,1665 m (d'après catalogue du fabricant)
Cisaillement : $\tau_u = V_u / z$ = 0,0556 / 0,1665 = 0,33 MPa, valeur faible.
g_1 = poids propre du bac = 10,05 kg/m² = 0,099 kN/m²
g_2 = poids du béton pour une hauteur totale de 0,22 m après déduction du volume des ondes ; ce dernier correspond à une épaisseur moyenne de 26 mm.
Le volume de béton est donc de : 0,22 - 0,026 = 0,194 m³/m et le poids
g_2 = 0,194 x 24,5 kN/m³ = 4,75 kN/m²

• **Nécessité ou non d'étayer.** En phase de construction, avec une charge de chantier $q = 1$ kN/m², les charges valent :
$p = 1{,}33\,(g_1 + g_2) + 1{,}5\,q = 1{,}33\,(0{,}099 + 4{,}75) + 1{,}5 = 7{,}95$ kN/m² pour la vérification des contraintes et
$p = g + q$ pour la vérification des flèches.
On vérifiera pour les cas sans étai, avec un étai et avec deux étais, si les conditions de contraintes < 330 MPa et les conditions de flèche < L / 240 sont vérifiées.

Données

Inertie	cm⁴	92,50
v'	cm	3,14
v	cm	3,86
I/v	cm³	23,96
I/v'	cm³	29,46
$g = g_1 + g_2$	kN/m	4,85
q	kN/m	1,00
$p + g$	kN/m	5,85
$1{,}33\,p + 1{,}5\,g$	kN/m	7,95
E	MPa	210 000
E I	MN.m²	0,19425

VÉRIFICATIONS		Sans étai	Avec 1 étai	Avec 2 étais
Portée L	m	6,4	3,2	2,13
Calcul du moment et de la contrainte				
p	kN/m	7,95	7,95	7,95
$M = p\,L^2 / 8$	kNm/m	40,70	10,17	4,52
$\sigma = M / (I/v)$	MPa	1 698	425	189
	MPa	> 330	> 330	< 330 **OK**
Calcul de la flèche				
p	kN/m	5,849	5,849	5,849
f	coeff.	0,013	0,0054	0,00688
	fois	$p\,L^4 / E\,I$	$p\,L^4 / E\,I$	$p\,L^4 / E\,I$
	= (mm)	656,73	17,05	4,29
soit 1 / n de la portée		10 < 240	188 < 240	497 **OK**

On retiendra la solution avec deux étais.

• **Vérification de non-glissement acier-béton imposée par l'Avis Technique du CSTB**
Pour pouvoir considérer un système mixte acier-béton, il est nécessaire de vérifier la condition de non-glissement à la jonction tôle et béton. Pour des planchers de bureau, sans charges dynamiques, même peu importantes, la contrainte de cisaillement limite en ELS est donnée par :
$\tau \leq 332\,\rho\,h / L + 0{,}085$ MPa avec
h = épaisseur totale du plancher = 0,22 m
L = portée du plancher = 6,4 m
ρ = pourcentage d'acier = $A_s / (b\,d)$
d = hauteur utile = 0,22 − 0,0314 = 0,1886 m
soit $\rho = 11{,}95 / 0{,}1886 \times 10^{-4} = 0{,}006336$
et $\tau \leq 332 \times 0{,}006336 \times 0{,}22 / 6{,}4 + 0{,}085 = 0{,}157$ MPa
L'effort tranchant vaut :
$0{,}375\,p\,L = 23{,}64$ kN sur appui de rive avec $p = g + q = 5{,}582 + 4 = 9{,}582$ kN/m²
$0{,}625\,p\,L = 39{,}41$ kN sur appui central

Position	Effort tranchant	V (kN)	τ (MPa)	
Appui de rive	$0{,}375\,p\,L$	23,64	0,144 < 0,157	**OK**
Appui central	$0{,}625\,p\,L$	39,41	0,240 > 0,157	**NV**
Abscisse 1,39 m à partir de l'appui central		25,76	0,157	**OK**

Le point dont le cisaillement est égal au cisaillement limite est à 1,39 m du nu de l'appui central. On devra alors disposer d'aciers longitudinaux capables de reprendre la différence. Ainsi, par une règle de trois, on trouve :
11,95 x (39,41 − 25,76) / 25,76 = 6,33 cm², que nous obtiendrons par des HA 14, $s = 0{,}240$ m débordant de 1,40 m de chaque côté de l'appui central.

• **Dispositions constructives.** Pour limiter la fissuration due au retrait, il est recommandé de disposer d'un acier à mi-hauteur de section 1 à 2 cm²/m suivant l'épaisseur de la dalle.

11. DALLES DE FORME QUELCONQUE

La méthode proposée s'apparente à la méthode des bandes du règlement américain ACI-318-89 étudié en 4.5-e ci-dessus, mais en considérant la bande sur toute la largeur d'appui.
Cette méthode donne des valeurs approchées pour :
- pour des dalles simplement appuyées sur leur pourtour et d'armatures de section constante sur toute la largeur,
- des charges uniformément réparties sur toute la surface de la dalle.
On découpe la dalle en panneaux délimités par les bissectrices des angles formés par les lignes d'appui. (Fig.88-a). Puis, on considère les longueurs perpendiculairement au côté d'appui a_1 : b_1, b_2, b_3, ... correspondant à des largeurs de dalle a_2, a_3 et 0 (Fig.88-a). On calcule ensuite la travée isostatique de portée 2 b_3 soumise aux charges triangulaires et trapézoïdales comme indiquées sur la figure 88-b (voir chapitre 1, art. 13.1).

Le moment obtenu correspond à des aciers perpendiculaires à la ligne d'appui de longueur a_1. On procède de même pour chaque ligne d'appui, c'est-à-dire pour chaque panneau ainsi délimité.

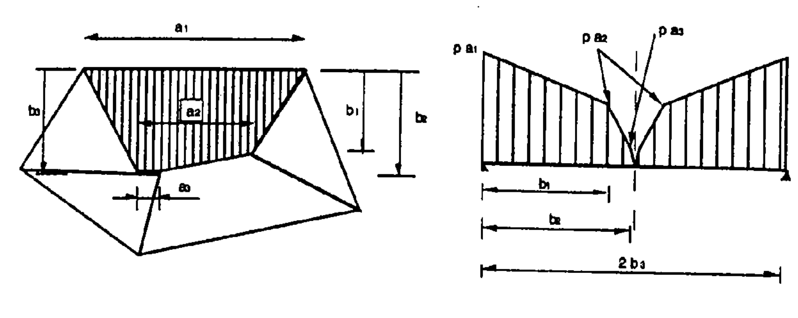


Fig.88 – Dalle quelconque – Délimitation des panneaux et charge

Soit m le moment correspondant aux aciers perpendiculaires à l'appui.
Pour des aciers orthogonaux A_{sx} et A_{sy}, parallèles respectivement à Ox et Oy, tels que l'appui du panneau fasse un angle θ avec les aciers A_{sx}, on a la relation entre moments unitaires :
$m = m_x \sin^2 \theta + m_y \cos^2 \theta + m_{xy} \sin \theta \cos \theta$.

11.1. Exemple 1 : dalle carrée

Pour la largeur de ligne d'appui (Fig.89-a) égale à a, on obtient les charges à appliquer sur la portée a : deux charges triangulaires de valeur maximum $p\,a$.

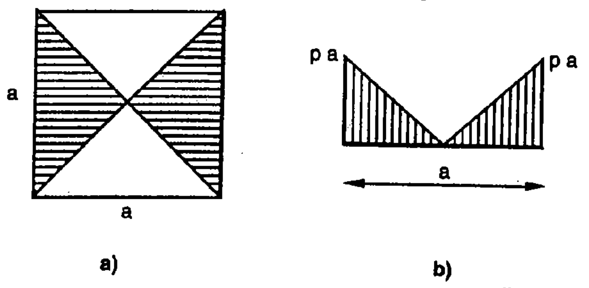


Fig.89 – Dalle carrée

Moment pour la largeur a : $M = 0{,}5\, p\, a \times (0{,}5\, a) \times (a / 6) = p\, a^3 / 24$
(résultante des charges appliquées sur la demi-travée multipliée par la distance entre l'appui et son centre de gravité) soit par unité de largeur, un *moment moyen* : $m = p\, a^2 / 24$.
Cette valeur est identique à celle trouvée par la méthode des lignes de rupture (voir en 6.4-2 ci-dessus) et peu différente de la méthode élastique : $p\, a^2 / 27$ pour $\nu = 0$.
On remarquera que le moment donné par la méthode des lignes de rupture est un moment moyen, car la section d'acier par unité de largeur est supposée la même sur toute la largeur,

alors que la méthode élastique donne un *moment maximum* à mi-portée, bien qu'inférieur à la valeur moyenne de celui des lignes de rupture.

11.2. Exemple 2 : dalle rectangulaire

On découpe 4 panneaux (Fig.90-a) dans la dalle de petit côté a et de grand côté $b = k\,a$.
Suivant la petite portée a (Fig.90-b), on a un moment total pour toute la largeur $b = k\,a$:
$M_1 = p\,a\,(k - 1)\,(a / 2)\,(a / 4) + 0{,}5\, p\, a\,(a / 2)\,(a / 6) = p\, a^3\,(k - 2 / 3) / 8$
soit par unité de largeur :

$$m_1 = \frac{pa^2}{8}\left(1 - \frac{2}{3k}\right)$$

Suivant la grande portée $b = k\,a$ (Fig.90-c), on trouve le moment total :
$M_2 = 0{,}5\, p\, a\,(a / 2)\,(a / 6) = p\, a^3 / 24$ et par unité de largeur $m_2 = p\, a^2 / 24$

Remarque
Pour la portée $b = k\,a$, (Fig.90-c), le moment est le même que si les deux charges triangulaires étaient jointives avec une portée double de leur longueur d'application. C'est ce que nous retiendrons pour la suite.
Le rapport des deux moments unitaires (par unité de longueur transversalement aux aciers) vaut $\mu = m_2 / m_1 = k / (3\,k - 2)$.

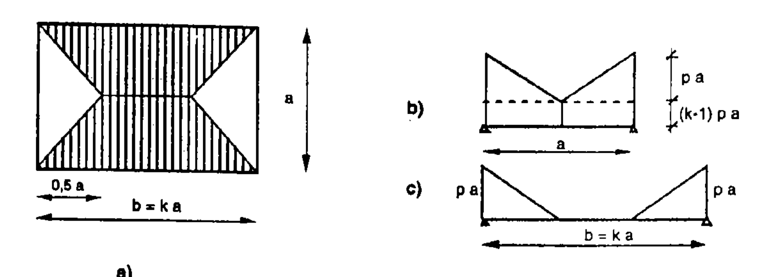


Fig.90 – Dalle rectangulaire

Pour différentes valeurs du rapport des portées k, on peut calculer les moments suivant la petite portée et le rapport des moments suivant les deux portées selon cette méthode, la méthode élastique et la méthode des lignes de rupture (voir le tableau ci-après).

	Méthode élastique		Méthode proposée			Méth. lignes rupture avec le même μ		Méth.proposée/ méth.lig.de rupt.	
réf.	$m_1 / p\,a^2$ [43]	μ_1 [43]	k	$m_2 / p\,a^2$	μ_2	$m^3 / p\,a^2$ Chap. 6	$\mu_3 = \mu_2$	m^2/m^3	μ_2/μ_3
a/b	p.107	p.107				art. 6.4-f			
0,0	0,125	0,000	∞	0,125	0,333	0,125	0,333	1,000	1,000
0,1	0,125	0,003	10	0,117	0,357	0,103	0,357	1,132	1,000
0,2	0,124	0,004	5	0,108	0,385	0,086	0,385	1,255	1,000
0,3	0,120	0,030	4,348	0,106	0,394	0,082	0,394	1,289	1,000
0,4	0,110	0,091	2,5	0,092	0,455	0,064	0,455	1,436	1,000
0,5	0,096	0,181	2	0,083	0,500	0,056	0,500	1,477	1,000
0,6	0,082	0,295	1,667	0,075	0,556	0,051	0,556	1,474	1,000
0,7	0,068	0,434	1,429	0,067	0,625	0,047	0,625	1,424	1,000
0,8	0,056	0,597	1,25	0,058	0,714	0,044	0,714	1,327	1,000
0,9	0,046	0,785	1,111	0,050	0,833	0,042	0,833	1,183	1,000
1,0	0,042	1,000	1,000	0,042	1,000	0,042	1,000	1,000	1,000
								toujours ≥ 1	

11.3. Exemple 3 – Dalles triangulaires

11.3.1. Triangle quelconque (Fig.91)

Le point de concours des bissectrices J est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC ; ce qui signifie que les longueurs JH_1, JH_2 et JH_3 sont égales. Il s'ensuit que les portées de calcul des moments correspondant aux trois panneaux, de lignes d'appuis AB, BC et CA sont égales à 2 JH_1 et que les trois moments, dans les trois directions, sont égaux :

$m = p\,(2\,JH_1)^2 / 24$

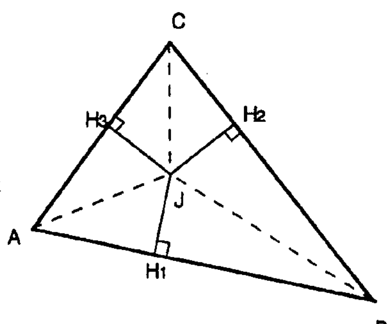


Fig.91 – Dalle triangulaire

Si l'on dispose des sections d'aciers unitaires (section par unité de largeur) A_{sx} et A_{sy} égales, correspondant aux moments unitaires m_x et m_y, on a :

$m_x = m_y$ et

$m = m_x \cos^2\theta + m_y \sin^2\theta = m_x(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = m_x$ quel que soit l'angle θ.

Donc, un quadrillage d'aciers perpendiculaires, de même section unitaire, est suffisant pour reprendre les moments s'exerçant dans toutes les directions du triangle.

Pour un panneau triangulaire ABJ, de largeur d'appui λ = AB, de charge uniforme p ayant une longueur d'application L / 2 = JH_1, le moment par unité de largeur vaut :

$m = (0{,}5\,p\,\lambda)\,(L/2)\,(L/6) / \lambda = p\,L^2 / 24$

11.3.2. Triangle équilatéral

Pour une dalle en triangle équilatéral :

- la méthode élastique donne [49] :
  - moment pour des aciers perpendiculaires à un côté : $m = 0{,}01538\,p\,a^2$
  - moment pour des aciers parallèles à un côté : $m = 0{,}01758\,p\,a^2$
- la méthode des lignes de rupture donne [6] : $m = P / 31{,}2 = 0{,}0139\,p\,a^2$
  - avec P = charge totale $= p\,a^2\,\sqrt{3} / 4 = 0{,}433\,p\,a^2$
- la méthode proposée. On décompose le triangle en trois triangles isocèles identiques de grand côté égal à a et de hauteur $0{,}5\,L = (1/3)\,a\,\sqrt{3}\,/ 2 = a\,\sqrt{3} / 6$; la portée vaut donc le double de la hauteur : $L = a\,\sqrt{3} / 3$ et le moment pour des aciers perpendiculaires à la ligne d'appui :

$m = p\,L^2 / 24 = p\,(a\,\sqrt{3} / 3)^2 / 24 = p\,a^2 / 72 = 0{,}0139\,p\,a^2$

(valeur identique à celle de la méthode des lignes de rupture).

Comme on l'a vu ci-dessus, il convient de disposer d'un quadrillage d'aciers perpendiculaires de même section unitaire dans les deux directions.

11.3.3. Triangle isocèle rectangle

Pour une dalle en triangle rectangle isocèle de côté AB = AC = a :

- la méthode des lignes de rupture [6] donne :
  - $m = P \sin 45° \sin 45° \sin 90° / 3 / (\sin 45° + \sin 45° + \sin 90°)^2$
  - $= P / 34{,}97 = p\,a^2 / 69{,}9 = 0{,}0{,}0143\,p\,a^2$
- la méthode élastique d'après [49] donne : $m = 0{,}0139\,p\,a^2$
- la méthode proposée donne une demi-portée $= JH_1 = (1 - 1/\sqrt{2})\,a$, une portée
  - $L = (2 - \sqrt{2})\,a$, un moment $m = p\,L^2 / 24 = 0{,}01430\,p\,a^2$
  - (Valeur identique à celle obtenue par la méthode des lignes de rupture).

11.4. Exemple 4 – Dalle hexagonale

Pour une dalle en *hexagone régulier*, la charge totale vaut $P = 6\,p\,(a^2\,\sqrt{3} / 2) / 2$

$P = 2{,}598\,p\,a^2$;

- la méthode des lignes de rupture [6] donne : $m = P / 20{,}8 = 0{,}125\,p\,a^2$
- la méthode proposée : portée $L = 2\,(a\,\sqrt{3} / 2) = a\,\sqrt{3}$ d'où
  - $m = p\,(a\,\sqrt{3})^2 / 24 = 0{,}125\,p\,a^2$

11.5. Exemple 5 : dalle quelconque

Soit par exemple une dalle dont la géométrie est donnée sur la figure 92-a.
Étudions le panneau hachuré. La portée de calcul est de 2 x 4,65 m = 9,30 m.
Le chargement de ce panneau polygonal est donné sur la figure 92-b.
Le moment total, c'est-à-dire pour toute la largeur d'appui de 10,50 m est la somme des moments donnés par les 5 triangles ou rectangles (Fig.92-b) :

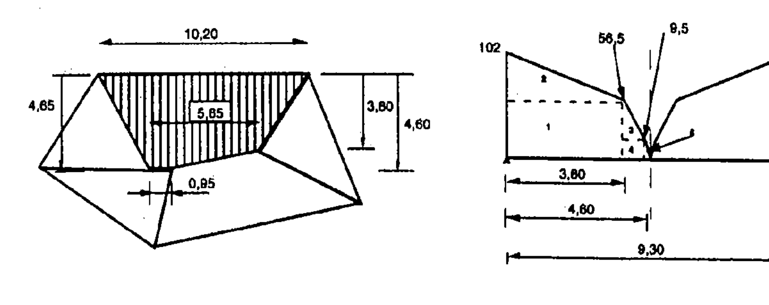


Fig.92 – Dalle de forme quelconque

$M_1 = 3{,}80 \times 56{,}5 \times (3{,}80 / 2) = 407{,}93$ kNm
$M_2 = 0{,}5\ (102 - 56{,}5) \times 3{,}80 \times (3{,}80 / 3) = 109{,}50$ kNm
$M_3 = 0{,}5\ (56{,}5 - 9{,}5) \times (0{,}80) \times (3{,}80 + 0{,}80 / 3) = 76{,}45$ kNm
$M_4 = 9{,}5 \times 0{,}80 \times (3{,}80 + 0{,}80 / 2) = 31{,}92$ kNm
$M_5 = 0{,}5 \times 9{,}5 \times 0{,}05 \times (4{,}60 + 0{,}05 / 3) = 1{,}10$ kNm
$M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = 626{,}90$ kNm
et le moment par unité de largeur pour des aciers perpendiculaires à l'appui de longueur 10,20 m :
$m = 626{,}90 / 10{,}2 = 61{,}46$ kNm/m
On procédera de même pour les autres appuis pour obtenir les moments correspondants à des aciers perpendiculaires aux appuis.
On admet que les moments principaux d'un panneau sont perpendiculaire et parallèle à la ligne d'appui, et que le moment d'axe perpendiculaire à l'appui est nul (pas d'aciers parallèles à la ligne d'appui nécessaires pour le panneau étudié). Pour des aciers orthogonaux A_{sx} et A_{sy} parallèles respectivement à Ox et Oy, tels que l'appui du panneau fasse un angle θ avec les aciers A_{sx}, on a les moments unitaires :
$m_x = m \sin^2 \theta$ pour les aciers A_{sx} parallèles à l'axe Ox
$m_y = m \cos^2 \theta$ pour les aciers A_{sy} parallèles à l'axe Oy
$m_{xy} = m \sin \theta \cos \theta$ comme moment de torsion
Dans notre exemple, $\theta = 0$, donc $m_x = m$, $m_y = 0$ et $m_{xy} = 0$.
On fera de même pour chacun des quatre autres panneaux, en déterminant les sections d'aciers A_{sx} et A_{sy} nécessaires et on en retiendra que les valeurs maximales dans chaque direction.

En conclusion
On constate que cette méthode donne des résultats tout-à-fait comparables aux autres méthodes usuelles (méthode élastique, méthode des lignes de rupture).

Elle est empirique et, pour cela, il faudra la réserver aux dimensionnements et non aux vérifications exactes.
Pour des dalles encastrées sur les côtés, on peut prendre, sur appuis et en travée, un moment forfaitaire de 70 % du moment calculé sur appuis simples.

12. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

12.1. Types d'armatures

Les armatures de dalles sont réalisées avec des barres à haute adhérence (HA), mises en place sur le coffrage ou en panneaux préfabriqués, ou bien en panneaux de treillis soudé (TS), préfabriqués en usine.
L'avantage des treillis soudés est un prix au kg plus intéressant que pour les aciers HA ; l'inconvénient est que le choix des diamètres et espacements conduit à un supplément de poids d'acier dont il faut tenir compte lors du choix du type d'armatures.
Si l'on met en place à la fois des aciers HA et des TS dans une même section (pour reprendre un même moment), la limite élastique à prendre en compte est la plus faible des deux.

12.2. Aciers sur appuis et en travée

La moitié (la totalité en présence de charges mobiles) des aciers de travée doivent être prolongés jusque dans les appuis (BAEL § A.8.2.44). Deux solutions :
- **Panneaux de TS en tiroir** (Fig.93)

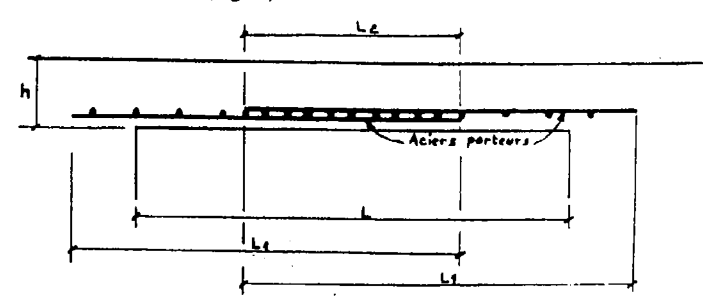


Fig.93 – Panneaux de treillis soudés en tiroir

Les deux panneaux sont de même section et de même longueur L_1. La longueur de recouvrement L_2 correspond à la zone de moment fléchissant supérieur au moment résistant de la section d'un panneau, majorée de 1,6 *h* pour tenir compte du décalage d'arrêt des barres.
Les deux panneaux sont ancrés dans les appuis par :
- une soudure sur appui intermédiaire car en général V + M / z est négatif,

- trois soudures en appui de rive. Pour l'appui de rive, on peut remplacer cet ancrage par un acier HA en forme de U, la branche supérieure reprend le moment réglementaire minimum de 0,15 M_0 (BAEL § A.8.2.44), la branche inférieure reprend l'effort tranchant V_u (Fig.94).

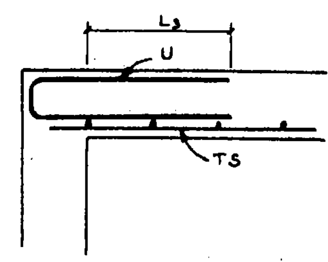


Fig.94 – L_3 = Max [40Ø + 0,8 h ; 0,05 L + 0,8 h]

• Deux panneaux de longueur différentes

Les deux panneaux sont de mêmes sections et écartements, mais de longueur différentes (Fig.95).

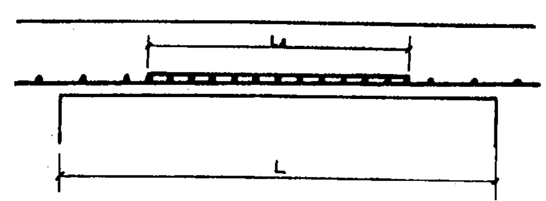


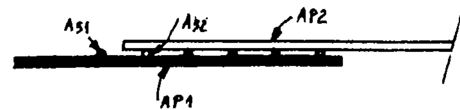
Fig.95 – Panneaux de longueurs différentes

12.3. Aciers transversaux

On vérifie que la section d'acier dans une direction est au moins égale au quart (au tiers en cas de charges mobiles) de la section dans l'autre direction (BAEL § A.8.2.42).

12.4. Empilement de panneaux

Pour gagner sur le bras de levier, les aciers principaux sont à disposer sous les aciers secondaires (ou transversaux) (Fig.96).



P_1 = acier principal 1° lit
AP_2 = acier principal 2° lit
AS_1 = acier secondaire 1° lit
AS_2 = acier secondaire 2° lit

Fig.96 – Empilement d'aciers

Il faut éviter les empilements de quatre panneaux (zones de recouvrement à décaler).

Remarque

Dans le cas de treillis soudé, le supplément d'acier longitudinal, situé dans la zone de recouvrement des aciers transversaux, peut être utilisé comme acier résistant réparti sur la largeur du panneau.

EXEMPLE : Si A_s nécessaire = 4,20 cm²/m en T.S., et si la largeur d'un panneau est de 2,40 m, pour un recouvrement transversal (deux soudures + 4 cm) supposé de 340 mm, la section d'acier nécessaire pour le choix des panneaux n'est plus que :
4,2 (2,40 - 0,34) / 2,40 = 3,60 cm²/m.

12.5. Ouvertures dans les planchers

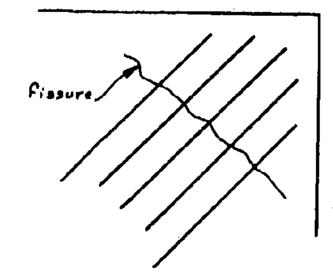
Trémies pour gaines, tuyaux, ventilations, etc. : voir le « Projet de Béton Armé » p. 188 [43].

12.6. Pourcentage minimum

On doit vérifier que la section d'acier de flexion est supérieure à la section de pourcentage minimum ; voir le « Projet de Béton Armé », p.133 [43].
On vérifiera également les conditions d'écartements maximum des aciers.

12.7. Précautions dans les angles

Dans les angles de panneaux de dalle, la déformation élastique de la dalle est telle qu'il y a un soulèvement des angles qui est généralement gêné. Pour un angle correspondant à deux côtés articulés, où il n'y a pas d'acier supérieur, il est donc nécessaire de disposer des **armatures supérieures** pour éviter une fissure à 45° en partie supérieure de dalle. Ces armatures peuvent être constituées de barres à 45° décalées ou d'un maillage rectangulaire (Fig.97).



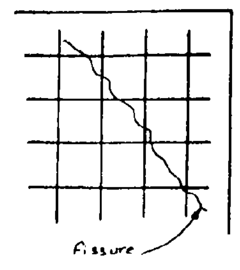


Fig.97 – Ferraillage des angles de dalles

12.8. Charges localisées

· **Charges fixes** (poteau reposant sur une dalle, sans continuité au-dessous par exemple) : vérifier le poinçonnement autour de la surface d'application de la charge. Mettre des aciers verticaux (étriers ou épingles) dans la zone où le cisaillement dépasse $0{,}045 f_{c28} / \gamma_b$ (BAEL § A.5.2.42). Pour ce faire, la dalle doit avoir une épaisseur minimum de 0,22 à 0,25 m. Calculer le maximum des moments sous le poteau dans les deux directions (Programme « NAVIER »).

· **Charges mobiles**

Si la valeur de la charge est inférieure à une certaine valeur, elle peut être considérée comme une charge statique (BAEL § B7.2.1 et le « Projet de Béton Armé », p. 134 [43].

Sinon les dispositions ci-dessus sont à appliquer dans toute la zone d'évolution de la charge, compte-tenu d'un coefficient de majoration dynamique.

12.9. Prédalles

Lorsque l'on utilise des prédalles, le cisaillement à la jonction prédalle-dalle coulée en place, ne doit pas dépasser une certaine valeur (0,35 MPa, BAEL § A.5.3), sous peine de provoquer un décollement. On aurait alors deux plaques indépendantes. Voir Le Projet de Béton Armé, p.138 [43].

12.10. Dalles épaisses

Il peut arriver que pour une dalle épaisse (> 0,40 m par exemple), on soit amener à la couler en deux phases de façon que l'étaiement des planchers inférieurs puissent supporter le poids de la première phase et que la dalle de première phase puisse supporter le poids de la deuxième phase (Fig.98).

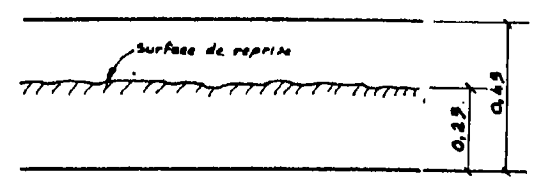


Fig.98 – Dalles épaisses coulées en deux phases

Dans l'exemple de la figure 98, supposons que l'épaiseur de 0,25 m soit le maximum que peut supporter l'étaiement inférieur. Le ferraillage doit pouvoir supporter le poids de la dalle entière (0,45 m) et les charges de chantier (1 kN/m² par exemple).

On doit vérifier le cisaillement à la jonction des deux phases de bétonnage, comme pour une prédalle.

D'après l'art. A.5.3.3 du BAEL, on est dispensé d'armatures d'effort tranchant sous forme d'épingles, si le cisaillement ultime reste inférieur à 0,35 MPa.

12.11. Planchers inversés

Les radiers, planchers appuyés sur le sol, peuvent être calculés comme des planchers retournés soumis à une charge répartie (pas toujours uniforme sauf pour la pression de l'eau), appuyés sur les poteaux (voir Radiers Généraux, chap. 4 art.12). Les réactions d'appui sont égales aux charges amenées par les poteaux sur le radier.

La charge à prendre en compte pour le calcul de la dalle est égale à la différence de la charge ascendante (réaction du sol, poussée de l'eau) et du poids propre de la dalle (ce dernier étant calculé avec le coefficient 1 en ELU, car action favorable).

Le taux de travail des aciers en ELS doit tenir compte de situation préjudiciable ou non, de la présence en permanence de l'eau en sous-face éventuellement (+ 48 η).

Naturellement, les chapeaux sur appui sont situés en partie inférieure et les aciers en travée en partie supérieure.

12.12. Retrait

Le faible ferraillage des dalles de petite portée, souvent dimensionnées pour des raisons autre que la résistance (flèche admissible, acoustique...), peut être insuffisant pour assurer une bonne maîtrise de la fissuration.

On ne peut, sauf à mettre des pourcentages très élevés, empêcher la fissuration. Il faut disposer juste ce qu'il faut pour entraîner une répartition de fissures plus nombreuses et moins larges (esthétique et résistance à la corrosion).

Le règlement français ne donne pas de minimum pour la maitrîse de la fissuration due au retrait, sauf pour les aciers de peau des joues de poutre (BAEL § A.8.3).

Il peut être prudent, surtout si le climat est chaud et sec, de diposer un pourcentage minimum de l'ordre de 0,15 %.

À titre indicatif, le règlement américain ACI-318-89 préconise 0,18 % pour les dalles pour des aciers de 400 MPa de limite élastique; le règlement britanique BS 8110 préconise 0,15 % pour ces mêmes aciers.

13. CHARGES SUR PLANCHERS EN COURS DE TRAVAUX

Pendant l'exécution des travaux, un plancher supporte un certain nombre de charges :

- au coulage, l'étaiement ou la prédalle est soumis au poids du béton frais déposé par la benne à béton,
- à la mise en place de l'étaiement et au coulage de l'étage ou des étages supérieurs,
- lors du stockage provisoire des matériaux : parpaings, carreaux de plâtre, radiateurs, tuyauteries.

Prenons l'exemple d'un étaiement ou d'une prédalle. Ils doivent supporter, en plus de leur poids propre, les charges de béton frais vidé par la benne et le poids des ouvriers chargés de l'étaler. On compte 0,9 kN par homme et un poids spécifique du béton de 23 kN/m³ pour le béton.

Cette charge d'exécution est donnée forfaitairement dans :
- le CPT-Plancher [64]
- la prescription de l'INRS [65]

P en kN p en kN/m² L = portée entre étais en m	CPT-Plancher Charge concentrée à mi-portée P	INRS charge répartie
Planchers à poutrelles et entrevous	P = L par poutrelle (≈ 0,60 m d'entre axes) P ≤ 2 kN	p = 2 kN/m²
Planchers à prédalles	P = a L pour une largeur a P ≤ 2 kN	

On va montrer cependant, par un exemple simple, que ces valeurs peuvent être insuffisantes [66].
Les volumes des bennes à béton varie de 600 à 3 500 litres ; les valeurs courantes sont dans la gamme 1 200 à 1 500 litres.
Prenons le cas d'un plancher à corps creux (entrevous) de 0,60 m d'entre axes et de portée L ; le béton étant coulé avec une benne de 750 litres remplie à 90 % (675 litres à 23 kN/m³ représentent un poids de 1,55 kN). Pour un béton courant, supposons que le tas de béton forme, avant étalement, un parallélipipède de 1,20 x 1,20 x 0,27 m.
La surépaisseur de béton est donc de 0,27 - 0,04 = 0,23 m pour une table de compression de 4 cm (partie de béton coulé sur les entrevous).
Pour une portée L, on peut admettre la disposition de charges de la figure 99
avec P = 0,9 kN (poids d'un homme)
p = 0,23 m x 23 kN/m³ x a = 5,29 a kN/m (pour une largeur transversale a)

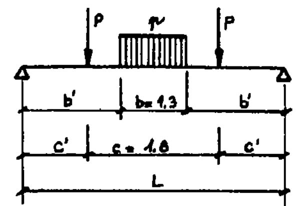


Fig.99 – Charges dues au coulage du béton – Exemple

Le moment maximum à mi-travée vaut :
$M = P c' + p (L^2 - 4 b'^2) / 8$
avec $b = 1{,}2$ m $b' = 1{,}4$ m
$c = 1{,}8$ m $c' = 1{,}1$ m
soit $M = 0{,}45\,L - 0{,}81 + 1{,}587\,a\,L - 0{,}952\,a$
Pour $a = 0{,}60$ m (valeur courante), on obtient $M = 1{,}40\,L - 1{,}38$
Si on applique un coefficient de majoration dynamique de 2, on trouve :
$M = 2{,}80\,L - 2{,}76$ kNm (courbe 1).
Comparaison (Fig.100) avec une charge répartie de 2 kN/m² ou concentrée de 2 kN ou P = L :
CPT : 2 kN/m² sur 0,60 m donne $M = 0{,}6\,L^2 / 4 = 0{,}15\,L^2$ (courbe 2)
INRS : 2 kN/m² x 0,60 m x $L^2 / 8 = 0{,}15\,L^2$ (courbe 2)
CPT : $L^2 / 4 = 0{,}25\,L^2$ poutrelle (courbe 3)

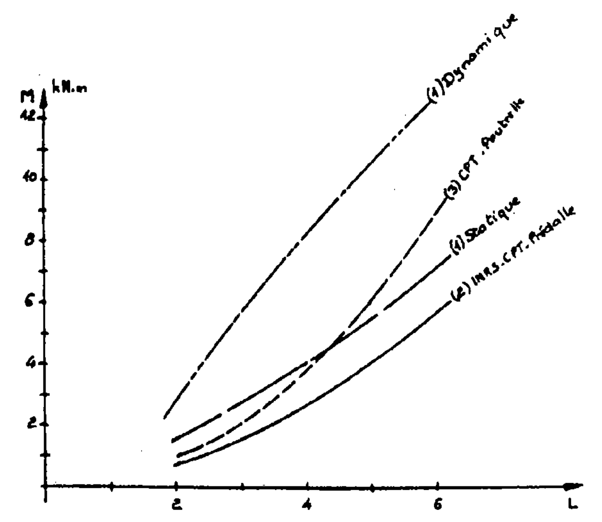


Fig.100 - Comparaison des moments à prendre en compte

PLANCHERS EN BÉTON ARMÉ OU PRÉCONTRAINT FAISANT L'OBJET D'UN AVIS TECHNIQUE DU CSTB
(Cahiers du CSTB)

Planchers en béton armé

Nom du procédé	*Fabricant* (n° de département)
WEBO-PORTEUR (plancher à poutrelles tubulaires)	Sté Parisienne des Planchers WEBO (77)
Prédalle FERT (poutrelles et planchers à prédalles avec raidisseurs en treillis)	Sté de Préfabrication en Béton Armé (13)
Prédalle FILIGRANE (planchers à prédalles avec raidisseurs en treillis)	dito
SIMPLEX (planchers à poutrelles en I et entrevous)	dito

Planchers en béton précontraint à poutrelles et entrevous

Nom du procédé	*Fabricant* (n° de département)
AD 6	Ets Guimard (49)
STUP F	Comptoir Quintinais de Matériaux (22)
RECTOR cranté	Costamagna (06), Thuault (44)
PPB	PPB (35, 37, 57, 29, 71, 03, 31, 19, 33, 30, 34, 94, 68, 51, 83, 20, 14, 69), CIM (76)
RECTOR	Costamagna (06), Rector (63), IRB (38), SGP (13), CTN (59), Lesage (68), Thuault (44), SPO (29), L2P (67, 68, 77)
FRB	Communeau (45), Fabre (31), Billard (79), BVO (29), SIFA (56)
G.F.	SEAC (31, 11)
Céramique précontrainte STUP	TPL (11)
PERMAX	SNIPREC (94, 62)
STURM	TRBR (67)

Planchers à prédalles

Nom du procédé	*Fabricant* (n° de département)
Prédalle PPB	CIM (76), PPB (83, 68, 71, 34, 19, 33, 37, 31, 30, 03, 57, 51, 14, 69), SNIPREC (78)
Séridalle STUP	Corbeil Prédal (91), Billard (79), Préval (26), Médoc-Précontraint (33)
SPM 62	SPM (62)
Prédalle D 400	Saint-Léonard-Matériaux (77), Polybéton (64)
Prédalle WEG	Sotecoba (94)

Planchers à dalles alvéolées

Nom du procédé	*Fabricant* (n° de département)
SOPREL DCS	Guimard (49), Soprel (72)
DAL	Strudal (45), Alvéodal (77)
SPIROLL	IB-Morin (60), Sicma-Roos (68), Pascal-Préfa. (69)

BIBLIOGRAPHIE

[1] Le calcul des grillages de poutres et dalles orthotropes selon la méthode Guyon - Massonet et Barès - R. BARES, C. MASSONET - Dunod - 1966 - 431 p. - Paris.

[2] Tables pour le calcul des dalles et des parois - R. BARÈS - Traduit du tchèque - Eyrolles - 1969 - 538 p. - Paris.

[3] Plaques minces élastiques - J. COURBON - Eyrolles - 1980 - 176 p. - Paris.

[4] Calcul des Ponts -Dalles - Y. GUYON - *Annales des Ponts et Chaussées* - sept.-oct. 1949 - Paris.

[5] Résistance des Matériaux - G. PIGEAUD - tome 2 - 1934.

[6] Le Calcul aux États-Limites des Dalles et Structures Planes - S. BERNAERT - *Annales ITBTP* - mai 1969 - Paris.

[7] Calcul de Hourdis de Ponts - *Bull. Tech.* n°1 du SETRA - mai 1972 - Paris.

[8] Mémoire sur le Problème d'Analyse Relatif à l'Équilibre de la Plaque Élastique Encastrée - J. HADAMARD - Mém. Acad. Sc., t. XXXIII n°4 - 1908.

[9] Tables for the Analysis of Plates, Slabs and Diaphragms based on the Elastic Theory - R. BARES - Bauverlag GmbH - 1979 - 676 p. - Wiesbaden.

[10] Theory of Elasticity - A.E.H. LOVE - Dover- 1944.

[11] Square Plates Fixed at Points - C.J. THORNE - *Jour. Appl. Mech.* - mar.1948.

[12] Lastra Rettangolare Appoggiata su Due Oppositi e Soggetta a Condizioni Statiche Varie sugli Altri Due - O. ZANABONI - Giornale del Genio Civile - mar. avr. 1948.

[13] Neuere Verfahren in der Festigkeitslehre - H. HENCKY- Oldenbourg - 1951.

[14] Elastische Platten - A. NADAI - SPRINGER - 1925.

[15] Theory of Plates and Shells - S. TIMENSHENKO - Mc Graw Hill - 1940.

[16] Pladeformier - K.W. JOHANSEN - Polyteknish Forening - 1949 - Copenhagen.

[17] Pladeformier, Formelsamling - K.W. JOHANSEN - Polyteknish Forening - 1954 - Copenhagen.

[18] Yield-Line Theory for the Ultimate Flexural Strength of Reinforced Concrete Slabs - E. HOGNESTAD - Journ. ACI, 24, n°7, mar. 1953.

[19] Yield-Line Theory - K.W. JOHANSEN - Cement & Concrete Association - 1962 - London.

[20] Load Factor Methods of Designing Reinforced Concrete - F.E. THOMAS - *Reinfor. Concr. Review*, 3, n°8, - 1955.

[21] Plastic and Elastic Design of Slabs and Plates- R.H. WOOD - Ronald Press - 1961 - New-York.

[22] Ultimate Load Analysis of Reinforced Concrete Structures - L.L.JONES - Interscience Publishers - 1962 - New-York.

[23] A Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs - R. LENSCHOW, M. A. SOZEN - *Journ. ACI* - 64, n°5 - jun. 1966.

[24] Design of Flat Plates with Irregular Column Layout - F.P. WIESINGER - *Journ. ACI-70*, n°2 - feb. 1973.

[25] Yield Line Method- Strip Method - Segment Equilibrium Method - F.P. WIESINGER- ASCE Preprint 2502, ASCE Natl. Structural Convention - april 1975.

[26] The Theory of the Strip Method for Design of Slabs - R.H. WOOD, G.S.T. ARMER - Proc. Institution of Civil Engineers,Vol 41 - oct. 1968.

[27] Yield Analysis of Slabs - K.W. JOHANSEN, R.H. WOOD - American Elsevier Publising - 1967 - New-York.

[28] The Strip Method: A New Approach to the Design of Slabs - G.S.T. ARMER - *Concrete*, vol 2, n°9 - sept. 1968.

[29] Limit Design of Reinforced Concrete Slabs - R.L. CRAWFORD - *Jour. Eng. Mech. Div.* - oct. 1964.

[30] Strip Method of Design - A. HILLERBORG - Cement & Concrete Association - 1975 - Wexham Springs (UK).

[31] Moments and Stresses in Slabs - H.M. WESTERGAARD, W.A. SLATER - ACI Proc., 17 - 1921.

[32] Pattern Loadings on Reinforced Concrete Floor Slabs - J.O. SIRSA, M.A. SOZEN, C.P. SIESS - Proc. ASCE, 95, ST6, jun. 1969.

[33] Rational Analysis and Design of two-way Concrete Slabs - C.P. SIESS, N.M. NEWMARK - *Jour. ACI* - dec. 1948.

[34] Tables of Moments and Deflections for a Rectangular Plate Fixed at all Edges and Carrying an Uniformly Distributed Load - U.R. EVANS - *Journal of the Applied Mechanics* - 1949.

[35] Equivalent Frame Analysis for Slab Design - W.G. CORLEY, J.O. JIRSA - *Jour. ACI*, 67, n°11 - nov. 1970.

[36] Equivalent Frame Method for Beam -Slab Structures - D.J. FRASER - *Jour. ACI*, 74, n°5 - may 1977.

[37] Design Factors for the Equivalent Frame Method - S.H.SIMMINDS, J. MUSIC - *Jour.ACI*, 68, n°11 - nov. 1971.

[38] Cutting Openings into Post-Tensioned Floor Slabs - F. FISCHLI, M. GRIMM & P. MARTI - Concrete International - Feb. 1988.

[39] Frame Analysis Applied to Flat Slab Design - Portland Cement Association - Skokie, Ill. (USA).

[40] Concentrated Loads on Slabs - C.T. MORRIS - Ohio State Univ. Eng. Exp. Sta. Bull. n°80 - 1983.

[41] Solutions for Certain Rectangular Slabs - V.P. JENSEN - Univ. of Ill. Eng - Exp. Sta. Bull. n° 303 - 1938.

[42] Théorie des Plaques et Coques - S.P. TIMOSHENKO, S. WOINOSWKI, KRIEGER - Traduit de l'américain - Dunod - 1961- 564 p. - Paris.

[43] Le Projet de Béton Armé - H. THONIER - Ed. SEBTP - 1991 - Paris.

[44] Le Traité de Béton Armé - R. LACROIX, A. FUENTES, H. THONIER - Eyrolles - 1981 - Paris.

[45] Le Béton Précontraint aux États-Limites - H. THONIER - Presses de l'ENPC - 1992 - Paris.

[46] Le Projet de Béton Armé- Compléments - H. THONIER - *Annales de l'ITBTP* - Nov. 1987 - Paris.

[47] Initiation à la méthode des éléments finis - K.C. ROCKY, H.R. EVANS, D.W. GRIFFITHS, D.A. NETHERCOT - traduit de l'anglais - Eyrolles - 1979 - 228 p. -Paris

[48] Résistance des matériaux des structures - Tome 1 - Milieux continus solides, plaques et coques- S. LAROZE - Eyrolles-Masson - 1974 - 221 p.- Paris.

[49] Formulaire de l'ingénieur - Méthodes pratiques de calcul des ouvrages de génie civil - A. GREKOW, V. ISNARD, P. MROZOWICZ - Eyrolles - 1964 - 713 p. - Paris.

[50] Résistance des matériaux théorique et expérimentale - R. L'HERMITE - Dunod - 1954 -860 p. - Paris.

[51] Reinforced Concrete Fundamentals - Ph. FERGUSON - John Wiley & Sons - 1981 - New-York.

[52] Reinforced Concrete Structures - R. PARK, T.PAULAY - John Wiley & Sons - 1975 - New-York.

[53] Résistance des Matériaux - Tomes 1 et 2 - Jean COURBON - Dunod

[54] Le Béton Armé après Fissuration - A. FUENTES - Eyrolles - 1980 - 127 p.

[55] La Précontrainte dans le Bâtiment - A. FUENTES - Eyrolles - 1983 - 146 p.

[56] Comportement Post -Elastique des Structures en Béton Armé - A. FUENTES - Eyrolles - 1988- 124 p.

[57] La Poutre Continue sur Micro-Ordinateur - 3-Planchers-Dalles- Programme "PLADA" - H. THONIER - *Annales ITBTP* - Février 1990.

[58] La Poutre Continue sur Micro-Ordinateur - 8-Planchers Précontraints- Programme "PLBP" - H. THONIER - *Annales ITBTP* - Septembre 1990.

[59] Règles BAEL 91 - Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Armé suivant la Méthode des États-Limites - CSTB et Eyrolles - 1992

[60] Règles BPEL 91 - Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Précontraints suivant la Méthode des États-Limites - CSTB et Eyrolles - 1992

[61] Cahier des Prescriptions Techniques - CPT- Planchers - Titre III - 1° partie - Planchers confectionnés à partir de dalles alvéolées en béton précontraint - Cahiers du CSTB - Mars 1992.

[62] Cahier des Prescriptions Techniques - CPT- Planchers - Titre I - Planchers nervurés à poutrelles préfabriquées associés à du béton coulé en œuvre ou associés à d'autres constituants préfabriqués par du béton coulé en œuvre - CSTB - 1982 et 1983.

[63] Planchers à tôle métallique profilée (bacs acier). Méthode générale d'essai et principe de dimensionnement des bacs pour leur justification en phase de montage - CSTB.

[64] Cahier des Prescriptions Techniques - CPT- Planchers - Titre II - Planchers confectionnés à partir de prédalles préfabriquées et de béton coulé en œuvre - CSTB - Septembre 1979.

[65] Institut National de la recherche en Sécurité - INRS - Note n° 230.22.61

[66] Office Professionnel de Prévention du Bâtiment et des Travaux Publics - O.P.P.B.T.P - Cahiers des comités - Juillet-Août 1991 - p. 6 à 10.

[67] Planchers en dalles alvéolées - Technique en plein essor - *CSTB-Magazine* -N° 54 - mai 1992

[68] Recommandations professionnelles relatives au transport, au levage et à la mise en place des dalles alvéolées - Fédération de l'Industrie du Béton - FIB - Syndicat Planchers-Ossatures.

[69] DIN 1045 - Beton und Stahlbeton. (Règlement allemand de béton armé)
[70] DIN 4227-Teil 1. Spannbeton. (Règlement allemand de béton précontraint)
[71] Post-Tensionning in Multi-Storey Structures - P. Matt - FIP-Notes - 1989/3
[72] Flat-Slabs prestressed in Support Strips with Long Spans and Heavy Loads - G.M. RAPIN & G.V. ZENOBI - FIP-Notes - 1987/1
[73] Tips for Post-Tensioning - D.W. FALCONER - Concrete International - Feb. 1988
[74] Resolutions of Fields Problems with Unbonded Single-Strand Tendons - G.P. CHACOS - Concrete International - Feb. 1988
[75] Inspection of Unbonded Tendons - D.W. FALCONER & P.W. WILSON - Concrete International - Feb. 1988

7. POUTRES ET PLANCHERS

1. CALCUL DES PLANCHERS

1.1. Méthode générale

MÉTHODE	Flexion dans 1 ou 2 directions	Domaine d'application
Trois moments	1	Général
Lagrange	2	Dalles rectangulaires. Méthode de Lagrange: 4 côtés articulés. Méthode de M. Lévy : 2 côtés articulés, les 2 autres encastrés, libres ou articulés.
Lignes de rupture	2	Dalles de forme quelconque

1.2. Règlement français BAEL

MÉTHODE	Article n°	Flexion dans 1 ou 2 directions	Domaine d'application
Caquot	Annexe E2	1	Plancher à charge d'exploitation répartie uniforme ou concentrée
Forfaitaire	Annexe E1	1	Plancher à surcharge modérée : $q \leq 5$ kN/m² et $q \leq 2g$ et L_i/L_{i+1} entre 0,8 et 1,25
Lagrange (Pigeaud)	Annexe E3	2	Dalle rectangulaire simplement appuyée sur son contour, soumise à une charge répartie uniforme
Approchée	A.8.2.32	2	Dalle rectangulaire partiellement ou totalement encastrée sur son pourtour, chargements quelconques
Plancher-dalle	Annexe E4	2	Plancher sans poutre, avec ou sans chapiteaux, $0{,}5\ L_y \leq L_x \leq 2\ L_y$; poteaux $\leq$ portées/5

1.3. Règlement britannique (Dalles rectangulaires)

Article n°	Flexion dans 1 ou 2 directions	Domaine d'application
3.5	1 et 2	Dalles pleines appuyées sur poutres ou murs
3.5.2.4	1	Portée x largeur totale ≤ 30 m^2 ; $q \leq 1{,}25\,g$; $q \leq 5$ kN/m^2 Valeur forfaitaire des moments sur appuis et en travée : table 3.13
3.5.2.3	1 et 2	Portée x largeur totale ≤ 30 m^2 ; $q \leq 1{,}25\,g$; $q \leq 5$ kN/m^2 Un seul cas de charge à étudier avec tous les panneaux chargés. Les moments sur appuis peuvent être diminués de 20 %, ceux de travée augmentés en conséquence
3.5.3	2	Simplement appuyées ou encastrées
3.7	2	Planchers-dalles avec $L_{max} / L_{min} \leq 2$

1.4. Règlement américain (Dalles rectangulaires)

Article n°	Flexion dans 1 ou 2 directions	Domaine d'application
8.3.3	1	$0{,}833 \leq L_i / L_{i+1} \leq 1{,}20$ Charges uniformément réparties : $q \leq 3$ g
13	2	Méthode directe : art. 13.6 ; $L_{max} / L_{min} \leq 2$; $q \leq 3\,g$; $0{,}833 \leq L_i / L_{i+1} \leq 1{,}20$; prise en compte de la raideur des poutres de rive éventuelles
		Méthode des portiques équivalents : art. 13.7

1.5. Programmes de calcul de poutres et dalles sur ordinateur

Programme de dalles ou planchers	Domaine d'application
« POCO »	Calcul les sollicitations de poutres continues pour chaque cas de charges trapézoïdales partielles, concentrées ou mobiles
« BAEL »	Vérification des contraintes, détermination des aciers et métré estimé des quantités d'une poutre continue en béton armé suivant le BAEL 91
« CM »	Détermination des contraintes enveloppes des cas de charge de poutres continues métalliques
« EC2 »	Vérification des contraintes, détermination des aciers et métré estimé des quantités d'une poutre continue en béton armé suivant l'Eurocode 2

Programme de dalles ou planchers	Domaine d'application
« BS »	Vérification des contraintes, détermination des aciers et métré estimé des quantités d'une poutre continue en béton armé suivant le règlement britannique BS 8110
« ACI »	Vérification des contraintes, détermination des aciers et métré estimé des quantités d'une poutre continue en béton armé suivant le règlement américain ACI 318-89
« DIN »	Vérification des contraintes, détermination des aciers et métré estimé des quantités d'une poutre continue en béton armé suivant le règlement allemand DIN 1045
« FLÈCHE2 »	Vérification de la flèche de poutre ou dalle suivant l'historique de chargement
« DALLELAS »	Poutre sur sol élastique soumise à des charges réparties trapézoïdales partielles ou concentrées
« NAVIER »	Dalle rectangulaire articulée sur 4 côtés, soumise à des charges réparties uniformes sur des rectangles partiels
« DALLRECT »	Dalle rectangulaire articulée sur 2 côtés opposés, chacun des 2 autres pouvant être encastré, libre ou articulé. Chargement trapézoïdal total dans deux directions, en particulier uniforme, trapézoïdal ou triangulaire
« DALLCIRC »	Dalle circulaire appuyée ou encastrée sur sa périphérie, soumise à des chargements trapézoïdaux partiels de révolution
« DALLRUPT »	Dalle de forme quelconque par la méthode des lignes de rupture. Calcul du maximum du moment m ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, ...) pour 6 paramètres maximum. Calcule le moment maximum et sa position
« PLADA »	Plancher-dalle suivant les Règles BAEL 91 par la méthode simplifiée et les formules de Caquot
« PLBP »	Dalle précontrainte par câbles non-adhérents suivant le BPEL 91
« PLANCM »	Plancher métallique

2. CALCUL DES POUTRES CONTINUES

Les poutres continues sont calculées suivant le cas, selon les méthodes de la Résistance des Matériaux ou des méthodes adaptées au béton armé, comme les méthodes dues à Caquot. On trouvera dans les chapitres 1 et 2, les éléments de calcul des poutres continues.

Méthodes de calcul (par ordre de préférence).

Poutres sans table de compression	Avec charges roulantes	1 – Trois moments
	Sans charges roulantes	1 – Caquot 2 – Trois moments
Poutres avec table de compression	Charges quelconques	1 – Caquot 2 – Trois moments
	Charges « modérées » : Satisfaire au moins 2 des 3 conditions ci-après : a) $q \leq 5$ kN/m² et $q \leq 2\,g$ b) même inertie et $0{,}8 \leq L_i/L_{i+1} \leq 1{,}25$ c) fissuration peu préjudiciable	1 – Caquot minoré 2 – Caquot 3 – Trois moments

La méthode forfaitaire (Art. B.6.2.21 du BAEL) est à éviter, car, en général, moins économique.

3. PLANCHERS À ENTREVOUS

3.1. Description

Ce type de plancher est très couramment utilisé dans la construction de maisons individuelles.

Il est constitué :

- de poutrelles préfabriquées en béton armé ou en béton précontraint, disposées parallèlement et espacées de 0,50 m à 0,70 m, avec ou sans armatures d'effort tranchant (Fig.1),
- d'entrevous de forme adaptée aux poutrelles (appelés aussi corps creux) en béton, en terre cuite ou en polystyrène (Fig.2),
- d'une dalle de compression supérieure (à l'exception de certains montages en entrevous à table de compression incorporée, entrevous T.C.I.) en béton de 4 à 6 cm d'épaisseur, coulée sur l'ensemble poutrelles-entrevous qui tient lieu de coffrage (CSP = coulé sur place, c'est-à-dire sur le chantier, par opposition au béton préfabriqué) (Fig.3 et 4).

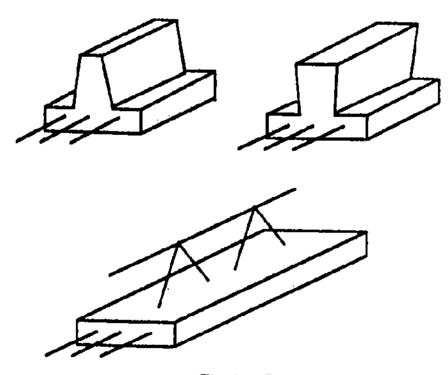


Fig.1 – Planchers à entrevous – Types de poutrelles

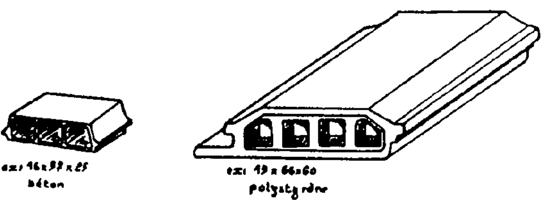
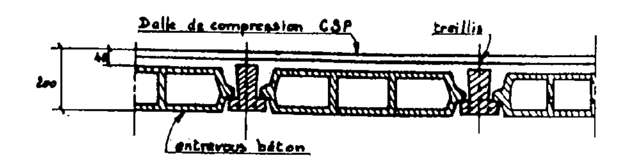


Fig.2 – Types d'entrevous



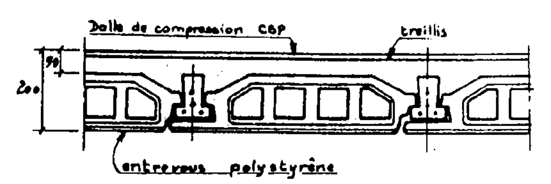


Fig.3 – Planchers à entrevous béton et polystyrène

À noter que les planchers à céramique précontrainte (Fig.4) peuvent être utilisés sans table de compression coulée sur le chantier pour les toitures horizontales ou inclinées ne recevant pas directement des charges.

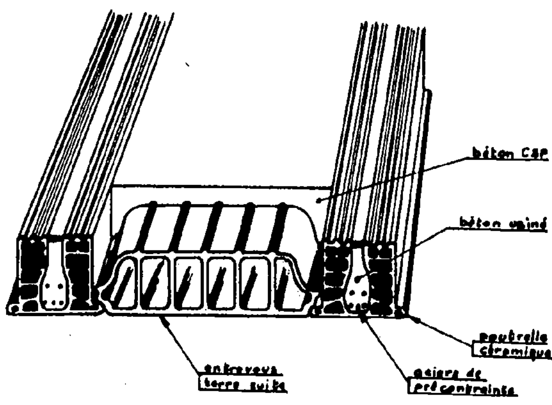


Fig.4 – Plancher à céramique précontrainte

Les principaux avantages de ce type de plancher sont :
- la facilité de mise en œuvre, sans moyens de manutention, puisque manuel,
- la couverture dense sur tout le territoire national des fabricants ou distributeurs,
- la compétitivité économique de ce procédé par rapport aux autres pour les constructions individuelles,
- la bonne isolation thermique avec des entrevous en polystyrène.

3.2. Conditions à satisfaire

Comme pour tous les types de planchers, ils doivent satisfaire aux conditions de :
- résistance, en étant conformes aux règles BAEL complétées par le Cahier des Prescriptions Techniques CPT-Planchers- Titre I, émis par le CSTB ainsi qu'aux dispositions figurant dans l'Avis Technique du procédé émis par le CSTB,
- résistance au feu, conformément au Décret n° 57-1161 du 18/10/1957 et aux arrêtés des 4/6/1973 et 19/12/1975 pour la classification des matériaux, aux arrêtés des 5/1/1959, 10/9/1970, 25/6/1980 et 31/1/1986 pour les types de bâtiments ainsi qu'au DTU-Méthode de prévision par le calcul du comportement au feu des structures en béton d'avril 1980,
- isolation acoustique, bruits aériens et bruits de choc, suivant les arrêtés des 14/6/1969 et 22/12/1975 pour les valeurs d'isolements réglementaires et aux arrêtés des 10/2/1972 et 6/10/1978 pour le label acoustique,
- isolation thermique conformément aux arrêtés des 12/3/1976 et 24/3/1982 ainsi qu'au DTU-Règles Th-K77,
- étanchéité des toitures-terrasses suivant le DTU 20.12,
- de réalisation des plafonds suivant les DTU 25.221 et 25.232.

Remarque

L'affaiblissement acoustique d'un mur ou d'un plancher est fonction de la masse de la paroi et assez peu de la nature du matériau. Cet affaiblissement est une fonction logarithmique de la masse que l'on peut écrire sous la forme :

$A = 17 \log_{10}(m) + 3{,}7$ pour $m < 145$ kg/m^2
$A = 40 \log_{10}(m) - 46$ pour $m \geq 145$ kg/m^2
avec m = masse en kg/m^2 et A en dB
Sachant que les parois comportant des corps creux ont un affaiblissement acoustique réduit de 3 à 4 dB par rapport à la paroi pleine de même masse.

EXEMPLE : Pour un plancher à entrevous de 280 kg/m^2 et de 0,20 m d'épaisseur, on trouve A = 52 dB, auquel on retranche 4 dB pour tenir compte du fait que c'est un corps creux, soit un affaiblissement de 48 dB.

3.3. Calculs

3.3.1. Dispositions générales BAEL (Art. B.6.8.41)

- Charge de chantier = Max [0,5 kN/m ; 1 KN]
- Le cisaillement est repris par la poutrelle seule.
- Prévoir des chapeaux sur appuis de rive pouvant reprendre 0,15 M_u.
- Prévoir des aciers d'effort tranchant, sauf dispositions particulières.
- Les poutrelles posées sans étais intermédiaires sont à étudier en tenant compte des phases de construction.

3.3.2. Dispositions propres aux planchers à entrevous BAEL (Art. B.6.8.42)

On est dispensé d'armatures d'effort tranchant (épingles, cadres ou étriers) si (Fig.5) :
- la construction n'est pas parasismique,
- la contrainte moyenne ultime de glissement sur le périmètre de liaison est inférieure à 0,55 MPa,
- la section A_1 est au moins égale à $200 / f_e$ si l'entre axe des poutrelles est inférieur à 0,50 m et $400\,E / f_e$ pour des entre axes E compris entre 0,50 m et 0,80 m (E en mètres et acier en cm^2/m),
- la section A_2 est au moins égale à la moitié de A_1.

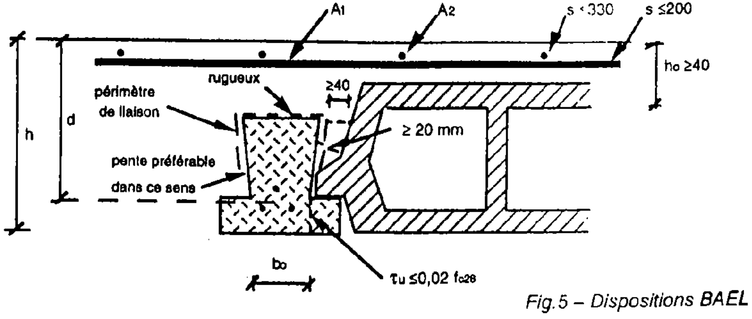


Fig.5 – Dispositions BAEL

Les flèches des planchers avec étais, calculées par les méthodes classiques, peuvent être diminuées de 20 % pour des hauteurs de plancher ≤ 0,20 m et de 10 % au-delà, pour tenir compte de la rigidité apportée par les entrevous.

Pour des planchers avec étais, on peut se dispenser de vérification de la flèche si $h / L \geq M_t / (15\ M_o)$, si $A_s / (b_o\ d) \geq 3{,}6 / f_e$ et si $h / L \geq 1 / 22{,}5$

h = hauteur totale du plancher fini (m)

L = portée entre nus (m)

M_t = moment maximum en travée (≤ M_o en cas de continuité)

M_o = moment isostatique de la travée

A_s = acier longitudinal (cm²)

b_o = largeur de la nervure (m) (Fig.5)

d = hauteur utile du plancher fini (m)

f_e = limite élastique des aciers en MPa

3.3.3. *Dispositions du CPT-Planchers–Titre I*

Ce Cahier des Prescriptions Techniques concerne les « planchers nervurés à poutrelles préfabriquées associées à du béton coulé en œuvre ou associés à d'autres constitutants préfabriqués par du béton coulé en œuvre » [1].

Ce document de 167 pages ne peut être résumé ici. Il s'appuie principalement sur les règles de calcul du béton en vigueur à l'époque de sa rédaction, à savoir les règles CCBA 68.

Il traite :

- de la conception et du calcul des planchers,
- la fabrication et du contrôle des poutrelles,
- des éléments compris entre poutrelles (les entrevous),
- du transport, de la mise en œuvre et de la pose,
- de la finition et des ouvrages complémentaires.

3.4. Exemple de calcul (Fig.6)

Les poutrelles précontraintes ont les dimensions indiquées sur les figures 7 et 8. Le centre de gravité des aciers 3 Ø5 est à (2 x 25 + 60) / 3 = 36,7 mm du bas de la poutrelle.

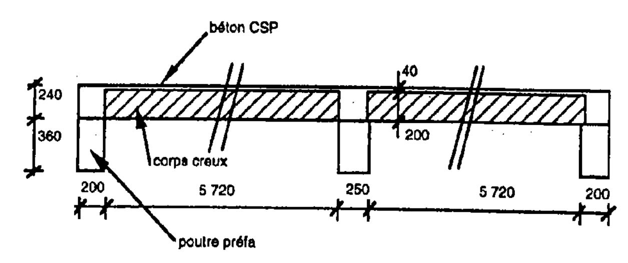


Fig.6 – Plancher fini

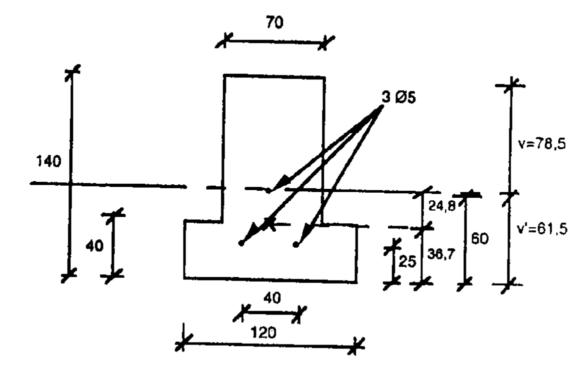


Fig.7 – Poutrelle précontrainte avec 3 Ø5

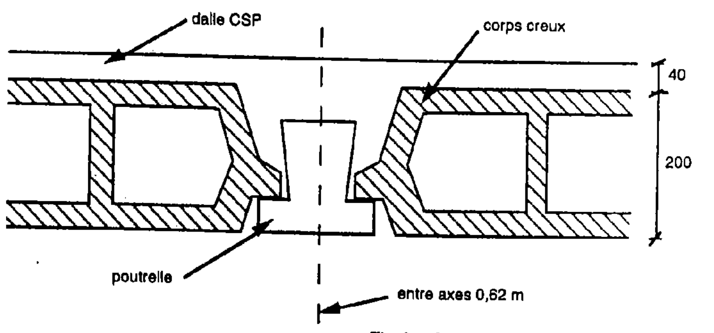


Fig.8 – Poutrelle et corps creux (entrevous)

Les caractéristiques géométriques et mécaniques figurent dans les tableaux suivants.

Béton	Notation	Unité	Poutrelle seule	Poutrelle + dalle CSP
à la fabrication	f_{cjo}	MPa	30	
	f_{tjo}	MPa	2,4	
à la pose	f_{cj1}	MPa	40	
	f_{tj1}	MPa	3,0	
28 jours après pose	f_{c28}	MPa		25
	f_{t28}	MPa		2,1

Caractéristiques mécaniques				
largeur table	b	m	0,12	0,65
largeur âme	b_o	m	0,07	0,07

Caractéristiques mécaniques				
Hauteur table	h_o	m	0,04	0,04
Hauteur totale	h	m	0,14	0,24
Aire	S	m^2	0,01180	0,04000
Inertie	I	m^4	0,0000204	0,0001812
Centre de gravité	v	m	0,0785	0,0620
d°	v'	m	0,0615	0,1780
Module d'inertie	I/v	m^3	0,000260	0,002922
d°	I/v'	m^3	0,000332	0,001018
Distance à la fibre inférieure	d'	m	0,0367	0,0367
Excentricité	e	m	– 0,0248	– 0,1413
Entre axes	E	m	0,6200	0,6200

Charges				
Poids propre poutrelle	g_o	kN/m	0,2773	(= 23,5 kN/m³ x 0,0118m²)
Poids entrevous + béton CSP	g_1	kN/m	1,7300	(catalogue fabricant)
Exploitation chantier	q_o	kN/m	0,5000	(BAEL 91 B.6.8. 412)
Exploitation (bâtiment)	q_1	kN/m	0,9300	(= 0,62 m x 1,5 kN/m²)

Précontrainte				Effort MN
Nombre de fils Ø5			3	
Section d'un fil		mm²	19,6	
Section d'acier	A_p	mm²	58,8	
Contrainte à la mise en tension *	σ_{pi}	MPa	1 575	P_i = 0,09261
Contrainte après détension **	σ_{po}	MPa	1 417	P_o = 0,08332
Contrainte à la pose	σ_{p1}	MPa	1 339	P_1 = 0,07873
Contrainte finale	σ_p	MPa	1 260	P = 0,07409

(*) = Min [0,85 x 1 860 ; 0,95 x 1 658] = 1575 MPa

(**) On a supposé 10 % de pertes instantanées, 10 % de pertes différées totales, dont 5 % jusqu'à la pose sur chantier

Portées			
Entre nus	L	m	5,74
Entre étais	L_o	m	2,87

Les contraintes limites (CPT-Planchers) sont les suivantes en ELS :

- en construction avec étais, contrainte en partie supérieure sous poids propre au droit de l'étai, supérieure à - 4 MPa,
- en phase finale, contrainte en partie inférieure, supérieure à - 1 MPa.

De plus, en phase finale et sous l'action de la seule précontrainte, la contrainte doit être supérieure à :

- - 3 MPa en partie supérieure,
- 4 MPa en partie supérieure,
- 2 MPa en valeur moyenne.

Les calculs sont effectués suivant les différentes phases du tableau ci-après tenant compte de la mise en place d'un étai à mi-portée après pose de la poutrelle mais avant pose des entrevous, et d'un désétaiement entraînant une charge verticale dirigée vers le bas égale à la réaction de l'étai enlevé.

Phases	Courbes des moments	Moments
1) Fabrication (manutention) lors de la détension des aciers L = 5,74 m	A C 5,74	$g_o\, x\, (L - x) / 2$ à l'abscisse x
2) Perte de précontrainte jusqu'à la pose des poutrelles sans étai	$\Delta P_o = P_o - P_1$	$- \Delta P_o\, e_o$
3) Pose étai bloqué non forcé, puis pose entrevous et béton coulé sur place ($L_o = L / 2 = 2,87$ m)	A B C 2,87 2,87 x	Travée AB : $g_1\, x\, (L_o - x) / 2 - g_1\, x\, L_o / 8$ Travée BC : $g_1\, x\, (x - L_o)\, (L - x) / 2 - g_1\, (L - x)\, L_o / 8$
4) Charges de chantier. Enveloppe des 4 cas de charges suivants : a) qo b) qo c) qo d) a 1 kN qo 2,87 2,87 pour a variant de 0 à L = 5,74 m	A B C 2,87 2,87 x $\mu = x / L_o$ pour $x \leq L_o$ $\mu_1 = x / L_o - 1$ pour $x \geq L_o$ Q = 1 kN	Travée AB, maximum et minimum de : a) $q_o\, x\, (L_o - x)/ 2 - q_o\, (L - x)\, L_o /8$ b) $q_o\, x\, (L_o - x)/ 2 - q_o\, (L - x)\, L_o/16$ c) $- q_o\, (L - x)\, L_o / 16$ d) $\mu\, (1 - \mu)\, (1 - \mu / 4 - \mu^2 / 4) Q\, L_o$ d') $\mu\, Q\, L_o$ ./3 / 18 Travée BC, maximum et minimum de : a) $q_o\, (L - x)(x - L_o) / 2 - q_o\, (L - x)\, L_o / 8$ b) $q_o\, (L - x)(x - L_o) / 2 - q_o\, (L - x)\, L_o / 16$ c) $- q_o\, (L - x)\, L_o / 16$ d) $\mu_1 (1 - \mu_1)\, (1 - \mu_1 / 4 - \mu_1^2 / 4)\, Q\, L_o$ d') $(1 - \mu_1)\, Q\, L_o$ ./3 / 18
5) Enlèvement de l'étai R R A B C 5,74 5,74	B A C 2,87 2,87	$R = 1,25\, g_1\, L_o$ de A à B : $5\, R\, x / 16$ de B à C : $R\, (8 \times L - 11\, x) / 16$

Phases	Courbes des moments	Moments
6) Charges d'exploitation Enveloppe des cas de charges a) q1 b) q1 c) q1 5,74 5,74	A C 5,74	Maximum et minimum de : a) $q_1 \times (L-x)/2 - q_1 \times L/8$ b) $q_1 \times (L-x)/2 - q_1 \times L/16$ c) $-q_1 \times L/16$
7) Perte de précontrainte différée	$\Delta P = P_1 - P$	$-\Delta P\, e$

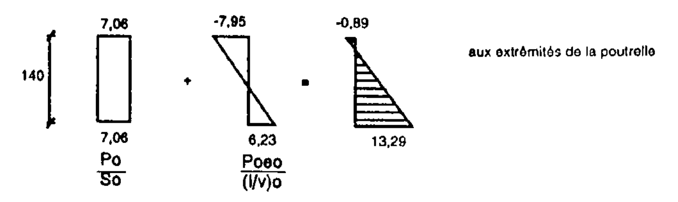
On calcule ensuite les contraintes dues aux combinaisons de cas de charges pour chaque combinaison et pour chaque abscisse comprise entre 0 et L = 5,74 m. Les résultats ci-dessous ont été calculés avec un pas de L / 100.
Les résultats figurant dans le tableau suivant représentent les cas extrêmes.

Com bi-nai-son	Cas de char-ges	Section à prendre en compte	Étape	Résis-tance du béton (MPa)	Contrainte limite de compression (MPa)	Contr. lim. de traction (MPa) – haut plancher – haut poutr. (+) – haut poutr. (–) – bas pl. et poutr.	Contr. maxi (Mpa)	Contr. mini (Mpa)
1	1	poutrelle	À la détension sous charges permanentes	$f_{cjo} = 30$ $f_{tjo} = 2{,}4$	$2/3\, f_{cjo}$ = 20	Sans objet id > – 4 MPa sur étai .	. . 3,50 13,30	. . – 0,89 9,86
2	1 + 2 + 3	poutrelle	À la pose des entrevous et du coulage du béton sous charges perm.	$f_{cj1} = 40$ $f_{tj1} = 3{,}0$	$2/3\, f_{cj1}$ = 26,67	Sans objet id > – 4 MPa sur étai .	. . 5,92 14,48	. . – 3,29 7,26
3	1 + 2 + 3 + 4_{max}	poutrelle	dito avec la charge d'exploitation de chantier maximum	$f_{cj1} = 40$ $f_{tj1} = 3{,}0$	$2/3\, f_{cj1}$ = 26,67	Sans objet . . .	- - 8,20 14,48	. . – 3,29 5,47
4	1 + 2 + 3 + 4_{min}	poutrelle	dito avec la charge d'exploitation de chantier minimum	$f_{cj1} = 40$ $f_{tj1} = 3{,}0$	$2/3\, f_{cj1}$ = 26,67	Sans objet . . .	. . 5,44 16,03	. . – 5,27 7,64
5	1 +2 +3 +5	plancher	Après dépose de l'étai sous charges permanentes	$f_{c28} = 25$ $f_{t28} = 2{,}1$	$0{,}5\, f_{c28}$ = 12,5f.sup. $0{,}5\, f_{cj1}$ = 20 fib. inf.	. . . – 1 MPa	1,90 1,40 6,19 19,12	– 2,29 – 1,17 – 4,46 4,44
6	1 +2 +3 +5 + 6_{max}	plancher	dito et charge d'exploitation immédiate maximum	$f_{c28} = 25$ $f_{t28} = 2{,}1$	$0{,}6\, f_{c28}$ = 15 fib.sup. $0{,}6\, f_{cj1}$ = 24 fib. inf.	. . . – 1 MPa	1,58 2,20 6,51 22,88	– 3,60 – 0,97 – 4,26 4,97

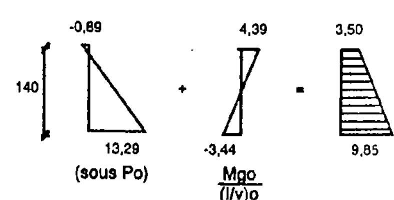
Com bi-nai-son	Cas de char-ges	Section à prendre en compte	Étape	Résis-tance du béton (MPa)	Contrainte limite de compression (MPa)	Contr. lim. de traction (MPa) – haut plancher – haut poutr. (+) – haut poutr. (–) – bas pl. et poutr.	Contr. maxi (Mpa)	Contr. mini (Mpa)
7	1 +2 +3 +5 + 6_{min}	plancher	dito et charge d'exploitation immédiate minimum	$f_{c28} = 25$ $f_{t28} = 2{,}1$	$0{,}6\, f_{c28}$ = 15 fib.sup. $0{,}6\, f_{cj1}$ = 24 fib. inf.	- - . – 1 MPa	1,58 2,20 6,51 22,88	– 3,60 – 0,97 – 4,26 4,97
8	1 +2 +3 +5 +7	plancher	En service après pertes finales sous charges permanentes seules	$f_{c28} = 25$ $f_{t28} = 2{,}1$	$0{,}5\, f_{c28}$ = 12,5 f.s. $0{,}5\, f_{cj1}$ = 20 fib. inf.	. . . – 1 MPa	2,01 1,15 5,94 18,36	– 2,18 – 1,42 – 4,71 3,68
9	1 +2 +3 +5 + 6_{max} +7	plancher	dito avec charges d'exploitation maximum	$f_{c28} = 25$ $f_{t28} = 2{,}1$	$0{,}6\, f_{c28}$ = 15 fib.sup. $0{,}6\, f_{cj1}$ = 24 fib. inf.	. . . – 1 MPa	3,00 1,15 5,73 18,36	– 2,18 – 2,02 – 5,32 1,10
10	1 +2 +3 +5 + 6_{min} +7	plancher	dito avec charges d'exploitation minimum	$f_{c28} = 25$ $f_{t28} = 2{,}1$	$0{,}6\, f_{c28}$ = 15 en f. s. $0{,}6\, f_{cj1}$ = 24 en f. inf.	. . . – 1 MPa	1,69 1,95 6,26 22,13	– 3,49 – 1,22 – 4,51 4,21

On constate bien qu'en tout point les contraintes sont vérifiées.
À titre d'exemple, nous effectuerons les vérifications pour l'abscisse $x = L_o = 2{,}87$ m, sur étai.

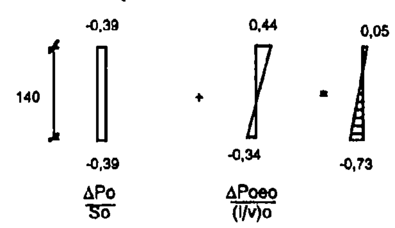
Précontrainte P_o lors de la détension : $P_o = 0{,}08332$ MN et $e_o = -0{,}0248$ m (Fig.7).



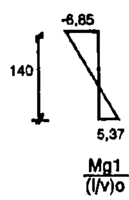
Cas 1 : $M_{go} = -g_o L^2/8 = -1{,}142$ kNm



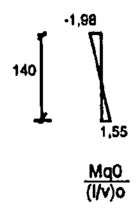
Cas 2 : $\Delta P_o = P_o - P_1 = 0{,}00459$ MN



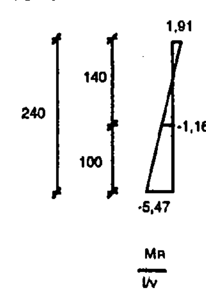
Cas 3 : $M_{g1} = - g_1 L_o^2 / 8 = - 1{,}73 \times 2{,}87^2 / 8 = - 1{,}78$ kNm



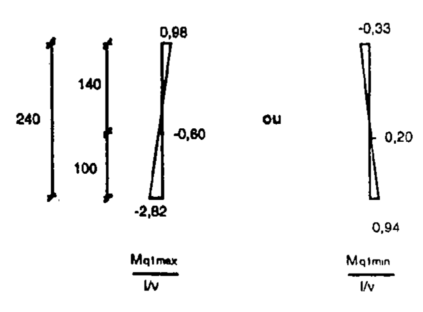
Cas 4 : $M_{qomax} = 0$ et $M_{qomin} = - q_o L_o^2 / 8 = - 0{,}5 \times 2{,}87^2 / 8 = - 0{,}515$ kNm



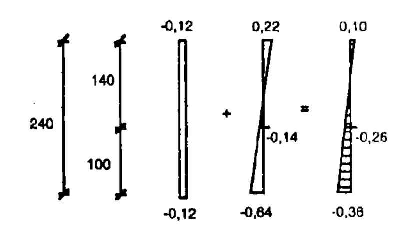
Cas 5 : Réaction d'étai $R = 1{,}25\, g_1 L_o = 1{,}25 \times 1{,}73 \times 2{,}87 = 6{,}21$ kN



Cas 6 : $q_1 = 0{,}93$ kN/m $M_{q1max} = 3\, q_1 L^2 / 32 = 2{,}873$ kNm
et $M_{q1min} = - q_1 L^2 / 32 = - 0{,}958$ kNm

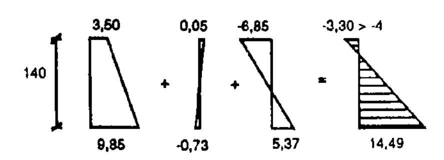


Cas 7 : $\Delta P = P_1 - P = 0{,}00464$ MN, excentricité $e = - 0{,}1413$ m



Combinaison 1 = cas 1
On vérifie bien que :
$\sigma_{comp} = 13{,}29 < 2 f_{cjo} / 3 = 20$ MPa **OK**
et $\sigma_{tract} = - 0{,}89 > - 4$ MPa **OK**

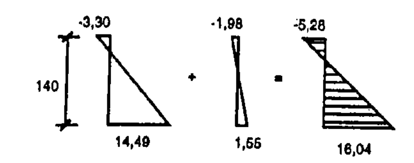
Combinaison 2 = cas (1 + 2 + 3)



On vérifie bien que :
$\sigma_{comp} = 14{,}49 < 2 f_{cj1} / 3 = 26{,}67$ MPa **OK**
et $\sigma_{tract} = - 3{,}30 > - 4$ MPa **OK**

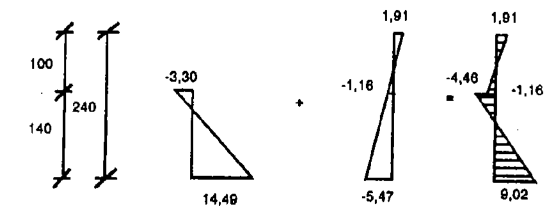
Combinaison 3 = combinaison 2 car $M_{qomax} = 0$

Combinaison 4 = cas (1 + 2 + 3 + 4 $_{min}$)



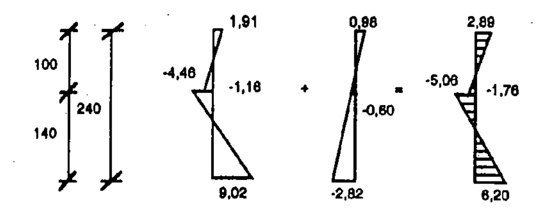
On vérifie bien que :
σ_{comp} = 16,04 < 2 f_{cj1} / 3 = 26,67 MPa **OK**

Combinaison 5 = cas (1 + 2 + 3 + 5)



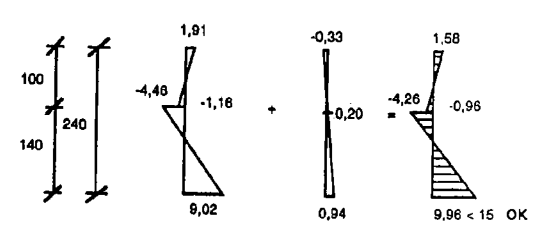
On vérifie bien que :
σ_{comp} = 9,02 < 0,5 f_{c28} = 12,5 MPa **OK**
et σ_{bas} = 9,02 > - 1 MPa OK

Combinaison 6 = cas (1+2+3+5+6max)

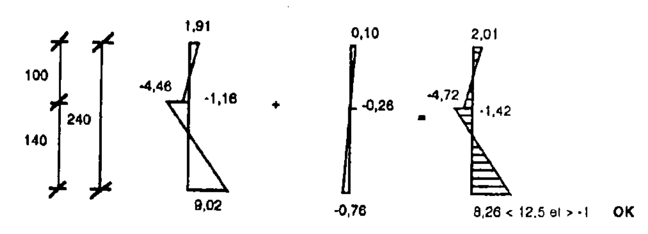


On vérifie bien que :
σ_{comp} = 6,20 < 0,5 f_{c28} = 12,5 MPa OK
et σ_{tbas} = 6,20 > - 1 MPa OK

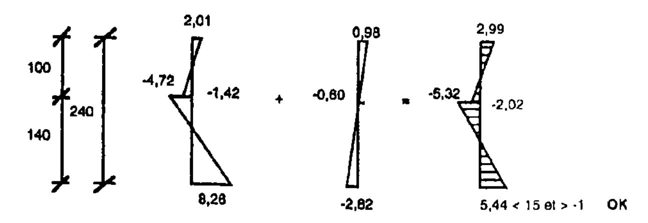
Combinaison 7 = cas (1 + 2 + 3 + 5 + 6 $_{min}$)



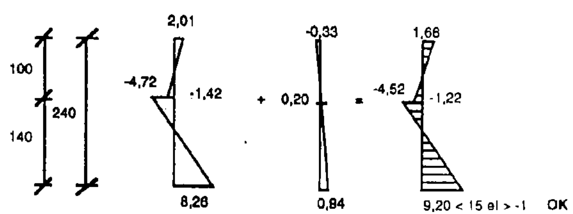
Combinaison 8 = cas (1 + 2 + 3 + 5 + 7)



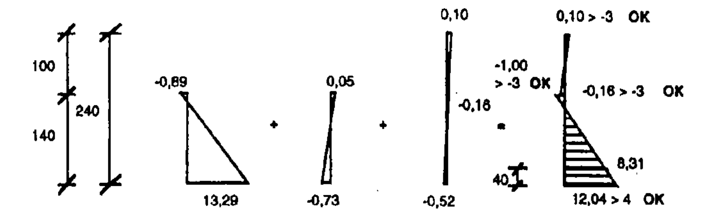
Combinaison 9 = cas (1 + 2 + 3 + 5 + 6$_{max}$ + 7)



Combinaison 10 = cas (1 + 2 + 3 + 5 + 6$_{max}$ + 7)



On vérifie également les contraintes dues à la seule précontrainte (CPT) en phase finale.



La contrainte moyenne P / S = 0,07409 / 0,04 = 1,85 MPa < 2 MPa n'est pas vérifiée, ce qui nous obligerait de disposer de 4 fils Ø5 au lieu de 3 Ø5.
Cette condition n'est pas justifiée de manière explicite et nous semble trop sévère. Le futur CPT-Plancher, à mettre à jour avec le BAEL 91 (voire l'Eurocode 2), sera peut-être moins exigeant sur ce point.

Vérification en ELU (voir le BPEL 91 ou le chapitre XV de la référence [45] du chapitre 6 ci-dessus).
La section de calcul est celle de la figure 9.

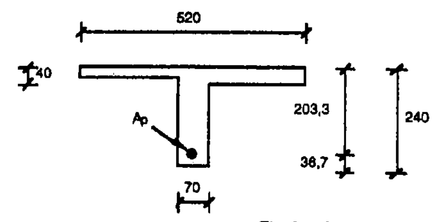


Fig.9 – Section de calcul simplifiée en ELU

3.4.1. La courbe contrainte-déformation (σ_p, ε_p) de l'acier peut être représentée par la formule :

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} \text{ pour } \sigma_p < 0{,}9 f_{peg} / \gamma_p = 0{,}9 \times 1658 / 1{,}15 = 1\,298 \text{ MPa}$$

ou

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 100\left(\frac{\gamma_p \sigma_p}{f_{epg}} - 0{,}9\right)^5 \text{ pour } \sigma_p > 1\,298 \text{ MPa}$$

avec :
f_{peg} = limite élastique garantie de l'acier = 1 658 MPa (voir tableau en début d'exemple)
γ_p = 1,15
E_p = module d'Young de l'acier = 200 000 MPa
La contrainte finale de l'acier vaut (voir tableau en début d'exemple) 1 260 < 1 298 MPa, donc $\varepsilon_p = \sigma_p / E_p$ = 6,30 ‰

3.4.2. Décompression du béton (Fig.10)

En partant du diagramme de la combinaison 8, correspondant au cas des charges permanentes, on trouve une contrainte σ_{bc} = 4,86 MPa au niveau du centre de gravité des aciers de précontrainte.

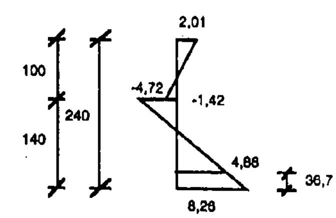


Fig.10 – Diagramme des contraintes sous charges permanentes

On trouve $\Delta\sigma'_p = 5\,\sigma_{bc} = 5 \times 4{,}86 = 24{,}3$ MPa (BPEL, art. 6.3.3)
puis $\sigma'_p = \sigma_p + \Delta\sigma'_p = 1260 + 24{,}3 = 1284{,}3 < 1290$ donc $\varepsilon'_p = \sigma'_p / E_p$ = 6,42 ‰

3.4.3. Allongement à l'ELU

On calcule le moment ultime dû aux charges permanentes (travée isostatique de portée L) et variables (en continuité de deux travées de portées L) :
$M_u = 1{,}35\,M_g + 1{,}5\,M_q = 1{,}35\,(g_0 + g_1)\,L^2 / 8 + 1{,}5\,q_1\,(3/32)\,L^2$
$= 1{,}35\,(0{,}2773 + 1{,}73) \times 5{,}74^2 / 8 + 1{,}5 \times 0{,}93 \times 3 / 32 \times 5{,}742 = 15{,}47$ kNm
$= 0{,}01547$ MNm
La résistance de calcul du béton de table vaut $\sigma_{bu} = 0{,}85\,f_{c28} / \gamma_b = 0{,}85 \times 25 / 1{,}5 =$ 14,17 MPa
La résistance de la partie extérieure de table de compression vaut :
$F_{te} = (b - b_o)\,h_o\,\sigma_{bu} = (0{,}62 - 0{,}04) \times 0{,}04 \times 14{,}17 = 0{,}329$ MN = 329 kN
Le bras de levier correspondant $z_{te} = d - h_o / 2 = 0{,}2033 - 0{,}02 = 0{,}1833$ m
et le moment résistant de la table extérieure $M_{te} = F_{te}\,z_{te} = 329 \times 0{,}1833 = 603$ kNm
Le moment à reprendre par la nervure est donnée par $M_n = M_u - M_{te} = 329 - 603 < 0$
L'axe neutre est dans la table d'où :
$\mu = M_u / (b\,d^2\,\sigma_{bu}) = 0{,}015047 / (0{,}62 \times 0{,}20331^2 \times 14{,}17) = 0{,}0426$
la position de la fibre neutre $\xi = x / d = 1{,}25\,(1 - \sqrt{1 - 2\mu})$
$= 1{,}25\,(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0{,}0426}) = 0{,}0544$ soit $x = \xi\,d = 0{,}0544 \times 0{,}2033$
$= 0{,}0111$ m $< 0{,}05 = 1{,}25\,h_o$ (la fibre neutre est bien dans la table)
Le bras de levier vaut $z = d\,(1 - 0{,}4\,x) = 0{,}2024$ m
L'allongement de l'acier est donné par $\Delta\varepsilon''_p = \varepsilon_b\,(1 - \xi) / \xi$
$= 0{,}0035\,(1 - 0{,}0544) / 0{,}0544 = 0{,}0607 > 0{,}01$, nous limiterons $\Delta\varepsilon''_p$ à 10 ‰.
Au total $\varepsilon''_p = \varepsilon'_p + \Delta\varepsilon''_p = 6{,}42 + 10 = 16{,}42$ ‰.
Par application de l'équation de l'acier (équation du 5° degré ci-dessus), nous trouvons σ''_p = 1520,4 MPa soit $P'' = A_p\,\sigma_p = 58{,}8\;10^{-6} \times 1\,520{,}4 = 0{,}0894$ MN.

3.4.4. *On vérifiera alors que*

$P'' = 0{,}0894 > F_b = M_u / z = 0{,}015047 / 0{,}2024 = 0{,}0743$ OK

La section d'acier de 3 Ø5 est suffisante à mi-travée. Cette vérification devra être faite en toute section.

• Aciers de chapeaux

On doit reprendre le moment de continuité par des aciers passifs sur appuis, calculés avec le moment dû à l'enlèvement de l'étai :

$M_u = -1{,}35 \times 3\ R\ L / 32 - 1{,}50\ q_1\ L^2 / 8$

$= -1{,}35 \times 3 \times 6{,}2 \times 5{,}74 / 32 - 1{,}5 \times 0{,}93 \times 5{,}74^2 / 8 = -10{,}25$ kNm

hauteur utile $d = h - 0{,}03 = 0{,}22$ m et $f_{cj1} = 40$ MPa

moment réduit $\mu = M_u / (b\ d^2\ \sigma_{bu}) = 10{,}26\ 10^{-3} / (0{,}12 \times 0{,}22^2 \times 22{,}67)$

$= 0{,}078 < 0{,}37$, donc $\sigma_{su} = 500 / 1{,}15 = 435$ MPa

fibre neutre $x = 1{,}25\ d\ (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}022$ m $< 0{,}05 = 1{,}5\ h_1$ m, la fibre neutre est bien dans le talon de largeur 0,12 m,

bras de levier $z = d - 0{,}4\ x = 0{,}211$ m

aciers de chapeaux $A_s = M_u / (z\ \sigma_{su}) = 10{,}26\ 10^{-3} / (0{,}211 \times 435)\ 10^4 = 1{,}12$ cm²

soit 1 HA12 par poutrelle.

Remarque

La vérification du moment sur appui proprement dit se fait de la même manière avec une largeur de table plus élevée mais une résistance du béton plus faible, ce qui ne change pas sensiblement la section d'acier trouvée.

• Vérification ELS en travée

Le moment à prendre en compte correspond à l'enlèvement de l'étai et aux charges d'exploitation :

$M = -3\ R\ L / 32 - q_1\ L^2 / 8 = -3 \times 6{,}21 \times 5{,}74 / 32 - 0{,}93 \times 5{,}74^2 / 8 = -7{,}17$ kNm

moment réduit $\beta = M / (b\ d^2) = 7{,}17 / (0{,}12 \times 0{,}22^2)\ 10^{-3} = 1{,}23 < 3$ MPa

pourcentage d'acier avec 1 HA 12 en supposant la fibre neutre dans le talon de 0,12 m de large $\varpi = 1{,}13\ 10^{-4} / (0{,}12 \times 0{,}22) = 0{,}00428$

fibre neutre $\alpha = x / d = \sqrt{225\varpi^2 + 30\varpi} - 15\ \varpi = 0{,}30$, soit $x = 0{,}066$ m, valeur supérieure à $1{,}25\ h_0 = 0{,}05$ m de la table, la fibre neutre est donc dans la nervure.

Il nous faut calculer la section comme une section en Té avec (Projet de Béton Armé, page 22)

$b = 0{,}12$, $b_o = 0{,}07$, $h_o = 0{,}04$, $d = 0{,}22$ et $A_s = 1{,}13\ 10^{-4}$

La fibre neutre est donnée par la racine de l'équation

$b_o\ x^2 / 2 + [15\ A_s + (b - b_o)\ h_o]\ x - 15\ A_s\ d - (b - b_o)\ h_o^2 / 2 = 0$

soit $0{,}035\ x^2 + 0{,}003695\ x - 0{,}0004129 = 0$, d'où $x = 0{,}06798$ m, le moment d'inertie

$I = b\ x^3 / 3 - (b - b_o)\ (x - h_o)^3 / 3 + 15\ A_s\ (d - x)^2 = 0{,}000051272$ m⁴

et la contrainte du béton

$\sigma_b = M\ x / I = 7{,}17 \times 0{,}06798 / 0{,}000051272 = 9487$ kPa $= 9{,}49$ MPa.

Cette contrainte est à ajouter à la contrainte de compression due à la précontrainte, soit 12,04 MPa, d'après la combinaison 10 ci-dessus.

On obtient une contrainte globale de 21,52 MPa, valeur à comparer à la contrainte limite qui vaut $0{,}6 f_{cj1} = 0{,}6 \times 40 = 24$ MPa OK.

Remarque

En fait, la contrainte réelle est moindre, car la précontrainte P exerce une contrainte nulle à l'extrêmité de la poutrelle ; cette contrainte atteint progressivement la valeur 12,04 MPa sur une longueur de scellement de l'ordre de 80Ø, soit 40 cm. Or à l'abscisse 0,40 - 0,02 = 0,38 m (0,02 représente la longueur d'appui de la poutrelle), le moment a décru de façon parabolique.

• Aciers de répartition

On disposera des aciers transversaux, perpendiculaires aux nervures, de section égale à (voir en 3-3-3) ci-dessus) $400\ E / f_e = 400 \times 0{,}62 / 500 = 0{,}50$ cm²/m

soit 5 HA6 pour respecter l'espacement maximum de 0,20 m. Parallèlement aux nervures, la section sera de la moitié de la précédente avec un espacement maximum de 0,33 m, soit 2 HA6 par nervure (espacement = 0,32 m et section = 0,57 cm²/m > 0,5 x 0,50 = 0,25).

• Aciers supérieurs en rive

On devra disposer d'aciers capables de reprendre un moment au moins égal à $0{,}15\ M_o$, soit

$M_o = [1{,}35\ (g_o + g_1) + 1{,}5\ q_1]\ L^2 / 8$

$= [1{,}35\ (0{,}2773 + 1{,}73) + 1{,}5 \times 0{,}93]\ 5{,}74^2 / 8 = 16{,}9$ kNm

et $0{,}15\ M_o = 2{,}54$ kNm. On va dans le sens de la sécurité (car il correspond à un moment plus élevé) en prenant un bras de levier égal au précédent, soit $z = 0{,}215$ m

et $A_s = 2{,}54\ 10^{-3} / (0{,}211 \times 500 / 1{,}15)\ 10^4 = 0{,}27$ cm² soit 1 HA6 par nervure.

• Vérification à l'effort tranchant

La vérification à l'effort tranchant du plancher à entrevous sans armatures verticales, décrite dans le CPT-Plancher est trop longue pour être exposée ici.

3.4.5. *Remarque générale*

On peut disposer auprès des fabricants de planchers préfabriqués des tableaux et abaques permettant de dimensionner le plancher en fonction de la portée et de la charge d'exploitation. On touve ainsi l'épaisseur du plancher, le nombre d'étais nécessaires, le poids du plancher, les aciers nécessaires, etc.

4. PLANCHERS NERVURÉS

4.1. Dispositions générales

On appelle plancher nervuré l'ensemble constitué de nervures (ou poutrelles) supportant des dalles de faible portée (Fig.4 du chapitre 6).

Les nervures peuvent être en béton armé ou en béton précontraint, coulées sur place ou préfabriquées sur site ou en usine. elles reposent elles-mêmes sur des poutres principales ou des voiles. Elles ont des formes variées, rectangulaires, trapézoïdales, en I, en Té, en double paroi, etc. (Fig.11).

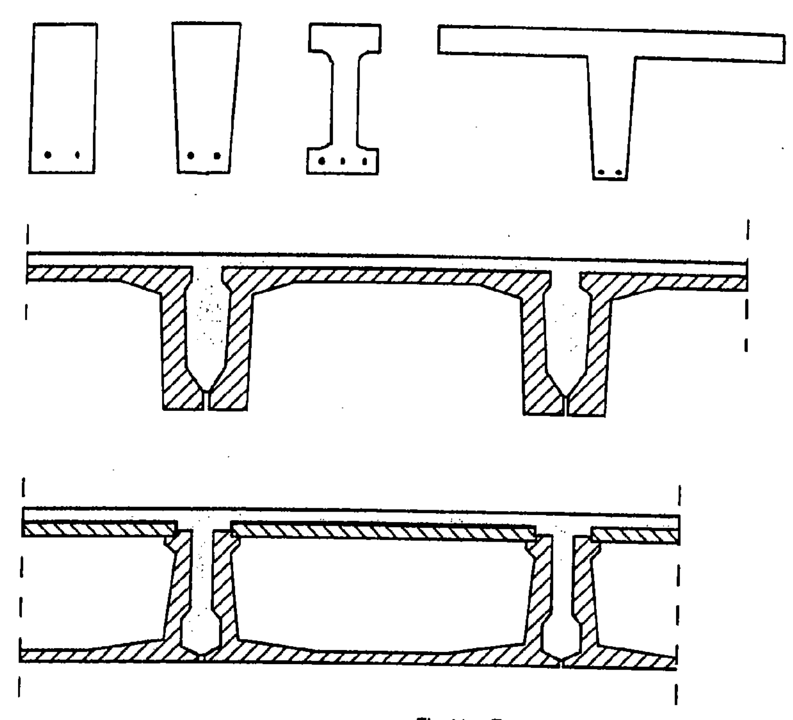


Fig. 11 – Exemples d'éléments préfabriqués

Les dalles peuvent être préfabriquées en totalité ou en partie (prédalles), en béton armé ou précontraintes par fils adhérents.
Pour éviter les coffrages sur site et économiser sur les coûts et les délais, on utilise couramment des poutrelles préfabriquées en béton armé pour les faibles ou moyennes portées, ou en béton précontraint pour les portées moyennes ou grandes, associées à des prédalles soit de petites dimensions et mises en place à la main par deux personnes ou bien plus grandes et posées à la grue. On vient alors couler sur place le béton complémentaire de la dalle (coulé sur place = CSP) (Fig.12).

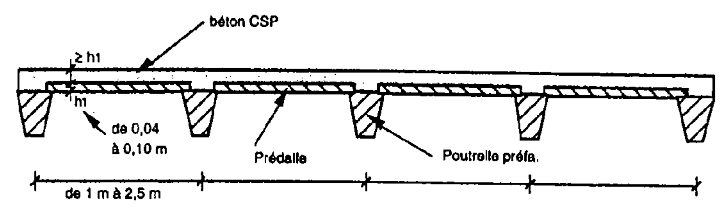


Fig. 12 – Plancher nervuré à poutrelles préfabriquées et prédalles

Le calcul, en phase définitive, est effectué comme pour une poutre en Té, en respectant les conditions de largeur de table à prendre en compte (BAEL 91, § 4.1.3) :
- on ne peut attribuer la même zone de table à deux nervures différentes, ce qui veut dire que la largeur totale de la table ne peut excéder l'entre axe des nervures,
- le débord de la nervure ne peut dépasser le dixième de la portée d'une travée,
- le débord ne peut dépasser, à une abscisse donnée, les 2/3 de la distance de la section étudiée à l'axe de l'appui le plus proche.

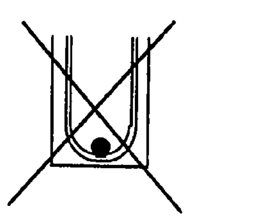
On doit vérifier la qualité de la reprise de bétonnage entre éléments préfabriqués et béton coulé sur place, en particulier pour les questions de cisaillement. Des aciers éventuels devant reprendre l'effort de cisaillement doivent traverser cette reprise et être calculés suivant la règle des coutures.

Les appuis de rive doivent être capables de reprendre (BAEL 91, § B.6.8.414) un moment égal à 0,15 fois le moment isostatique.

La table de compression est calculée en flexion transversale comme une dalle continue. Les aciers de flexion ainsi déterminés peuvent être pris en compte comme aciers de liaisons table-nervure, éventuellement complétés si nécessaire (voir page 71 de [5]).

Lorsqu'il est prévu des étais intermédiaires, on admet (BAEL 91, § B6.8.412) de ne pas tenir compte des phases de construction dans la justification de l'ouvrage terminé. Cependant, on n'oubliera pas de vérifier l'ouvrage en cours de construction.

Les largeurs de poutrelles doivent être suffisantes pour pouvoir y loger deux aciers d'un même lit. La disposition avec un seul acier n'est pas recommandée pour des raisons de limitation d'ouvertures de fissures et de résistance à des flexions transversales parasites (Fig.13).



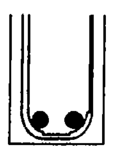


Fig. 13 – Aciers longitudinaux dans une nervure

Les enrobages doivent respecter les dispositions du BAEL (§ A.7.1), ou du BPEL pour les éléments précontraints, soit :
- 1 cm pour des éléments protégés,
- 3 cm pour des éléments soumis aux intempéries.

4.2. Transmission transversale des charges concentrées

La nervure n° 3 (Fig.14), située au droit de la charge P peut être insuffisante pour reprendre, à elle seule, l'effort concentré, en flexion et/ou en cisaillement. En fait, les nervures voisines n° 2 et n° 4 et, dans une moindre mesure, les nervures n°1 et n° 5, participent à la reprise de la charge P par flexion transversale de la dalle.

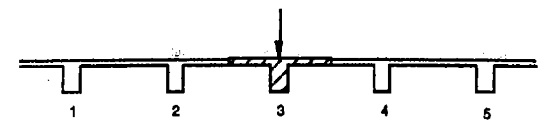


Fig.14 – Plancher nervuré

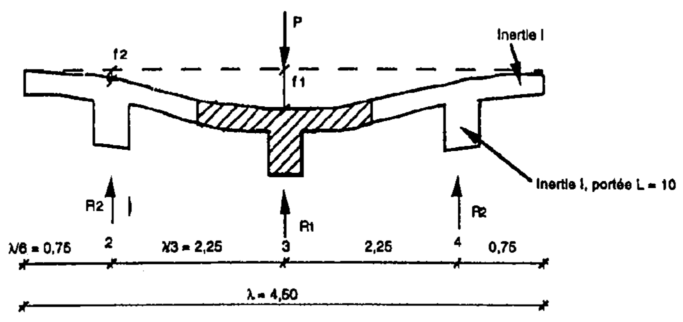


Fig.15 – Déformation sous charge concentrée

Par raison de symétrie (Fig.15), on $R_3 = R_2$

Les flèches f_1 et f_2 des nervures n° 2 et n° 3, pour les poutres de portée L, sont égales à (Voir Chapitre 2, type de charge 4) :

$$f_1 = \frac{-R_1 L^3}{48EI} \text{ (poutre sur deux appuis simples avec une charge concentrée à mi-portée)}$$

$$f_2 = \frac{-R_2 L^3}{48EI}$$

Considérons la dalle comme une poutre d'inertie i et de portée λ, sous les charges $(P - R_1)$ à mi-portée, et $- R_2$ aux abscisses $\lambda / 6$ et $5\,\lambda / 6$

$$f_1 = \frac{-(P - R_1)\,81\lambda^3}{3\,888EI} - \frac{-R_2 \times 2 \times 39\lambda^3}{3\,888EI}$$

$$f_2 = \frac{-(P - R_1)\,39\lambda^3}{3\,888EI} - \frac{-R_2 \times (17 + 25)\,\lambda^3}{3\,888EI}$$

Posons $\mu = L^3\, i / (I\, L^3)$.

On obtient un système de deux équations à deux inconnues R_1 et R_2, découlant de l'égalité des flèches :

$81\,(1 + \mu)\,R_1 + 7\,R_2 = -\,81\,\mu\,R_1$

$-\,39\,(P - R_1) + 42\,R_2 = -\,81\,\mu\,R_2$

Posons $\rho = (42 + 81\,\mu) / 39$.

Les racines sont :

$R_2 = -\,81\,\mu\,P / (78 - 81\,\rho - 81\,\mu\,\rho)$ et

$R_1 = P - \rho\,R_2$

Exemple numérique (Fig.16)

Pour une charge concentrée de 120 kN à mi-portée de la nervure de longueur L = 10 m, on a $\lambda = 4{,}50$ m, $I = 0{,}01305\ m^4$ (moment d'inertie de la section en Té, voir programme « INERTORS » ci-après).

En admettant une diffusion à 45° horizontalement de la charge, soit une largeur de dalle β de 1,50 m transversalement, on a une inertie de table :

$i = 1{,}5 \times 0{,}15^3 / 12 = 0{,}000422\ m^4$

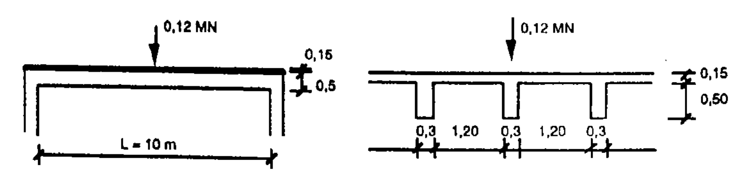


Fig.16 – Répartition d'une charge concentrée sur 3 nervures

On calcule $\mu = L^3\, i / (I\, \lambda^3) = 10^3 \times 0{,}000422 / (0{,}01305 \times 4{,}5^3) = 0{,}35487$

et $\rho = (42 + 81\,\mu) / 39 = (42 + 81 \times 0{,}35487) / 39 = 1{,}8139$

$$\text{d'où } R_2 = \frac{-81\mu P}{78 - 81\rho - 81\mu\rho} = 0{,}23742P = 28{,}5 \text{ kN}$$

et $R_1 = P - \rho\,R_2 = 120 - 1{,}8139 \times 28{,}5 = 68{,}3$ kN

Si l'on avait pris, pour la diffusion de la charge, une largeur de dalle β transversale différente de 1,50 m, on aurait trouvé :

Largeur de table β	R_2 en kN	R_1 en kN
0	0	120
1/2 entre axe = 0,75 m	28,8	78,4
entre axe = 1,50 m	28,5	68,3
2 entre axes = 3,0 m	25,1	56,1
portée de la nervure = 10 m	14,8	31,4

On constate que la longueur de table prise en compte a une grande influence sur le résultat. On note également que la somme $R_1 + 2\,R_2$ n'est pas égale à P = 120 kN du fait que l'on a supposé que les extrêmités de la dalle de 4,50 m de portée étaient indéformables. Cette différence représente les deux réactions d'appui aux extrêmités.

4.3. Programme « POUAPELAS »

Ce programme permet de calculer les réactions, sollicitations et déformations d'une poutre sur deux appuis simples et sur appuis ponctuels élastiques, soumises à des charges et couples concentrés.

On peut, par exemple, déterminer les charges reprises par un ensemble de nervures d'un plancher nervuré, lorsqu'une charge concentrée est appliquée sur une des nervures.

4.3.1. Mode d'emploi

Lorsqu'il y a plusieurs données sur une même ligne, elles peuvent être rentrées en format libre en les séparant par un (ou plusieurs) espace blanc.

1° Ligne — N_r
Nombre de ressorts élastiques sous charges verticales ou sous couples

2° Ligne — N_e
Nombre d'abscisses différentes pour des charges ou couples concentrés

3° Ligne — L
Portée en mètres

4° Ligne (Nr lignes) — x_r, k_P, k_C
x_r = abscisse de l'emplacement du ressort
k_P = valeur du coefficient de ressort sous charge concentrée verticale (MN/m)
k_C = valeur du coefficient de ressort sous moment (MNm/rd)

5° Ligne (Nc Lignes) — x_c, P, C
x_c = abscisse du point d'application d'une charge concentrée et d'un moment
P = charge concentrée (MN)
C = moment concentré (MNm)

6° Ligne — E
Module d'Young du matériau de la poutre (MPa)

7° Ligne — I_p
Moment d'inertie de la poutre (m^4)

4.3.2. Données

En application de l'exercice précédent, on considèrera une dalle de 23 m de portée pour pouvoir négliger l'influence des appuis d'extrêmités.

On a ainsi :
- des ressorts aux abscisses 10 m 12,50 m et 13 m
- qui ont un coefficient pour les charges verticales égal à $k_P = 8\ EI / L^3$, L et I étant respectivement la portée et l'inertie de la poutre en Té, soit :
$k_P = 48 \times 30\,000 \times 0{,}01305 / 10^3 = 18{,}79$.

Si l'on prend en compte la résistance à la torsion de la poutre en Té, on détermine son moment d'inertie de torsion $K = \Sigma\, k_2\, x^3\, y$ pour chacun des rectangles (de côté x et y avec $x < y$) la composant. Mais, compte tenu du fait que le résultat obtenu est légèrement inférieur à la valeur exacte, on peut prendre $h - 0{,}75\ h_o$ au lieu de $h - h_o$ pour longueur du rectangle d'âme.
La valeur du coefficient k_2 est fonction du rapport x / y. Elle est donnée dans le tableau résumé « Torsion » en fin de ce chapitre. Pour des rectangles très plats ($x / y < 0{,}1$), le coefficient vaut 1 / 3.

x / y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
k_2	0,333	0,291	0,249	0,209	0,172	0,141

En assimilant l'âme à un rectangle de hauteur $h - 0{,}75\ h_o$ et de largeur b_o, soit 0,30 x 0,5375 m, on trouve $k_2 = 0{,}216$ et pour la table de 0,15 x 1,50 m : $k_2 = 0{,}312$, d'où
$K = 0{,}216 \times 0{,}3^3 \times 0{,}5375 + 0{,}312 \times 0{,}15^3 \times 1{,}5 = 0{,}004714$ m^4

Le coefficient d'élasticité à la torsion des poutres en Té vaut $k_C = 2\ G\ K / L$
avec $G = E / 2\,(1 + \nu) = 0{,}4\ E$
soit $k_C = K\ E / (1{,}15\ L) = 0{,}004714 \times 30\,000 / 11{,}50 = 12{,}30$ MNm/rd
(Voir le programme « INERTORS » après le programme « POUAPELAS »)

```
1                    ' données au clavier
3                    ' 3 ressorts
1                    ' 1 charge concentrée
23                   ' portée
10 18.79 12.30       ' abscise, ressorts en MN/m et MNm/rd
11.5 18.79 12.30     ' dito
13 18.79 12.30       ' dito
11.5 0.12 0          ' abscisse, charge (MN), moment
30000                ' Young
0.000422             ' inertie (m4)
```

```
POUAPELAS
Voulez-Vous Entrer les Donnees au Clavier =1 , en DATA =2 : =?  1

Nombre de Ressorts =?  3

Nombre de Charges Concentrees (Charges ou Couples =?  1

Portee (m) =?  23

         Abscisse (m), Coeff. Charge (MN/m) , Coeff. Couple (MNm/mm)
Ressort  1 : ?  10 18.79 12.3

Ressort  2 : ?  11.5 18.79 12.3

Ressort  3 : ?  13 18.79 12.3

          Abscisse (m), Charge (MN) , Couple (MNm) =
Charge   1 : ?  11.5 0.12 0

Module d'Young de la Poutre(MPa) =?  30000

Moment d'Inertie de la Poutre (m4) =?  0.000422
```

4.3.3. *Données répétées sur l'écran*

```
POUAPELAS

DONNEES
-------
Portee = 23.000 m
Module d'Young de la Poutre   =  30000 MPa
Moment d'Inertie de la Poutre =  0.0004220 m4

Ressorts
--------
no   Abscisse   Coef. sous P   Coef. sous C
        m          MN/m           MNm/m
 1    10.000     18.79000       12.30000
 2    11.500     18.79000       12.30000
 3    13.000     18.79000       12.30000

Charges
-------
no   Abscisse   Charge Concentree  Couple Concentre
        m              MN                MNm
 1    11.500         0.12000           0.00000

OK?
```

4.3.4. *Résultats*

```
POUAPELAS

RESULTATS
---------

Reactions
---------
no  Abscisse  Reac.Vertic.  Couple de Reaction
       m          MN              MNm

 1   10.000     0.03132        -0.01198
 2   11.500     0.05798        -0.00000
 3   13.000     0.03132         0.01198

Sollicitations et Deformations
------------------------------
no  Abscisse  Effort Tr. (MN)        Moments (MNm)        Rotation   Fleche
       m      Gauche     Droit      Gauche     Droit        mrd        mm

 0    0.000   0.00000  -0.00031    0.00000   0.00000      0.237      0.000
 1   10.000  -0.00031   0.03101   -0.00306  -0.01504     -0.974     -1.667
 2   11.500   0.03101  -0.03101    0.03147   0.03147     -0.000     -3.086
 3   13.000  -0.03101   0.00031   -0.01504  -0.00306      0.974     -1.667
99   23.000   0.00031   0.00000    0.00000   0.00000     -0.237      0.000

OK
```

Remarque

La rigidité à la torsion de la poutre en Té est diminuée par la présence de fissures de flexion. Dans les zones les plus sollicitées en flexion, on peut admettre que la table est entièrement

comprimée et, dans les cas de faibles sollicitations, il y a moins de risques de fissuration de flexion.

On peut retenir un moment d'inertie de torsion réduit à la seule table, soit :
K = 0,312 x $0{,}15^3$ x 1,50 = 0,001580 m^4 au lieu de 0,004717 m^4.

Le coefficient de ressort à la torsion vaut alors k_2 = K E / (1,15 L) = 4,22 MNm/rd au lieu de 12,3.

En utilisant le programme « POUAPELAS », on obtient alors les réactions d'appui suivantes :

- nervures 1 et 3 : 0,02978 MN (au lieu de 0,03132)
- nervure 2 : 0,06136 MN (au lieu de 0,05798)

De même, avec une rigidité de torsion nulle, on obtiendrait :

- nervures 1 et 3 : 0,02834 MN
- nervure 2 : 0,06453 MN

Valeurs proches de celles obtenues par le calcul manuel simplifié ci-dessus.

4.3.5. *Listing de « POUAPELAS »*

```
10 REM Programme "POUAPELAS" - Henry THONIER - Janvier 1993
20 REM Poutres sur deux Appuis Simples et sur Appuis Elastiques Ponctuels
30 ON ERROR GOTO 50
40 GOTO 60
50 PRINT USING"Erreur ## Ligne#####";ERR;ERL:STOP
60 CLS:DEFDBL A-H,K-M,O-Z
70 DEFINT I,J,N
80 CALL TEXTFONT(4):CALL TEXTSIZE(9)
90 GOSUB 180 ' Lecture des Donnees
100 GOSUB 780' Repetition des Donnees
110 GOSUB 550' Calcul des Coeff. de la Matrice
120 GOSUB 1050' Resolution du Systeme d'Equations
130 GOSUB 1320 ' Ecriture des Resultats
140 INPUT"OK",IOK
150 END
160 REM-----------------------------------------
170 REM Lecture des Donnees
180 INPUT"Voulez-Vous Entrer les Donnees au Clavier =1, en DATA =2 : =";ITR
190 ' NR = Nombre de Ressorts, NC = Nombre de Charges, L = Portee
200 IF ITR=2 THEN READ NR,NC,L:GOTO 240
210 INPUT"Nombre de Ressorts =";NR
220 INPUT"Nombre de Charges Concentrees (Charges ou Couples =";NC
230 INPUT"Portee (m) =";L
240 MM=NR*2
250 NR1=NR+1:NC1=NC+1
260 DIM XR(NR1),KR(NR1),KT(NR1),RH(NR1),RO(NR1)
270 DIM XC(NC1),P(NC1),T(NC1)
280 DIM A(MM+1,MM+2),U(14),UMY(14)
290 IF ITR=1 THEN PRINT "        Abscisse (m), Coeff. Charge (MN/m), Coeff. Couple (MNm/mm)"
300 FOR I=1 TO NR
310 ' Abscisse, Coef. sous Charges Concentree, Coeff. sous Couple Concentre
320 IF ITR=2 THEN READ XR(I),KR(I),KT(I):GOTO 370
330 PRINT USING"Ressort ## : ";I;
340 INPUT CL$
350 GOSUB 1900    ' Format Libre
```

```
360 XR(I)=U(0):KR(I)=U(1):KT(I)=U(2)
370 NEXT I
380 IF NC=0 THEN 480
390 IF ITR=1 THEN PRINT"        Abscisse (m), Charge (MN), Couple (MNm) ="
400 FOR I=1 TO NC
410 ' Abscisse, Charge Concentree, Couple Concentre
420 IF ITR=2 THEN READ XC(I),P(I),T(I):GOTO 470
430 PRINT USING"Charge ## : ";I;
440 INPUT CL$
450 GOSUB 1900   ' Format Libre
460 XC(I)=U(0):P(I)=U(1):T(I)=U(2)
470 NEXT I
480 IF ITR=2 THEN READ E,XIN:GOTO 510
490 INPUT"Module d'Young de la Poutre(MPa) =";E
500 INPUT"Moment d'Inertie de la Poutre (m4) =";XIN
510 EI=E*XIN:EIL=EI*L
520 RETURN
530 REM------------------------------------------
540 REM Calcul des Coefficients de la Matrice
550 NI=2*NR:NI1=NI+1
560 FOR J=1 TO NR
570 X=XR(J)
580    J1=2*J-1:J2=2*J
590    FOR I=1 TO NR
600    A=XR(I)
610    GOSUB 2210:A(J1,I)=FL:A(J2,I)=ROT
620    GOSUB 2310:A(J1,NR+I)=FL:A(J2,NR+I)=ROT
630    IF I=J THEN A(J1,I)=A(J1,I)-KR(I):A(J2,NR+I)=A(J2,NR+I)-KT(I)
640    NEXT I
650 FOR I3=1 TO NC
660 A=XC(I3)
670 GOSUB 2210:A(J1,NI1)=A(J1,NI1)+FL*P(I3):A(J2,NI1)=A(J2,NI1)+ROT*P(I3)
680 GOSUB 2310:A(J1,NI1)=A(J1,NI1)+FL*T(I3):A(J2,NI1)=A(J2,NI1)+ROT*T(I3)
690 NEXT I3
700 IF KR(J)<>0# THEN 720
710 FOR I33=1 TO NI1:A(J1,I33)=0#:NEXT I33:A(J1,J)=1#
720 IF KT(J)<>0# THEN 740
730 FOR I33=1 TO NI1:A(J2,I33)=0#:NEXT I33:A(J2,NR+J)=1#
740 NEXT J
750 RETURN
760 REM------------------------------------------
770 REM Repetition des Donnees
780 PRINT"DONNEES":PRINT"------"
790 PRINT USING"Portee = ##.### m";L
800 PRINT USING"Module d'Young de la Poutre   = ###### MPa";E
810 PRINT USING"Moment d'Inertie de la Poutre = ##.####### m4";XIN
820 PRINT:PRINT"Ressorts":PRINT"------"
830 PRINT"no  Abscisse  Coef. sous P  Coef. sous C"
840 PRINT"      m       MN/m        MNm/m"
850 FOR I=1 TO NR
860 PRINT USING"##    ##.###  #####.#####  #####.#####";I;XR(I);KR(I);KT(I)
870 IF KR(I)=0 THEN 900 ELSE KR(I)=1#/KR(I)
880 IF KT(I)=0 THEN 900 ELSE KT(I)=1#/KT(I)
890 KT(I)=-KT(I)
900 NEXT I
910 PRINT
920 PRINT"Charges":PRINT"------"
930 PRINT"no  Abscisse  Charge Concentree  Couple Concentre"
940 PRINT"      m         MN           MNm"
950 FOR I=1 TO NC
960 PRINT USING"##    ##.###    ####.#####      ####.#####";I;XC(I);P(I);T(I)
970 NEXT I
980 PRINT
990 INPUT"OK";IOK
1000 PRINT
1010 RETURN
1020 REM------------------------------------------
1030 REM Resolution d'un Systeme de MM Equations a MM Inconnues par GAUSS
1040 REM Les Constantes donnees et les Resultats sont dans la Colonne MM+1
1050 FOR I8=1 TO MM
1060 K8=I8
1070 IF A(K8,I8)<>0 THEN 1100
1080 K8=K8+1:IF K8<=MM THEN 1070
1090 PRINT"Determinant A =0":END
1100 FOR J8=1 TO MM+1
1110 SWAP A(I8,J8),A(K8,J8)
1120 NEXT J8
1130 FOR J8=MM+1 TO I8 STEP -1
1140 A(I8,J8)=A(I8,J8)/A(I8,I8)
1150 NEXT J8
1160 IF I8=MM THEN 1220
1170 FOR M9=I8+1 TO MM
1180 FOR J9=MM+1 TO I8 STEP -1
1190 A(M9,J9)=A(M9,J9)-A(M9,I8)*A(I8,J9)
1200 NEXT J9
1210 NEXT M9
1220 NEXT I8
1230 FOR I8=MM TO 1 STEP -1
1240 IF I8=MM THEN 1280
1250 FOR K8=I8+1 TO MM
1260 A(I8,MM+1)=A(I8,MM+1)-A(I8,K8)*A(K8,MM+1)
1270 NEXT K8
1280 NEXT I8
1290 RETURN
1300 REM------------------------------------------
1310 REM Ecriture des Resultats
1320 GOSUB 1680   ' Calcul des Reactions
1330 PRINT:PRINT"RESULTATS":PRINT"------":PRINT
1340 PRINT"Reactions":PRINT"------"
1350 PRINT"no  Abscisse  Reac.Vertic.  Couple de Reaction"
1360 PRINT"      m         MN          MNm":PRINT
1370 FOR I=1 TO NR
1380 PRINT USING"##   ##.###   ###.#####  #######.#####";I;XR(I);RH(I);RO(I)
1390 NEXT I
1400 PRINT
1410 PRINT"Sollicitations et Deformations":PRINT"------------------"
1420 PRINT"no  Abscisse  Effort Tr. (MN)    Moments (MNm)     Rotation   Fleche"
1430 PRINT"      m     Gauche    Droit    Gauche  Droit      mrd      mm"
1440 PRINT
1450 I=0:X=0:GOSUB 1600
1460 FOR I=1 TO NR
1470 X=XR(I)
1480 GOSUB 1600
1490 NEXT I
1500 FOR I=1 TO NC
1510 X=XC(I)
1520   FOR J1=1 TO NR
1530   IF XR(J1)=X THEN 1560
1540   NEXT J1
1550 GOSUB 1600
```

```
1560 NEXT I
1570 I=99:X=L:GOSUB 1600
1580 PRINT
1590 RETURN
1600 XVG=0:XVD=0:XMG=0:XMD=0:XROT=0:XFL=0
1610 GOSUB 1750    'Calcul de V, M, Rot, Fleche
1620 IF I=0 THEN XVG=0:XMG=0
1630 IF I=99 THEN XVD=0:XMD=0
1640  PRINT  USING"##     ##.###     ##.#####     ##.#####       ##.#####  ##.#####          ###.###
###.###";I;X;XVG;XVD;XMG;XMD;XROT*1000;XFL*1000
1650 RETURN
1660 REM————————————————
1670 REM Calcul des Reactions
1680 FOR I=1 TO NR
1690 RH(I)=A(I,MM+1)
1700 RO(I)=A(NR+I,MM+1)
1710 NEXT I
1720 RETURN
1730 REM————————————————
1740 REM Calcul des Sollicitations et Deformations de la Poutre
1750 FOR J=1 TO NR
1760 A=XR(J):P=-RH(J):C=-RO(J):GOSUB 2110
1770 XVG=XVG+VG:XVD=XVD+VD:XMG=XMG+MG:XMD=XMD+MD
1780 GOSUB 2210:XROT=XROT+ROT*P:XFL=XFL+FL*P
1790 GOSUB 2310:XROT=XROT+ROT*C:XFL=XFL+FL*C
1800 NEXT J
1810 FOR J=1 TO NC
1820 A=XC(J):P=P(J):C=T(J):GOSUB 2110
1830 XVG=XVG+VG:XVD=XVD+VD:XMG=XMG+MG:XMD=XMD+MD
1840 GOSUB 2210:XROT=XROT+ROT*P:XFL=XFL+FL*P
1850 GOSUB 2310:XROT=XROT+ROT*C:XFL=XFL+FL*C
1860 NEXT J
1870 RETURN
1880 REM——————————————————
1890 REM: Conversion Lecture Format Libre
1900    FOR I9=0 TO 12
1910    U(I9)=0
1920    NEXT I9
1930 I1=0
1940 IF CL$="" OR CL$="" THEN 2040
1950 J=1
1960 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 1960
1970 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I9=INSTR(1,CL$," ")
1980 IF I9=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 2000
1990 MOT$=LEFT$(CL$,I9-1)
2000 IF MOT$="" THEN 2030
2010 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
2020 GOTO 1940
2030    FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
2040    FOR I6=0 TO 12
2050    UMY(I6)=U(I6)
2060    NEXT I6
2070 RETURN
2080 REM————————————————
```



```
2090 REM Efforts Tranchants et Moments a Gauche et a Droite de l'Abscisse x
2100 REM sous une Charge P et un Couple C a l'Abscisse a
2110 IF X>A THEN 2160
2120 VG=P*(L-A)/L+C/L:VD=VG
2130 MG=P*(L-A)*X/L+C*X/L:MD=MG
2140 IF X=A THEN VD=VG-P:MD=MG-C
2150 GOTO 2180
2160 VG=-P*A/L+C/L:VD=VG
2170 MG=P*A*(1#-X/L)-C*(1#-X/L):MD=MG
2180 RETURN
2190 REM————————————————
2200 REM Fleche et Rotation en  x  sous Charge Unite en  a (phi et omega)
2210 B=L-A
2220 IF X>A THEN 2260
2230 ROT=B*(3#*X*X+A*A-2#*A*L)/EIL/6#
2240 FL=X*(L-A)*(X*X+A*A-2#*A*L)/EIL/6#
2250 GOTO 2280
2260 ROT=A*(6#*L*X-3#*X*X-A*A-2#*L*L)/6#/EIL
2270 FL=A*(L-X)*(A*A+X*X-2#*L*X)/6#/EIL
2280 RETURN
2290 REM————————————————
2300 REM Fleche et Rotation en  x  sous Couple Unite en  a (tau et rho)
2310 ROTA=(A*A/2#-A*L+L*L/3#)/EIL
2320 IF X>A THEN 2360
2330 ROT=X*X/2#/EIL+ROTA
2340 FL=X*X*X/6#/EIL+ROTA*X
2350 GOTO 2380
2360 ROT=(A*L-L*X+X*X/2#)/EIL+ROTA
2370 FL=(X-L)*(L*A-L*X/3#-L*L/3#+X*X/6#)/EIL+ROTA*(X-L)
2380 RETURN
2390 REM DONNEES
2400 ' NR = Nombre de Ressorts, NC = Nombre de Charges, L = Portee
2410 DATA 3,1,23
2420 '     NR Fois :
2430 ' Abscisse, Coef. sous Charges Concentree, Coeff. sous Couple Concentre
2440 DATA 10,18.79,12.3
2450 DATA 11.5,18.79,12.3
2460 DATA 13,18.79,12.3
2470 '     NC Fois :
2480 ' Abscisse, Charge Concentree, Couple Concentre
2490 DATA 11.5,0.12,0
2500 ' Module d'Young et Moment d'Inertie de la Poutre
2510 DATA 30000,0.000422
```

4.3.6. *Programme « INERTORS »*

Programme de calcul des moments d'inertie de flexion et de torsion de sections rectangulaires et en Té.

Données et résultats sur écran

```
INERTORS
Voulez-Vous Entrer les Donnes au Clavier=1 , en DATA=2 =?  1

Ecriture des Donnees en Format Libre : les Zeros en Fin de Ligne
peuvent etre oublies
b , h , bo , ho (Fin=0)=?  1.50 0.65 0.30 0.15

b , h , bo , ho (Fin=0)=?  0.8 0.30 0.08 0.08

b , h , bo , ho (Fin=0)=?  0


no     b      h      bo     ho      Aire    Moments d'Inertie (m4)
      (m)    (m)    (m)    (m)     (m2)    Flexion     Torsion
 1   1.500  0.650  0.300  0.150   0.3750   0.013053    0.004717
 2   0.800  0.300  0.080  0.080   0.0816   0.000416    0.000160
```

Listing « INERTORS »

```
10 REM Programme "INERTORS" - Calcul des Moments d'Inertie de Flexion et de Torsion
20 REM de Section Rectangulaire te en Te
30 REM Henry THONIER - Mars 1993
40 ON ERROR GOTO 60
50 GOTO 70
60 PRINT USING"Erreur##, Ligne#####";ERR;ERL:STOP
70 DEF FNTHY(X)=(EXP(2#*X)-1)/(EXP(2#*X)+1)
80 CALL TEXTFONT(4):CALL TEXTSIZE(9)    ' Propre au Macintosh
85 DEFDBL A-H,O-Z
90 PI=ATN(1#)*4#
100 CLS
110 DIM U(15),UMY(15),B(30),H(30),BO(30),HO(30),AIR(30),XIT(30),XIN(30)
120 INPUT"Voulez-Vous Entrer les Donnes au Clavier=1, en DATA=2 =";IET
130 IF IET=1 THEN 200
140 H=0:BO=0:HO=0
150 READ B
160 IF B=0 THEN 370
170 READ H,BO
180 IF BO>0 THEN READ HO
190 GOTO 260
200 IF NJ=0 THEN PRINT"Ecriture des Donnees en Format Libre : les Zeros en Fin de Ligne"
210 IF NJ=0 THEN PRINT"peuvent etre oublies"
220 INPUT"b, h, bo, ho (Fin=0)=";CL$
230 GOSUB 520   ' Format Libre
240 IF U(0)=0 THEN 370
250 B=U(0):H=U(1):BO=U(2):HO=U(3)
260 NJ=NJ+1
270 B(NJ)=B:H(NJ)=H:BO(NJ)=BO:HO(NJ)=HO
280 IF BO*HO>0 THEN E=BO:GE=H-.75#*HO
290 IF BO*HO=0 THEN E=B:GE=H
300 GOSUB 830    ' Coefficient k2
310 XIT(NJ)=XIT(NJ)+XK2*E^3*GE
320 IF BO*HO>0 THEN E=HO:GE=B:GOSUB 830:XIT(NJ)=XIT(NJ)+XK2*E^3*GE
330 GOSUB 410   ' Aire et Inertie de Flexion
340 AIR(NJ)=AIR(NJ)+AIR
350 XIN(NJ)=XIN(NJ)+XIN
360 GOTO 130
370 GOSUB 720   ' Ecriture des Resultats
380 END
390 REM---------------------------------
400 REM Aire et Inertie de Flexion
410 IF BO*HO>0 THEN 450
420 AIR=B*H
430 XIN=B*H^3/12
440 GOTO 490
450 AIR=BO*H+(B-BO)*HO
460 STAT=BO*H^2/2+(B-BO)*HO^2/2
470 V=STAT/AIR
480 XIN=BO*H^3/3+(B-BO)*HO^3/3-V^2*AIR
490 RETURN
500 REM---------------------------------
510 REM: Conversion Lecture Format Libre
520 FOR I6=0 TO 12
530 U(I6)=0
540 NEXT I6
550 I1=0
560 IF CL$="" OR CL$=" " THEN 660
570 J=1
580 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 580
590 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I=INSTR(1,CL$," ")
600 IF I=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 620
610 MOT$=LEFT$(CL$,I-1)
620 IF MOT$="" THEN 650
630 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
640 GOTO 560
650 FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
660 FOR I6=0 TO 12
670 UMY(I6)=U(I6)
680 NEXT I6
690 RETURN
700 REM---------------------------------
710 REM Ecriture des Resultats
720 PRINT:PRINT"no    b    h    bo    ho    Aire    Moments d'Inertie (m4)"
730 PRINT"     (m)  (m)  (m)  (m)  (m2)   Flexion    Torsion"
740 FOR I=1 TO NJ
750 IF BO(I)*HO(I)=0 THEN 780
760    PRINT    USING"##        ##.###    ##.###    ##.###    ##.###    ###.####    ####.######
####.######";I;B(I);H(I);BO(I);HO(I);AIR(I);XIN(I);XIT(I)
770 GOTO 790
780 PRINT USING"## ##.### ##.###          ###.#### ####.###### ####.######";I;B(I);H(I);AIR(I);XIN(I);XIT(I)
790 NEXT I
800 RETURN
810 REM---------------------------------
820 REM Calcul du Coefficient k2 de Moment de Torsion
830 IF GE<E THEN SWAP E,GE
840 XEB=E/GE
842 U1=0
848 IPAS=7
850 IF GE/E>32 THEN IPAS=5
852  IF GE/E>45 THEN IPAS=3
853 IF GE/E>75 THEN IPAS=1
854 IF GE/E>200 THEN XK2=1/3:GOTO 920
860 FOR I=1 TO IPAS STEP 2
```

```
870 X=I*PI/2#/XEB
880 GOSUB 930
890 U1=U1+Y/I^5#
900 NEXT I
910 XK2=(1#-192#/PI^5#*XEB*U1)/3#
920 RETURN
930 Y=(EXP(2#*X)-1)/(EXP(2#*X)-1)
940 RETURN
950 DATA 1.5,0.65,0.3,0.15
955 DATA 0.8,0.3,0.08,0.08
960 DATA 0.4,0.8
970 DATA 0,0
```

4.4. Calcul d'un plancher nervuré à poutrelles préfabriquées en béton armé

4.4.1. Données

Charge d'exploitation $q = 5$ kN/m² (boutiques et annexes),
Fissuration peu préjudiciable (intérieur de bâtiment),
acier $f_e = 500$ MPa,
béton $f_{c28} = 25$ MPa pour le béton coulé sur place, soit $\sigma_{bu} = 0{,}85 f_{c28} / 1{,}5 = 14{,}17$ MPa et 30 MPa pour les prédalles, soit $\sigma_{bu} = 0{,}85 \times 30 / 1{,}5 = 17$ MPa,
portée des nervures 7,44 m entre nus d'appuis.

4.4.2. Dimensionnement (Fig.17 et 18)

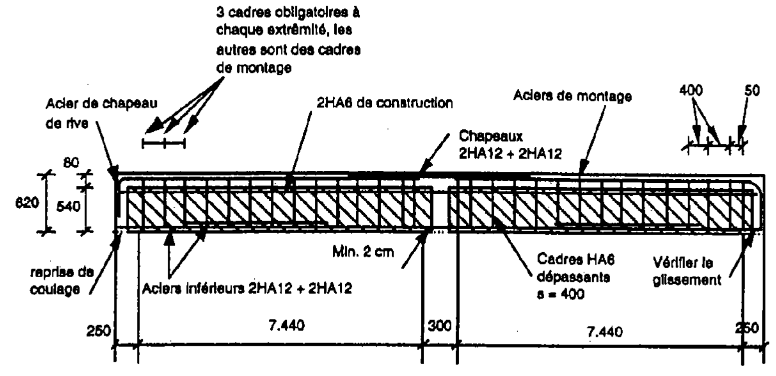


Fig.17 – Plancher nervuré – Vue en élévation des nervures

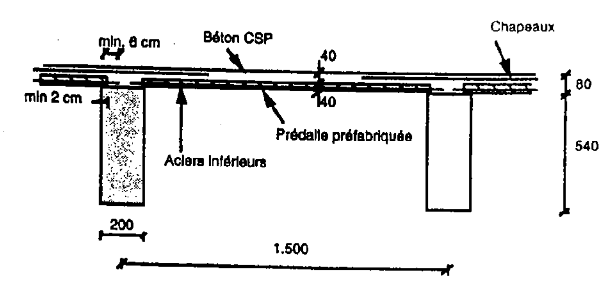


Fig.18 – Plancher nervuré – Coupe sur nervures et prédalles

Prédalles à pose manuelle : épaisseur de 4 cm (ce qui correspond à l'épaisseur minimum suivant BAEL 91 § B.7.6.1 pour les prédalles de petites dimensions), largeur 0,40 m, longueur 1,29 m, soit un poids de 0,04 x 0,40 x 1,29 x 23,5 = 0,485 kN (50 kg à poser par deux ouvriers).

Dalle : épaisseur minimum = deux fois l'épaisseur de la prédalle (BAEL 91, § B.7.6.0), soit 8 cm. Ce qui pour une portée de 1,29 m correspond à un élancement de 129 / 8 = 16 < 30 **OK**

Nervures : pour des raisons de résistance aux moments sur appuis, nous retiendrons une largeur de 0,20 m et une hauteur totale de 1/12 de la portée = 0,62 m et une hauteur de nervure de 0,62 - 0,08 = 0,54 m.

4.4.3. Prédalle sans étai

L'avantage des prédalles (type PERBA) de petites dimensions est la pose sans étai et à la main.

Hauteur totale $h = 0{,}04$ m,
hauteur utile $d = 0{,}02$ m (aciers à mi-épaisseur),
portée L = 1,25 m entre nus,
charges permanentes de chantier $g_0 = 0{,}04$ m x 24,5 kN/m³ = 0,98 kN/m²
charges variables de chantier $q_0 = 0{,}04$ m x 24,5 kN/m³ = 0,98 kN/m² (le poids de béton, lors de son coulage, est à considérer comme une charge variable du fait de concentration localisée possible au droit du déversement de la benne ou de la pompe à béton ; à cette charge, on doit ajouter la charge de personnel : 1 kN concentré à mi-portée (BAEL 91, § B.7.6.212 et § B.6.8.412).

En ELU, le moment vaut :
$M_u = (1{,}35 \times 0{,}98 + 1{,}5 \times 0{,}98)\, 1{,}25^2 / 8 + 1{,}5 \times 1{,}25 / 4 = 1{,}015$ kNm/m
le moment réduit $\mu = M_u / (b\, d^2\, \sigma_{bu}) = 1{,}015\ 10^{-3} / (0{,}02^2 \times 17) = 0{,}149 < 0{,}37$
donc $\sigma_u = f_e / \gamma_s = 500 / 1{,}15 = 435$ MPa
$z = 0{,}5\, d\, (1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}5 \times 0{,}02\, (1 + \sqrt{1 - 2 \times 0{,}149}) = 0{,}01837$ m
$A_s = M_u / (z\, \sigma_u) = 1{,}015\ 10^{-3} / (435 \times 0{,}01837)\ 10^4 = 1{,}27$ cm²/m

Nous retiendrons (Fig.19) **3 HA6 par dallette**, soit 0,283 x 3 / 0,4 = 2,12 cm²/m > 1,27 **OK** (avec deux barres par dallette, on aurait un espacement supérieur à 0,33 m, valeur non admise, BAEL 91 § A.8.2.42).

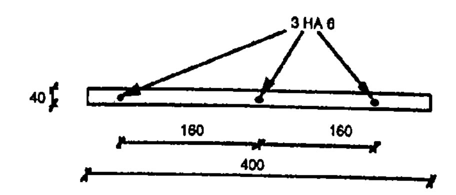


Fig.19 – Coupe sur prédalle et ferraillage

La vérification en ELS ne porte que sur la contrainte de compression du béton, car la fissuration est peu préjudiciable.
Le moment ELS vaut M = (0,98 + 0,98) x $1{,}25^2$ / 8 + 1,25 / 4 = 0,695 kNm/m
Le moment réduit β = M / ($b\,d^2$) = 0,695 10^{-3} / ($0{,}02^2$) = 1,74 < 3, donc la contrainte de compression du béton est inférieure à 15 MPa, donc *a fortiori* à 0,6f_{c28} = 18 MPa **OK**

4.4.4. Dalle en phase de service

Flexion en ELU

La travée la plus sollicitée est la travée de rive. Appliquons la méthode de Caquot avec :
g = 0,08 x 24,5 = 1,96 kN/m²
q = 5 kN/m²
p_{max} = 1,35 g + 1,5 q = 10,15 kN/m²
p_{min} = 1,35 g = 2,646 kN/m²
portée entre nus L = 1,25 m,
hauteur totale h = 0,08 m,
hauteur utile d = 0,06 m.

Le moment maximum sur appui est donné par un chargement p_{max} sur les deux premières travées :
M_{ua} = - [1 + $(0{,}8)^3$)] p_{max} L² / (1,8 x 8,5) = 1,57 kNm/m d'après Caquot
moment réduit μ = 1,57 10^{-3} / ($0{,}06^2$ x 14,17) = 0,0307 < 0,37 donc σ_u = 435 MPa
bras de levier z = 0,5 d (1 + $\sqrt{1-2\mu}$) = 0,5 x 0,06 (1 + $\sqrt{1-2\times 0{,}0307}$) = 0,059 m
acier A_s = M_{ua} / ($z\,\sigma_u$) = 1,57 10^{-3} / (0,059 x 435) 10^4 = 0,61 cm²/m, soit **3 HA6** par mètre (0,85 cm²/m).

Le moment maximum en travée est obtenu avec une charge maximum en première travée et une charge minimum en deuxième travée.

Sur appui :
M_{ua} = - [p_{max} + $(0{,}8)^3$ p_{min})] L² / (1,8 x 8,5)
= - (10,15 + 0,512 x 2,646) $1{,}25^2$ / (1,8 x 8,5) = 1,175 kNm/m

moment isostatique M_o = p_{max} L² / 8 = 1,982 kNm/m
moment à mi-travée M_{ut} = M_o + M_{ua} / 2 = 1,395 kNm/m

Une règle de trois avec l'acier trouvé précédemment (ce qui va dans le sens de la sécurité car le moment est inférieur et le bras de levier plus grand) donne :
A_s = 0,61 x 1,395 / 1,57 = 0,54 cm²/m < 0,85 **OK.**

Le moment maximum est légèrement supérieur au moment à mi-travée, cependant, compte tenu de la section d'acier mise en place très supérieure, nous n'effectuerons pas le calcul.

Cisaillement en ELU

On doit vérifier le non-glissement entre la prédalle et le béton coulé sur place.
Effort tranchant ultime V_u = 1,10 p_{max} L / 2 avec une majoration de 10 % pour tenir compte de la continuité, soit :
V_u = 1,10 x 10,15 x 1,25 / 2 = 6,98 kN
τ_u = V_u / ($b\,d$) = 348 kPa < 0,35 MPa (BAEL § A.5.3.3) OK.

On n'aura pas à disposer d'armatures de couture entre la prédalle et le béton coulé sur place à condition qu'il y ait des indentations en partie supérieure des prédalles.

Flexion en ELS

Comme la fissuration est peu préjudiciable, nous n'aurons pas à vérifier la contrainte des aciers.
Sinon, en fissuration préjudiciable, nous aurions à calculer la contrainte de traction en ELS de la prédalle seule (d = 0,02 m) sous le poids des 8 cm de béton, à laquelle on ajouterait la contrainte due aux charges d'exploitation de la dalle entière (d = 0,06 m). On vérifierait que la contrainte totale ne dépasse pas 202 MPa.

4.4.5. Nervure

Flexion en ELU en phase de construction

Charges permanentes
g = (0,08 m x 1,50 m + 0,20 m x 0,54 m) x 24,5 kN/m³ = 5,59 kN/m
Charges d'exploitation de chantier q = 1,5 m x 1 kN/m² = 1,5 kN/m
Portée entre nus L = 7,44 m
Hauteur totale h = 0,54 m
Hauteur utile d = 0,54 - 0,05 = 0,49 m.

Ce qui correspond à un enrobage de 15 mm, un cadre de 6 mm, deux lits d'aciers de 14 mm séparés de 20 mm, soit 45 mm arrondis à 50 mm).

Moment isostatique M_o = (1,35 g + 1,5 q) L² / 8 = 67,8 kNm = 0,0678 MNm
moment réduit μ = M_o / ($b_o\,d^2\,\sigma_{bu}$) = 0,0678 / (0,20 x $0{,}49^2$ x 14,17) = 0,10 < 0,37
donc σ_u = 435 MPa
bras de levier z = 0,5 d (1 + $\sqrt{1-2\mu}$) = 0,464 m
section d'acier en travée A_s = M_o / ($z\,\sigma_u$) = 0,0678 / (0,464 x 435) 10^4 = 3,36 cm².
La poutrelle sera donc posée sans étai.

Flexion ELS en construction

Nous ne vérifierons que la contrainte de compression du béton du fait que la fissuration est peu préjudiciable.
M = (g + q) L² / 8 = (5,59 + 1,5) $7{,}44^2$ / 8 = 49,1 kNm = 0,0491 MNm
moment réduit β = M / ($b_o\,d^2$) = 0,0491 / (0,2 x $0{,}49^2$) = 1,02 < 3 MPa OK

Effort tranchant en phase de construction

V_u = (1,35 g + 1,5 q) L / 2 = 36,5 kN = 0,0365 MN
Cisaillement τ_u = V_u / ($b_o\,d$) = 0,0365 / (0,20 x 0,49) = 0,37 MPa

Flexion en phase d'exploitation

Charges permanentes $g = 5{,}59$ kN/m
Charges d'exploitation $q = 1{,}5 \text{ m} \times 5 \text{ kN/m}^3 = 7{,}5$ kN/m
Portée entre nus L = 7,44 m
Hauteur totale $h = 0{,}62$ m
Hauteur utile $d = 0{,}62 - 0{,}05 = 0{,}57$ m

Du fait que l'on a deux travées seulement, le moment sur appui est important :

- $(1{,}35\,g + 1{,}5\,q)\,L^2 / 8$ par les trois moments,
- $(1{,}35\,g + 1{,}5\,q)\,L^2 / 8{,}5$ par Caquot,
- $(1{,}35 \times 2/3\,g + 1{,}5\,q)\,L^2 / 8{,}5$ par Caquot minoré,
- $0{,}6\,(1{,}35\,g + 1{,}5\,q)\,L^2 / 8$ par les Règles forfaitaires.

Nous retiendrons la méthode de Caquot minoré qui est la plus satisfaisante dans ce cas.

Moment isostatique $M_o = (1{,}35\,g + 1{,}5\,q)\,L^2 / 8 = 130$ kNm = 0,13 MNm
moment sur appui $= M_{ua} = -(1{,}35 \times 2/3\,g + 1{,}5\,q)\,L^2 / 8{,}5 = 106$ kNm = 0,106 MNm
moment réduit $\mu = M_{ua} / (b_o\,d^2\,\sigma_{bu}) = 0{,}106 / (0{,}20 \times 0{,}57^2 \times 14{,}17) = 0{,}115 < 0{,}37$,
donc $\sigma_u = 435$ MPa.

Bras de levier $z = 0{,}5\,d\,(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}535$ m
section d'acier sur appui $A_s = M_{ua} / (z\,\sigma_u) = 0{,}106 / (0{,}535 \times 435)\,10^4 = 4{,}55 \text{ cm}^2$
soit **4 HA12** en deux lits en chapeaux (4,52 cm² à 0,7 % près)

On vérifie bien que l'hypothèse sur la hauteur utile est bonne.

Pour les **aciers inférieurs,** calculons le moment maximum en travée.
Moment sur appui $= M_{ua} = -(p_{max} + p_{min})\,L^2 / 17$ avec :
$p_{max} = 1{,}35 \times 2/3\,g + 1{,}5\,q = 16{,}28$ kN/m
$p_{min} = 1{,}35 \times 2/3\,g = 5{,}03$ kN/m
$M_{ua} = -69{,}4$ kNm
abscisse relative du point de moment maximum (voir le Projet de Béton Armé, [6], page 111) :
$x_o = 0{,}5 + (M_2 - M_1) / 8 / Mo = 0{,}5 + (-69{,}4) / 8 / 130 = 0{,}4333$ L
$M_{max} = (1 - x_o)(4\,M_o\,x_o + M_1) + x_o\,M_2 = 97{,}6$ kNm = 0,0976 MNm (soit $0{,}75\,M_o$).

Par simplification, pour éviter un calcul de section en Té, et en allant dans le sens de la sécurité, nous ne prendrons en compte que la nervure seule en travée, on obtient un moment réduit :
$\mu = M_{max} / (b_o\,d^2\,\sigma_{bu}) = 0{,}0976 / (0{,}2 \times 0{,}57^2 \times 14{,}17) = 0{,}106 < 0{,}37$
donc $\sigma_u = 435$ MPa
bras de levier $z = 0{,}5\,d\,(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}538$ m
section d'acier en travée $A_s = M_{max} / (z\,\sigma_u) = 4{,}17 \text{ cm}^2 > 3{,}36$ en phase de construction, nous disposerons de **4 HA12** soit 4,52 cm² en aciers inférieurs.

Effort tranchant en phase d'exploitation

$V_u = 1{,}25\,(1{,}35\,g + 1{,}5\,q)\,L/2 = 87{,}4$ kN = 0,0874MN
Le coefficient 1,25 correspond à la continuité sur appuis pour deux travées.

Cisaillement $\tau_u = V_u / (b_o\,d) = 0{,}0874 / (0{,}20 \times 0{,}57) = 0{,}766 \text{ MPa} < 0{,}2\,f_{c28}/\gamma_b = 3{,}33$ MPa

Si l'on dispose d'indentations d'au moins 5 mm de profondeur (BAEL 91, § A.5.1.23), on peut, pour des nervures préfabriquées avec reprise de bétonnage, ne pas disposer de cadres dans la partie centrale de la travée sur une longueur égale à :

Max [L / 2 ; L - 4 h] = Max [7,44 / 2 ; 7,44 - 2 x 0,62] = Max [3,72 ; 6,20] = 6,20 m
et si le cisaillement est inférieur à $0{,}3\,f_{c28} = 0{,}75$ MPa. Comme cette vérification est bonne à 2 % près, nous ne disposerons d'aciers qu'aux deux extrémités sur une longueur de 0,62 m et à condition que le cisaillement y soit inférieur à $0{,}3\,f_{t28} = 0{,}3 \times 2{,}1 = 0{,}63$ MPa.

Soit 3 cadres HA6 espacés de 0,40 m à chaque extrêmité.
L'espacement maximum autorisé est de 0,40 m.
A l'abscisse $x = 0{,}05 + 2 \times 0{,}40 = 0{,}85$ m de l'appui intermédiaire, l'effort tranchant vaut
$V_u = 87{,}4 \text{ kN} - 0{,}85 \text{ m}\,(1{,}35\,g + 1{,}5\,q) = 71{,}4$ kN
et le cisaillement $\tau_u = 0{,}626 \text{ MPa} < 0{,}63$ **OK.**

Cependant, pour des raisons de montage des aciers inférieurs, nous disposerons de cadres de construction, espacés de 0,40 m, sur toute la travée. Pour la même raison, on placera 2 HA6 filants en partie supérieure de la poutrelle préfabriquée (Fig.20).

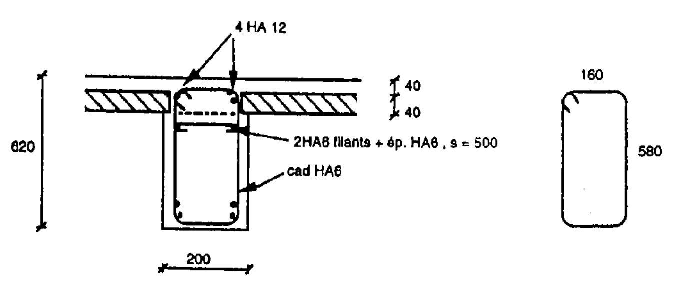


Fig.20 – Coupe sur nervure près de l'appui

5. PLANCHERS À POUTRES CROISÉES ET PLANCHERS-CAISSONS

5.1. Principe de calcul

Les planchers à poutres croisées sont constitués de deux ou plusieurs systèmes de poutres reposant elles-mêmes sur des poutres principales ou des voiles. Le cas le plus courant est celui de deux systèmes de poutres orthogonales (Fig.3 du Chap.6).
Lorsque les espacements des poutres parallèles sont faibles, moins de 1,50 m, ce type de plancher est appelé plancher-caisson.

Le calcul est mené en supposant :
- que les charges ne sont appliquées qu'aux nœuds - ainsi les charges réparties sont concentrées au nœud le plus proche,
- que les inerties de torsion des poutres sont supposées négligeables et que les rotations des poutres ne sont fonction que des seuls effets de la flexion.

On considère que la charge P_i appliquée sur chaque nœud i se décompose en :
- une réaction R_i reprise par la poutre passant par le nœud i et parallèle à l'axe Ox,
- une charge $P_i - R_i$ reprise par la poutre passant par le nœud i et parallèle à l'axe Oy.

On écrit alors que la flèche du point i est la même pour les deux poutres passant par ce nœud. On obtient ainsi un système de n équations à n inconnues.

5.2. Plancher nervuré ou plancher à poutres croisées ?

Considérons le plancher rectangulaire de la figure 21, constitué de :
- deux poutres de longueur L_x et d'inertie I_x
- deux poutres de longueur L_y et d'inertie I_y avec $L_y < L_x$.

Les extrémités sont supposées articulées, et la charge uniforme p est supposée concentrée aux nœuds au travers de quatre charges $P = p\, L_x\, L_y / 9$. Les charges réparties situées près des appuis sont supposées transmises directement à ces appuis.

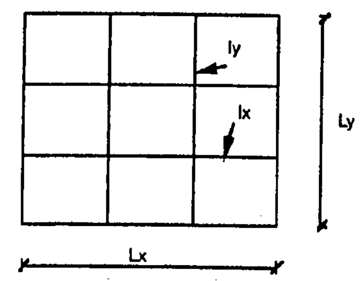


Fig. 21 – Plancher à poutres croisées 3 x 3

Si l'inertie I_x des poutres de portées L_x est faible et que $L_y << L_x$, on est en droit de penser que le fonctionnement de l'ensemble est celui de nervures de portées L_x reposant sur des poutres de portées L_y. Par contre pour les mêmes portées L_x et L_y, mais avec des inerties I_y très faibles par rapport à I_x, ce serait l'inverse. Entre les deux, on aurait un plancher à poutres croisées.
La flèche au tiers de la portée d'une poutre soumise à deux charges concentrées au tiers et aux deux-tiers de la portée est donnée par (voir chapitre 2, cas 4) :
$f = -5\, P\, L^3 / (162\, E\, I)$
Ainsi l'égalité des flèches entraîne :

$$\frac{R L_x^3}{I_x} = \frac{(P-R)\, L_y^3}{I_y} \quad \text{ou} \quad R = \frac{P}{1 + \dfrac{I_y L_x^3}{I_x L_y^3}} \qquad (1)$$

La réaction R est négligeable si le dénominateur est très élevé. Par exemple si

$$\frac{I_y L_x^3}{I_x L_y^3} > 100.$$

On sera alors dans la configuration poutres nervurées reposant sur des poutres principales. Le moment maximum dans les nervures de portées L_x vaut $M = R\, L_x / 3$.

EXEMPLE : Prenons des portées $L_x = 9$ m et $L_y = 6$ m et pour simplifier des poutres de même largeur $b = 0{,}25$ m, une charge répartie uniforme $p = 10$ kN/m². La charge à reprendre par nœud vaut $P = p\, L_x\, L_y / 9 = 60$ kN.
Pour des poutres rectangulaires, $I = b\, h^3 / 12$ avec $h_y = 0{,}50$ m
On trouve d'après l'équation (1) :
$R = P / (1 + 0{,}421875 / h_x^3)$
$R = 0{,}01\, P$ pour $h_x = 0{,}162$ m et $R = 0{,}99\, P$ pour $h_x = 3{,}47$ m.
On peut considérer que l'on a :
- un plancher nervuré avec des nervures parallèles à Ox pour $h_x < 0{,}162$ m et
- un plancher nervuré avec des nervures parallèles à Oy pour $h_x > 3{,}47$ m.

Pour des hauteurs intermédiaires, on est en présence d'un plancher à poutres croisées.

Remarque

Le ferraillage des nervures est effectué comme celui d'une poutre continue de trois travées de portée $L_x / 3$ avec des aciers ce chapeaux sur appuis pour reprendre les moments négatifs, alors que le ferraillage des poutres de longueur L_y est celui d'une poutre sur appuis simples de portée L_y avec deux charges concentrées P aux tiers et aux deux-tiers de la portée.

5.3. Dalle rectangulaire

On peut considérer une dalle rectangulaire comme constituée de nombreuses poutres parallèles dans les deux directions Ox et Oy. On est donc ramener au calcul d'un plancher à poutres croisées.
Pour commencer, prenons l'exemple d'une dalle carrée de côté a, d'épaisseur h, que l'on va assimiler, en première approximation, à un plancher de deux poutres croisées (Fig.22).
Par raison de symétrie, la charge reprise par chaque nervure, en leur milieu, vaut 0,5 P, avec $P = p\, a^2 / 4$, (partie hachurée), le moment est égal à : $M = 0{,}5\, (pa^2 / 4) \times a / 4 = p\, a^3 / 32$ pour une largeur reprise par la nervure de 0,5 a, soit par unité de largeur :
$m = M / (0{,}5\, a) = p\, a^2 / 16$. Ce résultat peut s'expliquer en disant que le moment isostatique d'une poutre sur appui simple $p\, a^2 / 8$ est repris pour moitié par une nervure et pour moitié par l'autre.

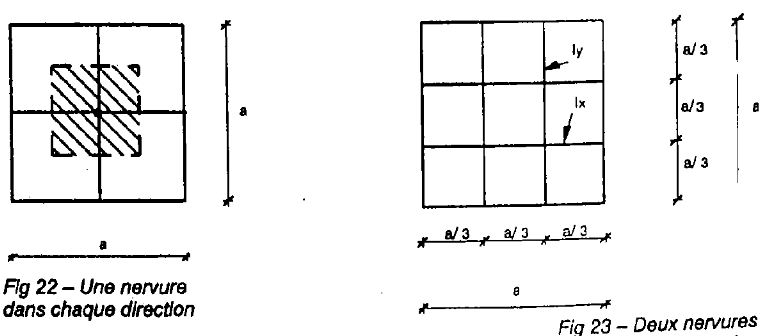


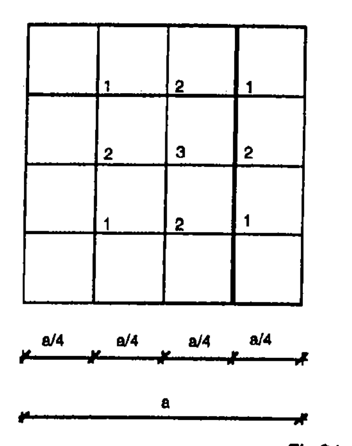
Fig 22 – Une nervure dans chaque direction

Fig 23 – Deux nervures dans chaque direction

Prenons maintenant deux poutres dans chaque direction. (Fig.23). La charge uniforme est p et l'inertie de chaque poutre vaut : $I = a\, h^3 / 36$.

Par raison de symétrie, on a R = P - R = 0,5 P = 0,5 $(p\,a^2)$ / 9 = $p\,a^2$ / 18.
Chaque poutre est donc soumise à deux charges concentrées R aux tiers et deux-tiers de la portée a, d'où le moment M :
M = R a / 3 = $p\,a^3$ / 54 pour une largeur de dalle a / 3, soit par unité de largeur :
M = $p\,a^2$ / 18 au lieu :
$p\,a^2$ / 24 par les lignes de rupture (voir chapitre 6)
$p\,a^2$ / 27 par la méthode de Navier pour un coefficient de Poisson nul (BAEL, annexe E3)
$p\,a^2$ / 22,7 par la même méthode avec un coefficient de Poisson égal à 0,2.

On pourrait penser que cette différence est due au nombre de insuffisant poutres prises en compte.
Essayons avec 3 poutres dans chaque direction (Fig.24). Par raison de symétrie, on a trois inconnues R_i.



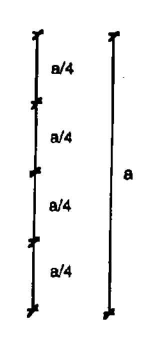
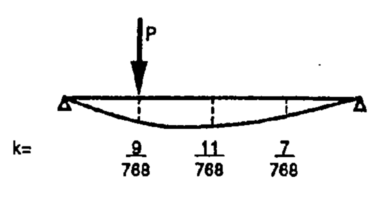


Fig.24 – Trois nervures dans chaque direction

Sachant que la flèche à l'abscisse a sous une charge placée à l'abscisse x d'une poutre de portée L et d'inertie I est donnée par (voir chapitre 2, cas 3) :
$f = Q\,x\,(L - a)\,(x^2 + a^2 - 2\,a\,L)\,/\,(6\,E\,I\,L)$ pour $x < a$ et
$f = Q\,a\,(L - x)\,(a^2 + x^2 - 2\,x\,L)\,/\,(6\,E\,I\,L)$ pour $x > a$
La figure 24 bis donne les valeurs de k pour une flèche de la forme $f = -\,k\,L^3\,/\,(E\,I)$.
Soit P_i = P la charge appliquée à chaque nœud : P = $p\,a^2$ / 16



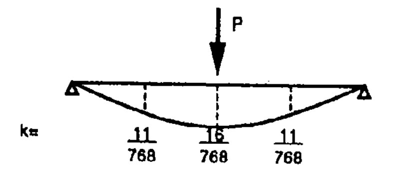


Fig.24 bis

On peut donc établir les équations de compatibilté des flèches en chacun des quatre points de la figure 24 :
- par raison de symétrie, $R_1 = P_1 - R_1 = 0{,}5\,P_1 = 0{,}5\,P$
- pour la même raison, $R_3 = P_3 - R_3 = 0{,}5\,P_3 = 0{,}5\,P$
- il reste une inconnue R_2 (charge reprise par les poutres de portée $L_x = a$) que l'on obtiendra par égalisation des flèches au point 2 dans les deux directions, soit :

$f_2 = [11\,R_1 + 16\,R_2 + 11\,R_1)\,a^3\,/\,(768\,E\,I) = [9\,(P - R_2) + 11\,R_3 + 7\,(P - R_2]\,a^3\,/\,(768\,E\,I)$

d'où R_2 = 21 P / 64.

Le moment maximum est obtenu à mi-portée de la poutre centrale (parallèle à Oy) avec les charges :
P_2 = (64 - 21) / 64 P = 43 P / 64 à l'abscisse a / 4,
P_3 = 32 / 64 P à l'abscisse 2 a / 4,
P_2 = (64 - 21) / 64 P = 43 P / 64 à l'abscisse 3 a / 4.
M = $P_2\,(a\,/\,4) + P^3\,a\,/\,4 = 75\,p\,a^3\,/\,4\,096$
ou par unité de largeur en divisant par a / 4 :
M = 75 $p\,a^2$ / 1 024 = $p\,a^2$ / 13,65

Essayons avec un nombre plus élevé de poutres (Programme « POUCROI »), on trouve les dénominateurs k permettant de calculer le moment par unité de largeur M = $p\,a^2$ / K pour n poutres :

n =	1	2	3	4	5	6	7	8
K =	16	18	13,65	14,55	13,30	13,75	13,16	13,48

On constate une convergence vers la valeur 13,33, qui est éloignée de la valeur des dalles calculées à la rupture ($p\,a^2$ / 24) ou calculées suivant le tableau du BAEL ($p\,a^2$ / 27).
La raison provient du fait que l'on a négligé la raideur à la torsion des poutres.

EXEMPLE : une dalle représentée par 2 nervures croisées dans chaque direction, calculées en tenant compte de la torsion (Fig.21)
Les 4 nœuds ont des valeurs de flèches et rotations identiques.
Nous serons amenés à calculer :

- la rotation de flexion sous les deux charges concentrées 0,5 P aux 1/3 et 2/3 de la portée qui est égale à l'aire hachurée de la figure 25, à la constante E I près (rotation = intégrale de M/EI) :

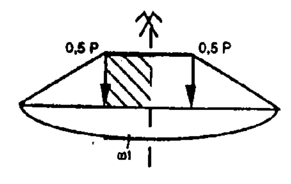


Fig.25 – Rotation de flexion sous l'action de deux charges 0,5 P

$$\omega_1 = 0{,}5\mathrm{P}\frac{a}{3}\frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{a}{6} = \frac{\mathrm{P}a^2}{36\mathrm{EI}}$$

Le moment d'inertie de flexion I vaut $\mathrm{I} = b\,h^3/12$;

- la rotation de flexion de la même nervure sous un moment de torsion T aux 1 / 3 et 2 / 3 de la portée, qui est due au moments de torsion des 2 nervures perpendiculaires, aux 1 / 3 de leur portée. Dans le tiers central de la portée, le moment de flexion est constant (Fig.26), la rotation ω_2 est égale, à la constante E I près, à l'aire hachurée de la figure 26 :

$$\omega_2 = \mathrm{T}\frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{a}{6} = \frac{\mathrm{T}a}{6\mathrm{EI}}$$

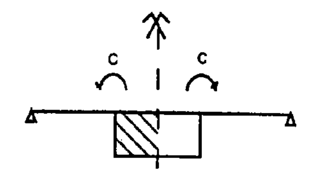


Fig.26 – Rotation de flexion sous l'action de deux couples T

- la rotation de torsion sous les deux couples T aux 1/3 et 2/3 de la portée (Fig.27) qui est égale à :

$$\omega_3 = \frac{a\mathrm{T}}{3\mathrm{GJ}} + \frac{0{,}5a\mathrm{T}}{3\mathrm{GJ}} = \frac{a\mathrm{T}}{2\mathrm{GJ}}$$

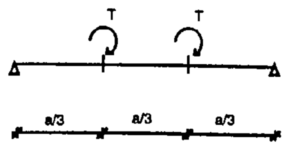


Fig.27 – Rotation de torsion sous l'action de deux couples T

Le moment d'inertie de torsion est égal à $\mathrm{J} = k_2\,b\,h^3$, le coefficient k_2 est fonction du rapport $b\,/\,h$ (voir en 4-3-2 ci-dessus).

Le module d'élasticité transversale :

$$\mathrm{G} = \frac{\mathrm{E}}{2\,(1+\nu)} \text{ pour } \nu = 0$$

soit $2\,\mathrm{G\,J} = k_2\,\mathrm{E}\,b\,h^3 = 12\,k_2\,\mathrm{E\,I}$ et

$$\omega_3 = \frac{a\mathrm{T}}{2\mathrm{GJ}} = \frac{a\mathrm{T}}{12k_2\mathrm{EI}}.$$

L'égalisation des rotations donne la relation suivante :

$\omega_1 - \omega_2 = \omega_3$ soit

$$\frac{\mathrm{P}a^2}{36\mathrm{EI}} - \frac{\mathrm{T}a}{6\mathrm{EI}} = \frac{\mathrm{T}a}{12k_2\mathrm{EI}}$$

soit $\mathrm{T} = \frac{\mathrm{P}a}{3}\frac{k_2}{2k_2+1}$ et le moment maximum à mi-travée vaut :

$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{P}a}{6} - \mathrm{T} = \frac{\mathrm{P}a}{6}\frac{1}{2k_2+1} = \frac{pa^2}{18}\frac{1}{2k_2+1}$ soit $\mathrm{M} = p\,a^2/28{,}8$ pour $k_2 = 0{,}3$ et le moment m par unité de largeur, en divisant par $a\,/\,3$ et en remplaçant P par $pa^2\,/\,9$

$m = \frac{pa^2}{18}\frac{1}{2k_2+1}$ soit $m = p\,a^2\,/\,28{,}8$ pour $k_2 = 0{,}3$ au lieu de $p\,a^2\,/\,18$ si l'on ne tient pas compte de la résistance à la torsion. Le moment est divisé par 1,6. C'est loin d'être négligeable.

On trouve un dénominateur de 28,8, valeur proche de 27,7 obtenu par la méthode élastique.

Remarque

Comparaison des moments d'inertie de torsion d'un plancher-caisson et d'une dalle de même épaisseur totale.	**Dalle pleine** épaisseur dalle : 0,30 m largeur dalle : 0,80 m	**Plancher-caisson** épaisseur table : 0,08 m largeur table : 0,80 m épaisseur nervure : 0,08 m hauteur nervure sous dalle : 0,22 m	
		table	nervure
Dimensions *x. y*	0,80 x 0,30	0,80 x 0,08	$h - 0{,}75h_0 = 0{,}24$ 0,24 x 0,08
Rapport *y / x*	0,375	0,100	0,3634
Coefficient k_2 (*)	0,255	0,312	0,257
Moment d'inertie de torsion = $k_2 \times y^3$	0,005 508	0,000 128	0,000 029
Valeur relative	1	1 / 43	1 / 190
	1	1 / 35 ≈ 0	

(*) Le coefficient k_2 est donné en fin de chapitre – Résumé « Torsion ».

On remarque que le moment d'inertie de torsion du plancher-caisson est négligeable devant celui de la dalle pleine.

En conclusion, ne jamais calculer les moments fléchissants d'un plancher-caisson à partir des méthodes de calcul des dalles pleines.

5.4. Programme « POUCROI »

5.4.1. Mode d'emploi

Programme de calcul de poutres croisées sur une maille rectangulaire sans prise en compte de la résistance à la torsion.

1° Ligne $\mathrm{N}_x, \mathrm{N}_y$, Type
N_x = nombre de poutres parallèles à O*y*
N_y = nombre de poutres parallèles à O*x*
Type = 1 pour des poutres régulièrement distribuées, = 0 dans le cas contraire

2° Ligne	E, L_x, L_y E = module d'Young du matériau (MPa) L_x = portée (m) suivant Ox L_y = portée (m) suivant Oy
3° Ligne (si Type = 1)	I_x, I_y, p I_x = moment d'inertie (m^4) des poutres parallèles à Oy I_y = moment d'inertie (m^4) des poutres parallèles à Ox p = charge répartie uniforme (kN/m^2)
4° Ligne (si Type = 0)	i, j, e, I de la poutre i à la poutre j : e = écartement entre la poutre et la précédente (ou l'appui) I = moment d'inertie (m^4) de flexion de la poutre, en commençant par les poutres parallèles à Oy, puis celles parallèles à Ox Retour à la ligne 4 ou bien fin = 0
5° Ligne	k_1, k_2, k_3, k_4 k_i = coefficient d'encastrement de l'appui i k_i = 1 pour un encastrement parfait k_i = 0 pour une articulation $0 < k_i < 1$ pour un encastrement partiel
6° Ligne	i, P_i P_i = valeur de la charge concentrée (kN) sur le nœud i i = 0 pour fin de description des charges concentrées

Les nœuds sont numérotés de gauche à droite en descendant.

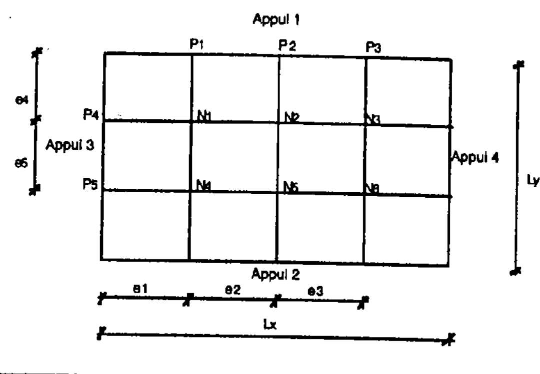


Fig.27 bis – Poutres croisées

5.4.2. Exemple – Données

Poutres encastrées à une extrémité et articulées à l'autre.
Charge répartie de 12 kN/m² et une charge concentrée de 18 kN sur le nœud 11 (Fig.27 ter)

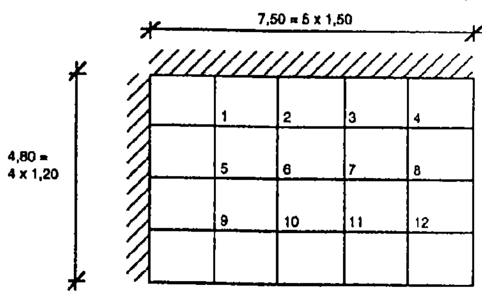
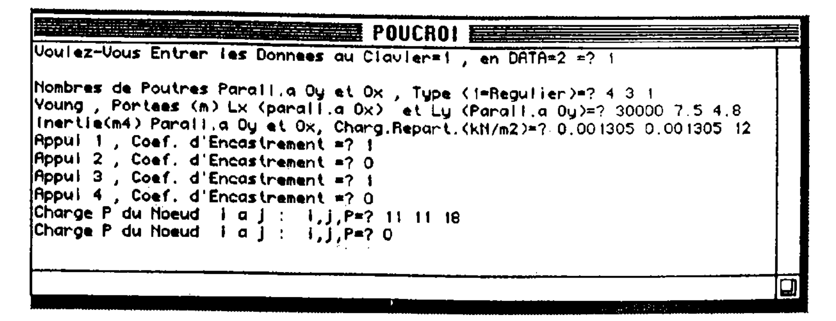


Fig.27 ter – Exemple de calcul de plancher à poutres croisées

La charge répartie est concentrée à chaque nœud et vaut :
12 kN/m² x 7,50 m x 4,80 m / 20 cases = 21,6 kN par nœud

4 3 1	' 4 poutres parallèles à Oy, 3 parallèles à Ox, type régulier
30000 7.5 4.8	' Young, portées parallèle à Ox et Oy
0.01305 0.01305 12	' inertie en m⁴ suivant L_x et L_y, charge répartie
1 0 1 0	' appuis 1 = encastré, 2 = articulé, 3 = encastré, 4 = articulé
11 11 18	' charge concentrée de 18 kN au nœud 11
0	' fin



```
POUCROI
Voulez-Vous Entrer les Donnees au Clavier=1 , en DATA=2 =? 1

Nombres de Poutres Parall.a Oy et Ox , Type (1=Regulier)=? 4 3 1
Young , Portees (m) Lx (parall.a Ox)  et Ly (Parall.a Oy)=? 30000 7.5 4.8
Inertie(m4) Parall.a Oy et Ox, Charg.Repart.(kN/m2)=? 0.001305 0.001305 12
Appui 1 , Coef. d'Encastrement =? 1
Appui 2 , Coef. d'Encastrement =? 0
Appui 3 , Coef. d'Encastrement =? 1
Appui 4 , Coef. d'Encastrement =? 0
Charge P du Noeud  i a j :  i,j,P=? 11 11 18
Charge P du Noeud  i a j :  i,j,P=? 0
```

5.4.3. Résultats

DONNEES

4 Poutres Paralleles a Ox de Portee 7.500 m
3 Poutres Paralleles a Oy de Portee 4.800 m
Module d'Young = 30000 MPa

Charge Repartie = 12.000 kN/m2

no Poutre	Inertie m4	Ecartement m
1	0.013050	1.500
2	0.013050	1.500
3	0.013050	1.500
4	0.013050	1.500
5	0.001305	1.200
6	0.001305	1.200
7	0.001305	1.200

Appui no 1 Encastre
Appui no 2 Articule
Appui no 3 Encastre
Appui no 4 Articule

Charges Concentrees (incluant la Charge Repartie Eventuelle)
Noeud 1, Charge = 21.6000 kN
Noeud 2, Charge = 21.6000 kN
Noeud 3, Charge = 21.6000 kN
Noeud 4, Charge = 21.6000 kN
Noeud 5, Charge = 21.6000 kN
Noeud 6, Charge = 21.6000 kN
Noeud 7, Charge = 21.6000 kN
Noeud 8, Charge = 21.6000 kN
Noeud 9, Charge = 21.6000 kN
Noeud 10, Charge = 21.6000 kN
Noeud 11, Charge = 39.6000 kN
Noeud 12, Charge = 21.6000 kN

RESULTATS

no = Numero du Noeud
Vx = Effort Tranchant suivant Lx en kN
Vy = Effort Tranchant suivant Ly en kN
Mx = Moment suivant Lx en kNm
My = Moment suivant Ly en kNm
rx = Rotation suivant Lx en milliemes de radian
ry = Rotation suivant Ly en milliemes de radian
fx = Fleche suivant Lx en millimetres
fy = Fleche suivant Ly en millimetres

Noeuds

		1	2	3	4
	x=	1.500	3.000	4.500	6.000

	no=	1	2	3	4
1	Vx=	0.940	-0.296	0.311	-0.115
1.200	Vy=	22.918	34.955	37.677	29.951
(m)	Mx=	1.231	0.006	0.344	0.940
	My=	2.662	2.218	0.471	2.317
	rx=	-0.030	-0.007	0.000	0.025
	ry=	-0.051	-0.078	-0.088	-0.067
	fx=	-0.042	-0.064	-0.071	-0.055
	fy=	-0.042	-0.064	-0.071	-0.055

	no=	5	6	7	8
2	Vx=	1.903	-0.468	0.625	-0.369
2.400	Vy=	6.735	11.545	16.188	9.659
(m)	Mx=	2.509	-0.126	1.106	1.747
	My=	19.311	30.580	32.620	25.913
	rx=	-0.064	-0.018	0.001	0.055
	ry=	-0.017	-0.028	-0.037	-0.024
	fx=	-0.088	-0.137	-0.155	-0.116
	fy=	-0.088	-0.137	-0.155	-0.116

	no=	9	10	11	12
3	Vx=	1.505	-0.256	0.518	-0.452
3.600	Vy=	-8.046	-12.741	-13.592	-10.797
(m)	Mx=	2.126	-0.354	1.357	1.200
	My=	18.826	29.926	39.323	25.500
	rx=	-0.053	-0.019	0.001	0.050
	ry=	0.042	0.065	0.073	0.055
	fx=	-0.073	-0.114	-0.136	-0.097
	fy=	-0.073	-0.114	-0.136	-0.097

Appuis

1		1	2	3	4
0.000	x=	1.500	3.000	4.500	6.000
(m)	Vy	31.961	46.276	48.563	40.239
	My	-35.691	-53.313	-57.805	-45.970
	Ry	0.000	0.000	0.000	0.000

2		1	2	3	4
4.800	x=	1.500	3.000	4.500	6.000
(m)	Vy	-15.688	-24.939	-32.769	-21.250
	My	-0.000	0.000	0.000	0.000
	Ry	0.070	0.111	0.133	0.094

3		1	2	3
0.000	y=	1.200	2.400	3.600
(m)	Vx	2.697	5.564	4.663
	Mx	-2.814	-5.836	-4.868
	Rx	-0.000	-0.000	-0.000

4		1	2	3
7.500	y=	1.200	2.400	3.600
(m)	Vx	-0.627	-1.165	-0.800
	Mx	0.000	0.000	0.000
	Rx	0.043	0.089	0.073

Valeurs Maximum en Valeur Absolue :
Eff.Tr. = 48.563 kN
Moment = 57.805 kNm
Rotation = 0.133 milliemes de radian
Fleche = 0.155 mm

5.4.4. *Listing « POUCROI »*

```
10 REM Programme "POUCROI" de Poutres Croisees
20 REM Henry THONIER – Février 1993
30 ON ERROR GOTO 50
40 GOTO 60
50 PRINT USING"Erreur## Ligne#####";ERR;ERL:STOP
60 CALL TEXTSIZE(9):CALL TEXTFONT(4)  ' Propre au Macintosh
```

```
70 DEFDBL A-H,L,O-Z
80 DEFINT I-K,M,N
85 DIM U(14),UMY(14)
90 WIDTH "LPT1:",125
100 CLS
110 EPS=.000001#
120 Z=0#
130 INPUT"Voulez-Vous Entrer les Donnees au Clavier=1, en DATA=2 =";IET
135 PRINT
140 IF IET=2 THEN READ NX,NY,NREG:GOTO 180 ' NREG=1 pour Regulier, sinon =0
150 INPUT"Nombres de Poutres Parall.a Oy et Ox, Type (1=Regulier)=";CL$
160 GOSUB 1360     ' Format Libre
170 NX=U(0):NY=U(1):NREG=U(2)
180 I=NX+NY+1
190 J=NX*NY+1
200 MM=NX*NY
210 J1=2*(NX+NY)+1
220 DIM XI(I),XK(5),P(J),A(J,J+1),B(J),XE(I),LG(I)
230 DIM CX(J),CY(J),VX(J),VY(J),RX(J),RY(J),FX(J),FY(J)
240 DIM VA(J1),CA(J1),RA(J1)
250 GOSUB 370      ' Lecture des Donnees
260 GOSUB 1880     ' Repetition des Donnees
270 GOSUB 820      ' Coefficients Matrice
280 GOSUB 1090     ' Resolution Systeme Equations
290 FOR I=1 TO NX*NY
300 B(I)=A(I,NX*NY+1)
310 NEXT I
320 GOSUB 1560     ' Calcul de V, M, rot, f
330 GOSUB 2150     ' Ecriture des Resultats
340 END
350 REM-------------------------------------
360 REM Lecture des Donnees
370 IF IET=2 THEN READ E,LX,LY:GOTO 410
380 INPUT"Young, Portees (m) Lx (parall.a Ox)  et Ly (Parall.a Oy)=";CL$
390 GOSUB 1360     ' Format Libre
400 E=U(0):LX=U(1):LY=U(2)
410 IF NREG=1 AND IET=2 THEN READ XIX,XIY,PU:GOTO 450
420 IF NREG=0 THEN 450
430 INPUT"Inertie(m4) Parall.a Oy et Ox, Charg.Repart.(kN/m2)=";CL$
440 GOSUB 1360     ' Format Libre
445 XIX=U(0):XIY=U(1):PU=U(2)
450 PU=INT(PU*1000+.4)/1000#     ' Charges en kN/m2
460 LX=INT(LX*1000+.4)/1000#
470 LY=INT(LY*1000+.4)/1000#
480 E=INT(E*1000+.4)/1000#
490 XIX=INT(XIX*1000000!+.4)/1000000#
500 XIY=INT(XIY*1000000!+.4)/1000000#
510 GOSUB 3660
520 REM Coeff. d'Encastrement 1=Encastre, 0=Articule, ou Partiellement Encastre
530 IF IET=2 THEN READ XK(1),XK(2),XK(3),XK(4):GOTO 570
540 FOR I=1 TO 4
550 PRINT USING"Appui #, Coef. d'Encastrement =";I;:INPUT XK(I)
560 NEXT I
570 FOR I=1 TO 4:XK(I)=INT(XK(I)*1000+.4)/1000#:NEXT I
580 IF NREG=0 THEN 620
590 FOR I=1 TO NX*NY
600 P(I)=PU*LX*LY/(NX+1)/(NY+1)
610 NEXT I
620 IF IET=2 THEN READ I1:GOTO 650
630 INPUT"Charge P du Noeud  1 a j :  I,J,P=";CL$
```



```
640 GOSUB 1360:I1=U(0)  ' Format Libre
650 IF I1=0 THEN 720
660 IF IET=2 THEN READ I2,U1:GOTO 680
670 I2=U(1):U1=U(2)
680 FOR I3=I1 TO I2
690 P(I3)=P(I3)+INT(U1*1000+.4)/1000#     ' Charges en kN
700 NEXT I3
710 GOTO 620
720 RETURN
730 REM-------------------------------------
740 REM   J1=No du Noeud
750 K1=INT((J1-1)/NX)     ' No de Ligne-1
760 K2=J1-K1*NX           ' No de Colonne
770 X1=LG(K2)             ' Abscisse du Noeud
780 X1B=LG(NX+K1+1)       ' Ordonnee du Noeud
790 RETURN
800 REM-------------------------------------
810 REM Calcul des Termes de la Matrice des Reactions R
820 FOR J1=1 TO NX*NY
830 GOSUB 750
840 Q=1
850 XK1=XK(3):XK2=XK(4)
860 FOR J2=1 TO NX      ' Pour Charge Unite J2 sur LX
870 J3=K1*NX+J2         'No de Noeud Charge
880 X2=LG(J2)
890 I6=K1+1+NX:L=LX:XI=XI(I6)        ' No de Ligne
900 GOSUB 2920         ' Fleche F pour Charge Unite
910 A(J1,J3)=F
920 NEXT J2
930 X1=X1B
940 XK1=XK(1):XK2=XK(2)
950 FOR J2=1 TO NY
960 J3=(J2-1)*NX+K2     ' No de Noeud Charge
970 X2=LG(J2+NX)
980 L=LY:XI=XI(K2)
990 GOSUB 2920         ' Fleche F pour Charge Unite
1000 A(J1,J3)=F+A(J1,J3)
1010 A(J1,NX*NY+1)=F*P(J3)+A(J1,NX*NY+1)
1020 NEXT J2
1030 NEXT J1
1040 RETURN
1050 REM------------------------------------
1060 REM Resolution d'un Systeme de MM Equations a MM Inconnues par GAUSS
1070 REM Les Constantes donnees et les Resultats sont dans la Colonne MM+1
1080 REM du Tableau A(MM,MM+1), DIM A(MM,MM+1)
1090 FOR I8=1 TO MM
1100 K8=I8
1110 IF A(K8,I8)<>0# THEN 1140
1120 K8=K8+1:IF K8<=MM THEN 1110
1130 PRINT"Determinant A =0":END
1140 FOR J8=1 TO MM+1
1150 SWAP A(I8,J8),A(K8,J8)
1160 NEXT J8
1170 FOR J8=MM+1 TO I8 STEP -1
1180 A(I8,J8)=A(I8,J8)/A(I8,I8)
1190 NEXT J8
1200 IF I8=MM THEN 1260
1210 FOR M9=I8+1 TO MM
1220 FOR J9=MM+1 TO I8 STEP -1
1230 A(M9,J9)=A(M9,J9)-A(M9,I8)*A(I8,J9)
```

```
1240 NEXT J9
1250 NEXT M9
1260 NEXT I8
1270 FOR I8=MM TO 1 STEP -1
1280 IF I8=MM THEN 1320
1290 FOR K8=I8+1 TO MM
1300 A(I8,MM+1)=A(I8,MM+1)-A(I8,K8)*A(K8,MM+1)
1310 NEXT K8
1320 NEXT I8
1330 RETURN
1340 REM-----------------------------------------
1350 REM: Conversion Lecture Format Libre
1360     FOR I9=0 TO 12
1370     U(I9)=0
1380     NEXT I9
1390 I1=0
1400 IF CL$="" OR CL$="" THEN 1500
1410 J=1
1420 IF INSTR(J,CL$," ")=J THEN J=J+1:GOTO 1420
1430 CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-J+1):I9=INSTR(1,CL$," ")
1440 IF I9=0 THEN MOT$=CL$:GOTO 1460
1450 MOT$=LEFT$(CL$,I9-1)
1460 IF MOT$="" THEN 1490
1470 U(I1)=VAL(MOT$):I1=I1+1:CL$=RIGHT$(CL$,LEN(CL$)-LEN(MOT$))
1480 GOTO 1400
1490     FOR I6=I1 TO 12:U(I6)=UMY(I6):NEXT I6
1500     FOR I6=0 TO 12
1510     UMY(I6)=U(I6)
1520     NEXT I6
1530 RETURN
1540 REM-----------------------------------------
1550 REM Calcul de V, M, rot, f
1560 FOR J1=1 TO NX*NY
1570 GOSUB 750                  ' No de Ligne et Colonne
1580 X0=X1
1590 XK1=XK(3):XK2=XK(4)
1600 VX=Z:VY=Z:CX=Z:CY=Z:RX=Z:RY=Z:FX=Z:FY=Z
1610 FOR J2=1 TO NX
1620 J3=K1*NX+J2
1630 X2=LG(J2)
1640 I6=K1+1+NX
1650 L=LX:XI=XI(I6)
1660 Q=B(J3)     ' Charge
1670 X1=X0-EPS:GOSUB 3140:V1=V:XC1=C:R1=R:F1=F  ' Calcul de V, C, R, F
1680 X1=X0+EPS:GOSUB 3140:V=(V+V1)/2:C=(C+XC1)/2:R=(R1+R)/2:F=(F1+F)/2
1690 VX=VX+V:CX=CX+C:RX=RX+R:FX=FX+F
1700 NEXT J2
1710 X1=X1B:X0=X1
1720 XK1=XK(1):XK2=XK(2)
1730 FOR J2=1 TO NY
1740 J3=(J2-1)*NX+K2
1750 X2=LG(NX+J2)
1760 L=LY:XI=XI(K2)
1770 Q=P(J3)-B(J3)     ' Charge
1780 X1=X0-EPS:GOSUB 3140:V1=V:XC1=C:R1=R:F1=F   ' Calcul de V, C, R, F
1790 X1=X0+EPS:GOSUB 3140:V=(V+V1)/2:C=(C+XC1)/2:R=(R1+R)/2:F=(F1+F)/2
1800 VY=VY+V:CY=CY+C:RY=RY+R:FY=FY+F
1810 NEXT J2
1820 VX(J1)=VX:CX(J1)=CX:RX(J1)=RX:FX(J1)=FX
1830 VY(J1)=VY:CY(J1)=CY:RY(J1)=RY:FY(J1)=FY
```



```
1840 NEXT J1
1850 RETURN
1860 REM-----------------------------------------
1870 REM Repetition des Donnees
1880 LPRINT:LPRINT"DONNEES":LPRINT"-----"
1890 LPRINT USING"## Poutres Paralleles a Ox de Portee ##.### m";NX;LX
1900 LPRINT USING"## Poutres Paralleles a Oy de Portee ##.### m";NY;LY
1910 LPRINT USING"Module d'Young = ###### MPa";E:LPRINT
1920 IF PU>0 THEN LPRINT USING"Charge Repartie = ###.### kN/m2";PU
1930 LPRINT:LPRINT"no     Inertie  Ecartement"
1940 LPRINT"Poutre    m4        m"
1950 FOR I=1 TO NX+NY
1960 LPRINT USING"##  ###.######   ##.###"; I;XI(I);XE(I)
1970 NEXT I
1980 LPRINT
1990 FOR I=1 TO 4
2000 LPRINT USING"Appui no ## ";I;
2010 IF XK(I)=1 THEN LPRINT " Encastre":GOTO 2040
2020 IF XK(I) =0 THEN  LPRINT " Articule":GOTO 2040
2030 LPRINT USING" Encastre a ## %";XK(I)*100
2040 NEXT I
2050 LPRINT
2060 LPRINT"Charges Concentrees (incluant la Charge Repartie Eventuelle)"
2070 FOR I=1 TO NX*NY
2080 IF P(I)=0 THEN 2100
2090 LPRINT USING"Noeud ##, Charge = ###.#### kN";I;P(I)
2100 NEXT I
2110 LPRINT
2120 RETURN
2130 REM-----------------------------------------
2140 REM Ecriture des Resultats
2150 LPRINT:LPRINT"RESULTATS":LPRINT"-------"
2160 VMA=0:CMA=0:RMA=0:FMA=0
2170 LPRINT"no = Numero du Noeud"
2180 LPRINT"Vx = Effort Tranchant suivant Lx en kN "
2190 LPRINT"Vy = Effort Tranchant suivant Ly en kN"
2200 LPRINT"Mx = Moment suivant Lx en kNm"
2210 LPRINT"My = Moment suivant Ly en kNm"
2220 LPRINT"rx = Rotation suivant Lx en  milliemes de radian"
2230 LPRINT"ry = Rotation suivant Ly en  milliemes de radian"
2240 LPRINT"fx = Fleche suivant Lx en  millimetres"
2250 LPRINT"fy = Fleche suivant Ly en  millimetres":LPRINT:LPRINT"Noeuds":LPRINT"......"
2260 LPRINT"        ";:FOR I=1 TO NX:LPRINT USING"    ##  ";I;:NEXT I
2270 LPRINT:LPRINT"      x=";
2280 U1=0:U2=0
2290 FOR I=1 TO NX
2300 LPRINT USING"  ##.###";LG(I);:NEXT I
2310 LPRINT
2320 FOR I=1 TO NY
2330 LPRINT:LPRINT"      no=";
2340 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:LPRINT USING"  ####  ";I1;: NEXT J
2350 LPRINT:LPRINT USING" ##";I;:LPRINT"   Vx=";
2360 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=VX(I1):GOSUB 2610:GOSUB 3040: NEXT J
2370 LPRINT:LPRINT USING"#.###";LG(NX+I);:LPRINT" Vy=";
2380 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=VY(I1):GOSUB 2610:GOSUB 3040: NEXT J
2390 LPRINT:LPRINT" (m)";:LPRINT"  Mx=";
2400 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=CX(I1):GOSUB 2610:GOSUB 3060: NEXT J
2410 LPRINT:LPRINT"  ";:LPRINT"   My=";
2420 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=CY(I1):GOSUB 2610:GOSUB 3060: NEXT J
2430 LPRINT:LPRINT"  ";:LPRINT"   rx=";
```

```
2440 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=RX(I1)/E:GOSUB 2610:GOSUB 3080: NEXT J
2450 LPRINT:LPRINT" ";:LPRINT"    ry=";
2460 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=RY(I1)/E:GOSUB 2610:GOSUB 3080: NEXT J
2470 LPRINT:LPRINT" ";:LPRINT"    fx=";
2480 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=FX(I1)/E:GOSUB 2610:GOSUB 3100: NEXT J
2490 LPRINT:LPRINT" ";:LPRINT"    fy=";
2500 FOR J=1 TO NX:I1=(I-1)*NX+J:U1=FY(I1)/E:GOSUB 2610:GOSUB 3100: NEXT J
2510 LPRINT:LPRINT
2520 NEXT I
2530 GOSUB 3320:GOSUB 2650   ' Calculs et Ecritures des Reactions d'Appuis
2540 LPRINT:LPRINT"Valeurs Maximum en Valeur Absolue :"
2550 LPRINT USING"Eff.Tr.  = ###.### kN ";VMA
2560 LPRINT USING"Moment   = ###.### kNm ";CMA
2570 LPRINT USING"Rotation = ###.### milliemes de radian";RMA
2580 LPRINT USING"Fleche   = ###.### mm";FMA
2590 RETURN
2600 REM---------
2610 LPRINT USING" ###.###";U1;
2620 RETURN
2630 REM--------------------------------------
2640 REM Ecriture des Reactions d'Appuis
2650 LPRINT:LPRINT "Appuis":LPRINT"----"
2660 FOR JA=1 TO 4
2670 LPRINT:LPRINT USING"##      ";JA;
2680 IF JA=1 THEN NXY=NX:X$="x":U8=0:J7=0:J8=0:Y$="y"
2690 IF JA=2 THEN NXY=NX:X$="x":U8=LY:J7=0:J8=NX:Y$="y"
2700 IF JA=3 THEN NXY=NY:X$="y":U8=0:J7=NX:J8=2*NX:Y$="x"
2710 IF JA=4 THEN NXY=NY:X$="y":U8=LX:J7=NX:J8=2*NX+NY:Y$="x"
2720 FOR J=1 TO NXY:LPRINT USING"   ##   ";J;:NEXT:LPRINT
2730 LPRINT USING"#.### ";U8;:LPRINT X$;:LPRINT"=";
2740 FOR J=1 TO NXY
2750 LPRINT USING"  ##.###";LG(J7+J);:NEXT J:LPRINT
2760 LPRINT"(m)   V";Y$;
2770 FOR J=1 TO NXY
2780 U1=VA(J8+J):GOSUB 3040
2790 LPRINT USING" ###.###";U1;:NEXT J:LPRINT
2800 LPRINT"      M";Y$;
2810 FOR J=1 TO NXY
2820 U1=CA(J8+J):GOSUB 3060
2830 LPRINT USING" ###.###";U1;:NEXT J:LPRINT
2840 LPRINT"      R";Y$;
2850 FOR J=1 TO NXY
2860 U1=RA(J8+J)/E:GOSUB 3080
2870 LPRINT USING" ###.###";U1;:NEXT J:LPRINT
2880 NEXT JA
2890 RETURN
2900 REM--------------------------------------
2910 REM Fleche F en X1 due a Charge Unite en X2 Module E=1
2920 IF X1<X2 THEN F=Q*X1*(L-X2)*(X1*X1+X2*X2-2#*X2*L)/6#/L/XI:GOTO 2940
2930 F=Q*X2*(L-X1)*(X1*X1+X2*X2-2#*X1*L)/6#/L/XI
2940 B=L-X2
2950 UC1=-B*(L*L-B*B)/L/L/2#   ' Moments d'Encastrement d'un Cote
2960 UC2=-X2*(L*L-X2*X2)/L/L/2#
2970 UC3=-X2*B*B/L/L   ' Moments d'Encastrement des deux Cotes
2980 UC4=-X2*X2*B/L/L
2990 C1=(UC1*XK1+(UC3-UC1)*XK2*XK1)*Q
3000 C2=(UC2*XK2+(UC4-UC2)*XK1*XK2)*Q
3010 F=F+C1/XI*(X1*X1/2#-X1*X1*X1/6#/L-X1*L/3#)+C2*X1*(X1*X1-L*L)/6#/L/XI
3020 RETURN
3030 REM----------------
```



```
3040 IF ABS(U1)>VMA THEN VMA=ABS(U1)
3050 RETURN
3060 IF ABS(U1)>CMA THEN CMA=ABS(U1)
3070 RETURN
3080 IF ABS(U1)>RMA THEN RMA=ABS(U1)
3090 RETURN
3100 IF ABS(U1)>FMA THEN FMA=ABS(U1)
3110 RETURN
3120 REM--------------------------------------
3130 REM Calcul en X1 de V, C, R, F  pour une Charge Q en X2
3140 IF X1>X2 THEN 3210
3150 B=L-X2
3160 V=Q*B/L
3170 C=V*X1
3180 R=Q*B*(3#*X1*X1+X2*X2-2#*X2*L)/6#/L/XI
3190 F=Q*X1*B*(X1*X1+X2*X2-2#*X2*L)/6#/L/XI
3200 GOTO 3250
3210 V=-Q*X2/L
3220 C=Q*X2*(1#-X1/ L)
3230 R=Q*X2*(6#*L*X1-3#*X1*X1-X2*X2-2#*L*L)/6#/L/XI
3240 F=Q*X2*(L-X1)*(X2*X2+X1*X1-2#*L*X1)/6#/L/XI
3250 GOSUB 2940
3260 V=V+(C2-C1)/L
3270 C=C+C1+(C2-C1)*X1/L
3280 R=R+(C1*(6#*L*X1-3*X1*X1-2#*L*L)+C2*(3#*X1*X1-L*L))/6/XI/L
3290 RETURN
3300 REM--------------------------------------
3310 REM Reactions d'Appui  Va, Ca, Ra
3320 XK1=XK(3):XK2=XK(4):L=LX
3330 FOR I=1 TO NY          ' No de Ligne
3340 XI=XI(NX+I)
3350 FOR J1=1 TO NX         ' No de Colonne de Charges
3360 J3=(I-1)*NX+J1
3370 Q=B(J3)
3380 X2=LG(J1):J2=2*NX+I
3390 X1=0:GOSUB 3590
3400 J2=J2+NY
3410 X1=LX:GOSUB 3590
3420 NEXT J1
3430 NEXT I
3440 XK1=XK(1):XK2=XK(2):L=LY
3450 FOR I=1 TO NX      No de Colonne
3460 XI=XI(I)
3470 FOR J1=1 TO NY   ' No de Ligne de Charges
3480 J3=(J1-1)*NX+I
3490 Q=P(J3)-B(J3)
3500 X2=LG(NX+J1)
3510 J2=I
3520 X1=0:GOSUB 3590
3530 J2=NX+J2
3540 X1=LY:GOSUB 3590
3550 NEXT J1
3560 NEXT I
3570 RETURN
3580 REM---------
3590 GOSUB 3140
3600 VA(J2)=VA(J2)+V
3610 CA(J2)=CA(J2)+C
3620 RA(J2)=RA(J2)+R
3630 RETURN
```

```
3640 REM------------------------------------------
3650 REM
3660 IF NREG=0 THEN 3750
3670 UX=LX/(NX+1):UY=LY/(NY+1)
3680 FOR I=1 TO NX
3690 LG(I)=UX*I:XI(I)=XIX:XE(I)=UX
3700 NEXT I
3710 FOR I=NX+1 TO NX+NY
3720 LG(I)=(I-NX)*UY:XI(I)=XIY:XE(I)=UY
3730 NEXT I
3740 GOTO 3930
3750 IF IET=2 THEN READ I11:GOTO 3780
3760 INPUT"Ecartement(m) et Inertie(m4) de i a j : i,j,e,I=";CL$
3770 GOSUB 1360:I11=U(0)1)
3780 IF I11=0 THEN 3850
3790 IF IET=2 THEN READ I22,XE,XI:GOTO 3810
3800 I22=U(1):XE=U(2):XI=U(3)
3810 FOR I=I11 TO I22
3820 XE(I)=XE:XI(I)=XI
3830 NEXT I
3840 GOTO 3750
3850 LG(1)=XE(1)
3860 FOR I=2 TO NX
3870 LG(I)=LG(I-1)+XE(I)
3880 NEXT I
3890 LG(NX+1)=XE(NX+1)
3900 FOR I=NX+2 TO NX+NY
3910 LG(I)=LG(I-1)+XE(I)
3920 NEXT I
3930 RETURN
3940 REM Donnees sous Forme de DATA
3950 REM Nbre de Poutres paralleles a Oy, a Ox, Type Regulier ou non
3960 DATA 4,3,1
3970 REM Young, Portee suivant Ox, et Oy
3980 DATA 30000,7.5,4.8
3990 REM Si Type1 : Ix, Iy, Charge Repartie
4000 REM Si Type 0 : de i a j, Ecartement, Inertie (FIN=0)
4010 DATA 0.01305,0.001305,12
4020 REM 4 Appuis : 1=Encastre, 0=Articule, entre 0 et 1=Partiellement Encatre
4030 DATA 1,0,1,0
4040 REM Charges concentrees : de i a j, P (FIN=0)
4050 DATA 0
4060 DATA 11,11,18
```

6. PLANCHERS MÉTALLIQUES

6.1. Généralités

Les planchers métalliques sont généralement constitués d'un quadrillage de poutres supportant un hourdis de répartition formé de caillebotis en acier, en alliage léger ou en polyester renforcé, ou bien de dalles en béton armé.

Les caillebotis, de faible portée (0,40 m à 2,40 m), sont supportés par des poutrelles qui reposent elles-mêmes sur des poutres secondaires appuyées sur des poutres principales. Ces dernières étant reprises par des poteaux ou des murs (Fig.28). Certains de ces éléments porteurs peuvent être omis (Fig.29).

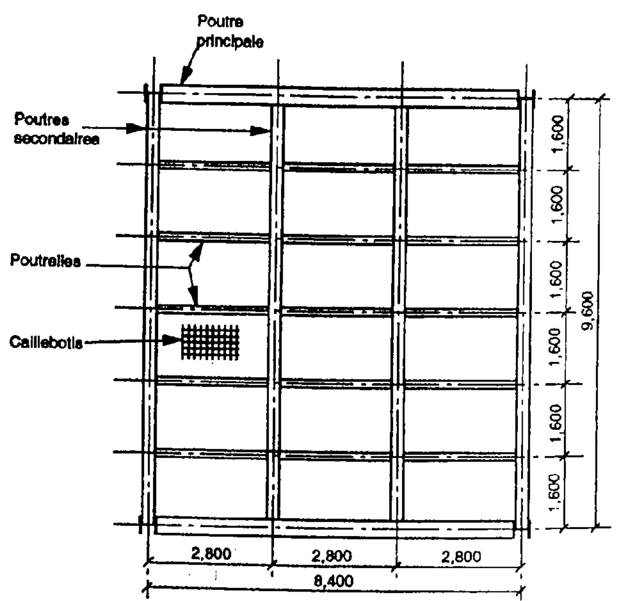


Fig.28 – Vue en plan d'un plancher métallique

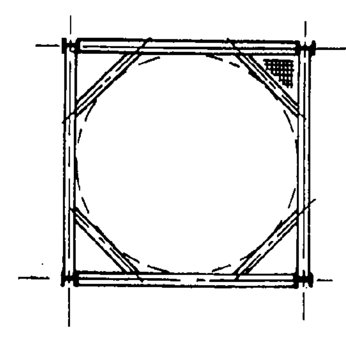


Fig.29 – Poutrelles et poutres principales

Ces éléments peuvent être superposés en appuis simples (Fig.30a) et leurs hauteurs se cumulent ou bien fixés dans la hauteur de l'élément qui les supporte (par soudage ou boulonnage)(Fig.30b).

Les avantages d'un plancher métallique sont :

- une plus grande légèreté,
- une meilleure adaption à des créations de trémies (ouvertures) ou à des modifications ultérieures,
- une moindre hauteur, du fait que l'on peut disposer toutes les poutres principales, secondaires ou poutrelles dans la même épaisseur.

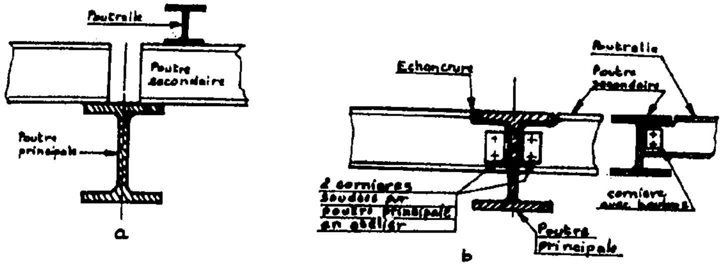


Fig.30 – Assemblage des différents éléments d'un plancher métallique

Un des principaux inconvénients réside dans la faible résistance au feu sans protections particulières.
Ce type de plancher convient bien aux planchers industriels.

6.2. Règlements de calcul

Pour les poutres, les principaux renseignements figurent dans le tableau ci-dessous, rappelant les principales valeurs des deux réglements CM 66 et Eurocode 3 (Norme européenne ENV 1993-1).

	CM 66	Eurocode 3
Pondérations des actions : – pour les charges permanentes – pour les charges d'exploitation	4/3 1,5	1,35 1,5
Sollicitations pondérées	M et V	M_{Sd} et V_{Sd}
Calcul des sections en flexion	élastique $\sigma = M / (I/v)$	plastique $M_{Rd} = 2 S f_y / \gamma_a$ S = Moment statique de la partie située au-dessus du centre de gravité de la section droite (*)
Efforts tranchants	cisaillement $\tau = V / (e_1 h)$ e_1 = épaisseur de l'âme h = hauteur totale	$V_{Rd} = A_v f_y / (\sqrt{3}\, \gamma_a)$ A_v = section d'effort tranchant (**) f_y = limite élastique γ_a = 1,10 (***)
Vérifications	$\sigma \leq \sigma_e$ $\tau \leq 0,7\, \sigma_e$	$M_{Sd} \leq M_{Rd}$ $V_{Sd} \leq V_{Rd}$

(*) Ce moment statique figure sur les catalogues de produits sidérurgiques [10]. Pour une section en H ou I sans congés, il est égal à $S = h^2 t_w / 8 + 0,5\,(b - t_w)(h - t_f)\, t_f$ avec :
b, la largeur totale de l'aile,
h, la hauteur totale de la poutre,
t_f, l'épaisseur de l'aile (flange), (a dans les notations françaises)
t_w, l'épaisseur de l'âme (web), (e dans les notations françaises)
Le moment résistant est donné par :

$$M_{rd} = \int_{-V'}^{V} y\,dF_{rd} = \int_{-V'}^{V} yb\sigma dy = \sigma \int_{-V'}^{V} bydy = 2\sigma \int_{0}^{V} bydy = 2\sigma S = 2Sf_y/\gamma_a$$

(**) Pour un profil en I ou H laminé et un effort parallèle à l'âme, on peut prendre pour section :
$A_v = A_a - 2\,b\,t_f + (t_w + 2\,r)\,t_f$ avec :
A_a = section totale du profil
r = rayon du congé de raccordement
(***) Le coefficient γ_a vaut 1,10 dans l'Eurocode 3 (EC3). Il peut être pris égal à 1,00 d'après le DAN de l'EC3 (Document d'application national de l'ENV 1993) pour les profilés (du commerce) agréés par la Commission de Normalisation de la Construction Métallique (CNCM) ou titulaires de la Marque NF.

Remarque

La résistance à la flexion est supérieure de quelques pour cent (4 à 10 %) suivant le type de profilé si l'on prend en compte l'adaptation plastique des sections.

6.3. Exemple de calcul (suivant les Règles CM 66)

Déterminons les éléments du plancher de la figure 28 destiné à supporter une charge de 10 kN/m².
Retenons une portée de caillebottis de 1,60 m, valeur fixée par des besoins de l'utilisateur pour pouvoir bénéficier de 1,40 m libre pour passages de conduites, canalisations, escaliers,...
La masse d'un tel caillebottis est de 35 kg/m² (0,35 kN/m²).
Les coefficients pondérateurs retenus sont de 1,5 pour les charges d'exploitation et 4/3 pour les charges permanentes.

6.3.1. Poutrelles

Portée : L = 2,80 m
charge pondérée = 1,60 m x (1,5 x 10 kN/m²) + 4/3 x (1,6 m x 0,35 kN/m² + poids propre)
charge non pondérée = 1,6 x 10 +1,6 x 0,35 + poids propre = 16,56 kN/m² + pp
En négligeant, en première approximation, le poids propre de la poutrelle, on trouve p = 24,75 kN/m avec les coefficients de pondération et p' = 16,56 kN/m sans majoration.
D'où le moment maximum pondéré $M = p\,L^2 / 8$ = 24,75 x 2,8² / 8 = 24,25 kNm.
Pour un acier de limite élastique σ_e = 235 MPa, le module d'inertie nécessaire vaut :
$I/v \geq M / \sigma_e$ = 24,25 x 10⁻³ / 235 = 103,2 x 10⁻⁶ m³ = 103,2 cm³, valeur que l'on peut satisfaire avec un **IPE 160** : I/v = 108,6 cm³ I = 869 cm⁴ et section S = 20,1 cm².
Le poids propre de la poutrelle est égal à :
20,1 x 0,785 x 9,81 / 1 000 = 0,155 kN/m
et une fois pondéré : 4 / 3 x 0,155 = 0,206 kN/m
Le moment total corrigé du poids propre vaut :
M = 24,25 + 0,206 x 2,8² / 8 = 24,45 kNm, ce qui entraîne une contrainte de traction et compression égale à :
$\sigma = M / (I/v)$ = (24,45 x 10⁻³) / (108,6 x 10⁻⁶) = 225,2 MPa < σ_e = 235 OK
La vérification de flèche donne, sous sollicitations non pondérées :
$f = 5\,p\,L^4 / (384\,E\,I)$ = 5 x (16,56 + 0,155) x 2,8⁴ / (384 x 210000 x 869 x 10⁻⁸)
= 7,33 mm soit 1/ 382° de la portée < 1 / 200° **OK**
L'effort tranchant sur appui vaut :
P = (24,75 + 0,206) x 1,4 m = 34,93 kN une fois pondérée et
P' = (16,56 + 0,155) x 1,4 = 23, 40 kN non pondérée.

Remarque

Avec l'Eurocode 3, on trouverait :
charge pondérée des poutrelles : 1,60 x (1,5 x 10) + 1,35 x (1,6 x 0,35 + poids propre).
En négligeant, en première approximation, le poids propre de la poutrelle, on trouve p = 24,76 kN/m d'où le moment maximum $M = p\,L^2 / 8$ = 24,76 x 2,8² / 8 = 24,26 kNm.

Le moment statique nécessaire vaut :
$S \geq 0,5\ \gamma_a\ M_{Rd} / f_y = 0,5 \times 1,10 \times 0,02426 / 235 \times 10^6 = 56,8\ cm^3$
valeur que l'on peut satisfaire avec un **IPE 160**. Pour un IPE 160, le moment résistant vaut :
$M_{Rd} = 2\ S\ f_y / \gamma_a = 2 \times 61,9 \times 235 / 1,1 = 26,45$ kNm.

Le poids propre de la poutrelle est égal à : 20,1 x 0,785 x 9,81 / 1000 = 0,155 kN/m et une fois pondéré : 1,35 x 0,155 = 0,209 kN/m
Le moment total corrigé du poids propre vaut :
M = 24,26 + 0,209 x 2,8² / 8 = 24,47 kNm < 26,47 **OK**

La vérification de flèche est identique.
L'effort tranchant sur appui vaut :
$V_{Sd} = (24,76 + 0,209) \times 1,4\ m = 34,96$ kN
La section de calcul à l'effort tranchant A_v est donné pour un profil H ou I par :
$A_v = A_a - 2\ b\ t_f + (t_w + 2\ r)\ t_f$
avec :
A_a = aire de la section = 20,1 cm²
b = largeur totale de l'aile = 8,2 cm
h = hauteur totale de la poutre = 16 cm
t_f = épaisseur de l'aile = 0,74 cm
t_w = épaisseur de l'âme = 0,5 cm
r = rayon du congé de raccordement = 0,9 cm
d'où A_v = 9,67 cm²
et l'effort tranchant résistant $V_{Rd} = A_v f_y / (\sqrt{3}\ \gamma_a) = 9,67\ 10^{-4} \times 235 / 1,732 / 1,1 = 0,119$ MN = 119 kN > 34,96 **OK**

6.3.2. Poutres secondaires

Une poutre secondaire reçoit 5 charges concentrées P égales à l'effort tranchant des poutrelles (calcul en CM 66 pondéré). (Fig.31)

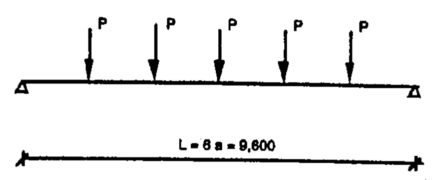


Fig.31 – Charges sur poutre secondaire

Le moment maximum à mi-portée, hors poids propre de la poutre secondaire, vaut :
M = 4,5 P a = 4,5 x 34,93 kN x 1,60 m = 251,5 kNm
soit un I/v minimum : $I/v > M / 235 = 0,001070\ m^3 = 1070\ cm^3$
que l'on peut satisfaire avec un **IPE 400** : I = 23130 cm⁴, I/V = 1156,5 cm³, S = 84,5 cm²
le poids propre non pondéré vaut : 84,5 x 0,785 x 9,81 / 1000 = 0,651 kN/m
et le poids propre pondéré : 4 / 3 x 0,651 = 0,868 kN/m.

Le moment y compris poids propre M = 251,5 + 0,868 x 9,6² / 8 = 261,5 kNm
la contrainte est égale à $\sigma = M / (I/v) = 0,2615 / 1156,5 \times 10^6 = 226,1$ MPa < 235 MPa **OK**

La flèche calculée avec les charges non pondérées vaut : $f = 396\ P'\ a^3 / (24\ E\ I)$ pour les 5 charges concentrées.

$f = [396 \times 23,40 \times 1,6^3 / 24 + 5 \times 0,651 \times 9,6^4 / 384] / (210\ 000 \times 23\ 130) \times 10^8$
= 32,56 + 1,48 = 34,04 mm soit 1 / 282° de la portée OK

Efforts tranchants à l'appui (réactions d'appuis) :
non pondéré Q' = 2,5 P + pp L / 2 = 2,5 x 23,40 + 0,651 x 9,6 / 2 = 61,62 kN
pondéré Q = 2,5 x 34,93 + 0,868 x 4,8 = 91,49 kN.

6.3.3. Poutres principales

Les poutres principales reçoivent 2 poutres secondaires (fig.32).

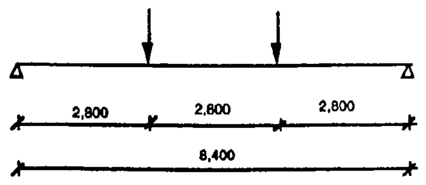


Fig.32 – Charges sur poutre principale

Hors poids propre des poutres principales, on trouve :
M = Q a = 91,49 x 2,8 = 256,17 KNm
d'où $I/v \geq M / \sigma = 256,17 \times 10^3 / 235 = 1\ 090,1\ cm^3$
que l'on peut satisfaire avec un **IPE 400** I/v = 1 156,5 cm³

Le moment, y compris le poids propre, vaut :
M = 256,17 + pp L² / 8 = 256,17 + 0,868 x 8,4² / 8 = 263,82 kNm
La contrainte de l'acier = $M\ v / I = 263,82 \times 10^3 / 1\ 156,3 = 228,2$ MPa < 235 **OK**

Et la flèche :
$f = 23\ R'\ a^3 / (24\ E\ I) + 5\ pp\ L^4 / (384\ E\ I)$
= $[23 \times 61,62 \times 2,8^3 / 24 + 5 \times 0,651 \times 8,4^4 / 384]\ 10^8 / (210\ 000 \times 23\ 130)$
= 26,69 + 0,87 = 27,56 mm, soit 1 / 305° de la portée OK

6.4. Programme « PLANCM »

Ce programme détermine les profilés d'un plancher en construction métallique à partir d'une liste de profilés normalisés décrits en DATA en fin de programme. Cette liste peut être modifiée ou complétée.
Les charges extérieures peuvent être des charges concentrées ou trapézoïdales partielles (donc également réparties uniformes totales ou partielles).
Les charges apportées par d'autres poutres du plancher sont calculées automatiquement.

6.4.1. Mode d'emploi

Les données entrées au clavier sur une même ligne doivent être séparées par une virgule.

1° Ligne **Code**
1 = CM 66 et 2 = Eurocode 3

2° Ligne σ_e
= limite élastique de l'acier (MPa)

3° Ligne NP
- nombre de poutres calculées. Les poutres identiques et identiquement chargées ne sont à décrire qu'une fois

4° Ligne Nmc
- nombre maximum de charges concentrées sur une poutre

5° Ligne Nmt
- nombre maximum de charges trapézoïdales partielles sur une poutre

6° Ligne Nom, Nb, Choix, L
Nom = nom de la poutre (par exemple P105)
Nb = nombre de poutres identiques
Choix = X pour un profilé de dimension à déterminer (recherche du profilé le plus léger satisfaisant aux conditions de contraintes et de flèche)
= P pour un profilé de hauteur au moins égale à celle du profilé précédemment calculé
= <... pour un profilé de hauteur au plus égale à la valeur indiquée en mm (ex : < 450 le programme recherchera un profilé de hauteur inférieure ou égale à 450 mm)
= >... pour un profilé de hauteur au moins égale à la valeur indiquée en mm (ex : > 450 le programme recherchera un profilé de hauteur supérieure ou égale à 450 mm)
= I... ou H... pour imposer un profilé (ex : HEA360 ou IPE200)

7° Ligne Nc, Nt
Nc = nombre de charges concentrées appliquées sur la poutre ($Nc \leq Nmc$)
Nt = nombre de charges trapézoïdales ($Nt \leq Nmt$)

8° Ligne (Nc fois) Q, a, Coef
Q = valeur de la charge concentrée non pondérée (kN)
Pour une charge apportée par une réaction d'appui d'une poutre décrite précédemment, Q = nom de la poutre suivi de la lettre G ou D pour la réaction gauche ou droite. (Ex : P105D, la charge correspond à la réaction de l'appui droit de la poutre P105 déjà décrite).
a = abscisse (m) de la charge à partir de l'appui gauche
Coef = coefficient pondérateur de la charge Q (par exemple 1.333 pour une charge permanente suivant CM 66 ou 1.35 suivant EC3, ou 1,5 pour une charge d'exploitation). On mettra la valeur conventionnelle 0 (zéro) pour une réaction d'appui, le programme calcule le coefficient moyen.

9° Ligne (Nt fois) p_1, p_2, a_1, a_2, Coef
p_1 = valeur non pondérée (kN/m) à gauche de la charge trapézoïdale partielle à l'abscisse a_1
p_2 = valeur à droite de la charge trapézoïdale partielle à l'abscisse $a_1 + a_2$
a_1 = abscisse (m) du début de la charge
a_2 = longueur (m) de la charge
Coef = coefficient pondérateur des charges p_1 et p_2 (par exemple 1.333 pour une charge permanente suivant CM 66 ou 1.35 suivant EC3, ou 1.5 pour une charge d'exploitation).

Retour à la 6° ligne pour description de la poutre suivante.

Remarques

Les calculs sont conformes aux Règles CM66 ou à l'Eurocode 3.
Les poutres sont calculées comme articulées à leurs extrêmités.
La flèche admissible est supposée égale à 1/200° de la longueur de la poutre.
Le cisaillement est calculé :
- pour les CM 66 : avec la section de l'âme = hauteur du profilé x épaisseur de l'âme,
- pour l'EC3 : avec la section $A_v = A_a - 2\,b\,t_f + (t_w + 2\,r)\,t_f$ (A_a = section du profil).

Le module d'Young est de 210 000 MPa.
Il n'est pas tenu compte du déversement éventuel.
Les poutres porteuses doivent être décrites après les poutres portées.
Le poids propre des poutres est pris en compte automatiquement avec un coefficient pondérateur (de 4/3 pour les CM 66 et 1.35 pour l'EC3) pour le calcul des contraintes.

6.4.2. Exemple

Soit un plancher recevant une charge d'exploitation de 10 kN/m² et constitué (Fig.28) :
- d'un caillebotis de masse égale à 35 kg/m² et de 1,60 m de portée,
- de 15 poutrelles dénommées P3 de 2,80 m de portée reprenant une largeur de 1,60 de caillebotis, soit 16 kN/m,
- de 4 poutres secondaires P2 de 9,60 m de portée (= 6 x 1,6 m) et recevant 5 poutrelles régulièrement espacées de 1,60 m
- de 2 poutres principales P1 de 8,40 m de portée (3 x 2,8 m) recevant 2 poutres secondaires aux abscisses 2,8 m et 5,6 m.

Les calculs sont à effectuer suivant les CM 66.

6.4.3. Données

1	' calcul suivant les CM 66
235	' limite élastique de l'acier (MPa)
3	' 3 types de poutres calculés
5	' 5 charges concentrées par poutre au maximum
2	' 1 charge trapézoïdale partielle par poutre au maximum
P3,15,X,2.8	' nom, 15 poutres identiques, profilé à déterminer, portée = 2.8 m
0,2	' pas de charge concentrée et 2 charges trapézoïdales partielles
16,16,0,2.8,1.5	' 16 kN/m à partir de l'abscisse 0, sur 2.80 m de longueur, coeff.= 1.5
0.56,0.56,0,2.8,1.333	' 0.56 kN/m à partir de l'absc. 0, sur 2.80 m de longueur, coeff. = 1.333
P2,4,X,9.6	' nom, 4 poutres identiques, profilé à déterminer, portée = 9.6 m
5,0	' 5 charges concentrées, pas de charge trapézoïdale
P3G,1.6,0	' charge concentrée = réaction de l'appui gauche de la poutre P3 à 1.6 m
P3G,3.2,0	' dito à 3.2 m
P3G,4.8,0	' dito à 4.8 m
P3G,6.4,0	' dito à 6.4 m
P3G,8,0	' dito à 8.0 m
P1,2,P,8.4	' nom, 2 poutres identiques, hauteur ≥ précédent, portée = 8.4 m
2,0	' 2 charges concentrées, pas de charge trapézoïdale
P2G,2.8,0	' charge concentrée = réaction de l'appui gauche de la poutre P2 à 2.8 m
P2G,5.6,0	' dito à 5.6 m

6.4.4. Données sur écran

```
PLANCM
Voulez-Vous Entrer les Donnees : 1 = au Clavier , 2= en DATA? 1
Voulez-Vous Repeter les Donnees des Profiles Normalises:Oui=1,Non=0? 0
Code ( CM66 = 1 , EC3 = 2 ) =? 1
Limite Elastique (MPa)  =? 235
Nombre Total de Poutres Calculees =? 3
Nombre Maximum de Charges Concentrees par Poutre   =? 5
Nombre Maximum de Charges Trapezoidales par Poutre =? 2

ATTENTION: les Poutres Porteuses Doivent Etre Decrites apres les Poutres Portees

Nom,Nbre,Profil (ou X,P,<...,>...,I...,H...) et Portee (m) =? P3,15,X,2.8
Nb.Ch.Conc. , Nb.Ch.Trap. =? 0,2
p1 , p2 , a1 , a2 , coef (kN/m et m) =? 16,16,0,2.8,1.5
p1 , p2 , a1 , a2 , coef (kN/m et m) =? 0.56,0.56,0,2.8,1.333

Nom,Nbre,Profil (ou X,P,<...,>...,I...,H...) et Portee (m) =? P2,4,X,9.6
Nb.Ch.Conc. , Nb.Ch.Trap. =? 5,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P3G,1.6,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P3G,3.2,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P3G,4.8,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P3G,6.4,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P3G,8,0
```

```
PLANCM
Nom,Nbre,Profil (ou X,P,<...,>...,I...,H...) et Portee (m) =? P1,2,P,8.4
Nb.Ch.Conc. , Nb.Ch.Trap. =? 2,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P2G,2.8,0
Charge (kN) (ou Numero de Poutre +G ou +D), Abscisse (m), Coef.Pond.=? P2G,5.6,0
7777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777

              Nbre Choix   Long.    Nc  Nt      Charges                    Coeff
NOM...=P3      15   X      2.800     0   2
                                               16.00   16.00   0.000  2.800  1.500
                                                0.56    0.56   0.000  2.800  1.333
NOM...=P2       4   X      9.600     5   0
                                             P3G         1.600                0.000
                                             P3G         3.200                0.000
                                             P3G         4.800                0.000
                                             P3G         6.400                0.000
                                             P3G         8.000                0.000
NOM...=P1       2   P      8.400     2   0
                                             P2G         2.800                0.000
                                             P2G         5.600                0.000
7777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777777
 OK?
```


6.4.5. Résultats

RESULTATS

Nom	Nbre	Profile	Eff.Tr.(kN) Gauche	Droit	Mmax kNm	Cisail. MPa	Contr. Mpa	Fleche mm	soit
P3	15	IPE160	34.934	-34.934	24.45	43.7	225.12	-7.33	1/ 382
						29%	96%	52%	
P2	4	IPE400	91.500	-91.500	261.52	26.6	226.13	-34.04	1/ 282
						17%	96%	71%	
P1	2	IPE400	95.144	-95.144	263.85	27.7	228.15	-27.56	1/ 305
						18%	97%	66%	

Calculs suivant les CM 66

Limite Elastique de l'Acier = 235 MPa

```
I Contr.  Maximum  I   228.1 I  97.1% I
I Cisai.  Maximum  I    43.7 I  28.6% I  (sur 100% de la Hauteur du Profile)
I Fleche  Maximum  I 1/  282 I  70.9% I
```

DONNEES et CHARGES (Le poids propre est pris automatiquement)

Nom	Profile	Long. m	Aire cm2	Inertie cm4	I/v cm3	Pds Pr. kN/m	Q p1	a (kN KN/m et m) p2	a1	a2	Coeff.
P3	IPE160	2.800	20.1	869.0	108.6	0.155	16.00	16.00	0.000	2.800	1.500
							0.56	0.56	0.000	2.800	1.333
P2	IPE400	9.600	84.5	23130.0	1156.5	0.651	23.40	1.600			1.493
							23.40	3.200			1.493
							23.40	4.800			1.493
							23.40	6.400			1.493
							23.40	8.000			1.493
P1	IPE400	8.400	84.5	23130.0	1156.5	0.651	61.63	2.800			1.485
							61.63	5.600			1.485

Nombre de Poutres = 21
Poids Total d'Acier = 42.42 kN (= 4324.3 kg)

6.4.6. Listing « PLANCM »

```
10 REM Calcul de Planchers Metalliques – "PLANCM" -
20 REM H. THONIER – Janvier 1993
30 ON ERROR GOTO 50
40 GOTO 60
50 PRINT USING"Erreur## Ligne#####";ERR;ERL:STOP
60 CLS
70 E=210000!     ' Young
80 FLI=200       ' Fleche Admissible (1/200 de la Portee)
90 NK=2          ' Nombre de Troncons de Calcul
100 COFHT=1      ' Le Cisaillement est Calcule sur 100% de la Hauteur (CM66)
110 COV=.65      ' Coefficient de Reduction du Cisaillement (0.65 en CM66)
120 GAMA=1.1     ' Coeficient sur l'Acier (EC3)
130 U3=1000:U4=10000:U6=1000000!:U8=1E+08
140 CALL TEXTFONT(4):CALL TEXTSIZE(9)   ' Propre au MacIntosh
150 INPUT"Voulez-Vous Entrer les Donnees : 1 = au Clavier, 2= en DATA";IDON
160 GOSUB 260    ' Lecture des Profiles Normalises
170 GOSUB 530    ' Lecture des Donnees Generales
180 GOSUB 710    ' Lecture Donnees des poutres
190 GOSUB 1090   ' Tetiere des Resultats
200 GOSUB 1190   ' Calcul des Sollicitations et contraintes
210 GOSUB 2230   ' Repetition des Donnees
```

```
220 INPUT UU$
230 END
240 REM--------------------------------------------
250 REM Lecture des Profils Normalises
260 NFT=100  'Nombre Maximum de Profiles Normalises
270 DIM NOPR$(NFT),ZZB(NFT),ZZH(NFT),ZZS(NFT),ZZI(NFT),ZZIY(NFT),STA(NFT),AV(NFT)
280 FOR IK1=0 TO NFT
290 READ NOPR$(IK1)
300 IF NOPR$(IK1)="FIN" THEN NFT=IK1-1:GOTO 330
310 READ ZZB(IK1),ZZH(IK1),ZZS(IK1),ZZI(IK1),ZZIY(IK1),STA(IK1),AV(IK1)
320 NEXT IK1
330 INPUT"Voulez-Vous Repeter les Donnees des Profiles Normalises:Oui=1,Non=0";U1
340 IF U1=0 THEN 420
350 LPRINT:LPRINT" No Type   Ep.Ame Hauteur Section  Inertie   I/v    Iy Giration M.Stat. Av"
360 LPRINT"            mm     mm    cm2      cm4     cm3    cm4   cm    cm3   cm2"
370 FOR IK1=0 TO NFT
380 IF NOPR$(IK1)="FIN" THEN 420
390 LPRINT USING"### \      \ ##.#   ####  #####.#  ########.# #######.# ######.# ###.## ######.#
###.##";IK1+1;NOPR$(IK1);ZZB(IK1);ZZH(IK1);ZZS(IK1);ZZI(IK1);ZZI(IK1)/ZZH(IK1)*20;ZZIY(IK1);SQR(ZZI(IK1)/
ZZS(IK1));STA(IK1);AV(IK1)
400 NEXT IK1
410 LPRINT
420 FOR IK1=1 TO NFT
430 ZZB(IK1)=ZZB(IK1)/U3
440 ZZH(IK1)=ZZH(IK1)/U3
450 ZZI(IK1)=ZZI(IK1)/U8
460 ZZS(IK1)=ZZS(IK1)/U4
470 STA(IK1)=STA(IK1)/U6
480 AV(IK1)=AV(IK1)/U4
490 NEXT IK1
500 RETURN
510 REM--------------------------------------------
520 REM Donnees au Clavier
530 IF IDON=2 THEN READ CODE,SE,NP,NMC,NMT:GOTO 590
540 INPUT"Code (CM66 = 1, EC3 = 2) =";CODE
550 INPUT"Limite Elastique (MPa)  =";SE
560 INPUT "Nombre Total de Poutres Calculees =";NP
570 INPUT"Nombre Maximum de Charges Concentrees par Poutre  =";NMC
580 INPUT"Nombre Maximum de Charges Trapezoidales par Poutre =";NMT
590 DIM PROF$(NP+1),NOM$(NP+1),NPOU$(NP+1,NMC+1),AQ(NP+1,NMC+1)
600 DIM Q1(NP+1,NMT+1),Q2(NP+1,NMT+1),A1(NP+1,NMT+1),A2(NP+1,NMT+1)
610 DIM NC(NP+1),NT(NP+1),L(NP+1),Q(NP+1,NMC+1),RG(NP+1),RD(NP+1)
620 DIM NOPF(NP+1),NOMB(NP+1),KPC(NP+1,NMC+1),KPT(NP+1,NMT+1)
630 DIM RG1(NP+1),RD1(NP+1)
640 TAUM=.65*SE
650 SIG=SE
660 IF CODE=1 THEN COP=4/3    ' Coefficient Ponderateur du Poids Propre des Poutres
670 IF CODE=2 THEN COP=1.35
680 RETURN
690 REM--------------------------------------------
700 REM Lecture des Donnees des Poutres
710 PRINT:PRINT"ATTENTION: les Poutres Porteuses Doivent Etre Decrites";
720 PRINT" apres les Poutres Portees"
730 FOR I=1 TO NP
740 IF IDON=2 THEN READ NOM$(I),NOMB(I),PROF$(I),L(I),NC(I),NT(I):GOTO 770
750 PRINT:INPUT"Nom,Nbre,Profil (ou X,P,<...,>...,I...,H...) et Portee (m) =";NOM$(I),NOMB(I),PROF$(I),L(I)
760 INPUT "Nb.Ch.Conc., Nb.Ch.Trap. =";NC(I),NT(I)
770 IF NC(I)=0 THEN 820
780   FOR J=1 TO NC(I)
790   IF IDON=2 THEN READ NPOU$(I,J),AQ(I,J),KPC(I,J):GOTO 810
```



```
800          INPUT"Charge  (kN)  (ou  Numero  de  Poutre  +G  ou  +D),  Abscisse  (m),
Coef.Pond.=";NPOU$(I,J),AQ(I,J),KPC(I,J)
810   NEXT J
820 IF NT(I)=0 THEN 870
830   FOR J=1 TO NT(I)
840   IF IDON=2 THEN READ Q1(I,J),Q2(I,J),A1(I,J),A2(I,J),KPT(I,J):GOTO 860
850   INPUT"p1, p2, a1, a2, coef (kN/m et m) =";Q1(I,J),Q2(I,J),A1(I,J),A2(I,J),KPT(I,J)
860   NEXT J
870 NEXT I
880 PRINT STRING$(79,55)
890 PRINT:PRINT"            Nbre Choix  Long.  Nc  Nt    Charges            Coeff"
900 FOR I=1 TO NP
910 PRINT "NOM...=";
920 PRINT USING"\   \"; NOM$(I);
930 PRINT USING" ###";NOMB(I);
940 PRINT USING" \   \ ##.###   ## ##";PROF$(I);L(I);NC(I);NT(I)
950 IF NC(I)=0 THEN 990
960   FOR J=1 TO NC(I)
970   PRINT TAB(43);USING"\      \ ##.###          ##.###";NPOU$(I,J);AQ(I,J);KPC(I,J)
980   NEXT J
990 IF NT(I)=0 THEN 1030
1000   FOR J=1 TO NT(I)
1010   PRINT TAB(43);USING"###.## ###.##  ##.### ##.###  #.###";Q1(I,J);Q2(I,J);A1(I,J);A2(I,J);KPT(I,J)
1020   NEXT J
1030 NEXT I
1040 PRINT STRING$(79,55)
1050 INPUT" OK";OK$
1060 RETURN
1070 REM--------------------------------------------
1080 REM Tetiere des Resultats
1090 LPRINT:LPRINT"RESULTATS":LPRINT"--------"
1100 IF CODE=2 THEN 1140
1110 LPRINT"Nom  Nbre Profile   Eff.Tr.(kN)    Mmax  Cisail. Contr. Fleche soit"
1120 LPRINT"                 Gauche  Droit   kNm    MPa    Mpa    mm"
1130 GOTO 1160
1140 LPRINT"Nom  Nbre Profile   VSd  (kN)    MSd   VRd    MRd  Fleche soit"
1150 LPRINT"                 Gauche  Droit   kNm    kN    kNm    mm"
1160 RETURN
1170 REM--------------------------------------------
1180 REM
1190 CONM=0:TONM=0:FONM=0
1200   FOR I=1 TO NP
1210   PPC=0  ' Poids Propre
1220     FOR J6=1 TO 4    ' Iteration pour le Poids Propre
1230     GOSUB 1310  ' fmax, Vmax et Mmax
1240     GOSUB 1690  ' Recherche Profile
1250     NEXT J6
1260   GOSUB 1950
1270   NEXT I
1280 RETURN
1290 REM--------------------------------------------
1300 REM Calcul fmax, Vmax et Mmax pour pp donne (PPC)
1310 MMAX=0:FMAX=0:VMAX=0
1320 FOR K=0 TO NK
1330 X=K/NK*L(I):M=0:F=0:V=0:M1=0:V1=0:F1=0
1340 IF NC(I)=0 THEN 1390
1350   FOR J1=1 TO NC(I)
1360   GOSUB 1550   ' Reactions d'Appui
1370   GOSUB 2610   ' Calcul des Charges Concentrees
1380   NEXT J1
```

```
1390 IF NT(I)=0 THEN 1430
1400 FOR J1=1 TO NT(I)
1410 GOSUB 2770    ' Calcul des Charges Trapezoidales Partielles
1420 NEXT J1
1430 U1=PPC*X*(L(I)-X)/2:M=M+COP*U1:M1=M1+U1
1440 U1=PPC*X*(2*L(I)*X*X-X^3-L(I)^3)/24:F=F+COP*U1:F1=F1+U1
1450 U1=PPC*(L(I)/2-X):V=V+COP*U1:V1=V1+U1
1460 IF M>MMAX THEN MMAX=M
1470 IF ABS(F1)>ABS(FMAX) THEN FMAX=F1
1480 IF ABS(V)>VMAX THEN VMAX=ABS(V)
1490 IF K=0 THEN RG(I)=V:RG1(I)=V1
1500 IF K=NK THEN RD(I)=V:RD1(I)=V1
1510 NEXT K
1520 RETURN
1530 REM--------------------------------
1540 REM Recherche de la Reaction d'Appui  RG  ou  RD
1550 N6=LEN(NPOU$(I,J1))
1560 U1$=LEFT$(NPOU$(I,J1),N6-1)
1570 Q(I,J1)=0
1580 U2$=RIGHT$(NPOU$(I,J1),1)
1590 IF U2$="G" OR U2$="D" THEN 1610
1600 Q(I,J1)=VAL(NPOU$(I,J1)):GOTO 1660
1610   FOR J4=1 TO NP
1620   IF NOM$(J4)<>U1$ THEN 1650
1630   IF U2$="G" THEN Q(I,J1)=RG1(J4):KPC(I,J1)=RG(J4)/RG1(J4)
1640   IF U2$="D" THEN Q(I,J1)=-RD1(J4):KPC(I,J1)=-RD(J4)/RD1(J4)
1650   NEXT J4
1660 RETURN
1670 REM--------------------------------
1680 REM Recherche du Profile
1690 NORE=0:PPMIN=1E+10
1700 N6=LEN(PROF$(I))
1710 U1$=LEFT$(PROF$(I),1)
1720 U2$=RIGHT$(PROF$(I),N6-1)
1730   FOR I2=1 TO NFT
1740   IF CODE=1 THEN MRD=ZZI(I2)/ZZH(I2)*2*U3*SE:VRD=ZZB(I2)*ZZH(I2)*COV*SE*U3
1750   IF CODE=2 THEN MRD=.2*STA(I2)*SE*U4/GAMA:VRD=AV(I2)*SE/GAMA/SQR(3)*U3
1760   FRD=L(I)*U3/FLI
1770   IF U1$="T" OR U1$="H" THEN 1880
1780   IF MRD<MMAX THEN 1890
1790   IF VRD<VMAX THEN 1890
1800   IF ABS(FMAX)/ZZI(I2)/E>FRD THEN 1890
1810   IF U1$="<" AND ZZH(I2)>VAL(U2$)/U3 THEN 1890
1820   IF U1$=">" AND ZZH(I2)<VAL(U2$)/U3 THEN 1890
1830   IF U1$="P" AND ZZH(I2)<>HPREC THEN 1890
1840   PPC=ZZS(I2)*9.81*7.85
1850   IF PPC>PPMIN THEN 1890
1860   NORE=I2:PPMIN=PPC
1870   GOTO 1890
1880   IF PROF$(I)=NOPR$(I2) THEN PPC=ZZS(I2)*9.81*7.85: NORE=I2:GOTO 1920
1890   NEXT I2
1900 IF NORE=0 THEN LPRINT USING"Aucun Profile ne Convient pour \    \";NOM$(I):LPRINT"Completer la
Liste par des Profiles Reconstitues":STOP
1910 PPC=PPMIN
1920 RETURN
1930 REM--------------------------------
1940 REM Resultats
1950 VT=ABS(RG(I))
1960 IF VT<ABS(RD(I)) THEN VT=ABS(RD(I))
1970 IF CODE=2 THEN 2010
```



```
1980 TAU=VT/(COFHT*ZZH(NORE))/ZZB(NORE)/U3
1990 SIG=MMAX/2/ZZI(NORE)*ZZH(NORE)/U3
2000 GOTO 2030
2010 MRD=.2*STA(NORE)*SE*U4/GAMA
2020 VRD=AV(NORE)*SE/GAMA/SQR(3)*U3
2030 FMAX=FMAX/E/ZZI(NORE)
2040 FMAD=L(I)/FLI*U3
2050 IF CODE=2 THEN 2090
2060  LPRINT  USING"\     \ ###     \         \ ###.### ###.### ####.##     ###.# ####.##   ###.##   1/
####";NOM$(I);NOMB(I);NOPR$(NORE);RG(I);RD(I);MMAX;TAU;SIG;FMAX;ABS(L(I)/FMAX*U3)
2070 LPRINT TAB(48);USING"###%   ###%   ###%";TAU/TAUM*100;SIG/SE*100;ABS(FMAX/FMAD*100)
2080 GOTO 2110
2090  LPRINT  USING"\     \ ###     \         \ ###.### ###.### ####.##     ###.# ####.##   ###.##   1/
####";NOM$(I);NOMB(I);NOPR$(NORE);RG(I);RD(I);MMAX;VRD;MRD;FMAX;ABS(L(I)/FMAX*U3)
2100 LPRINT TAB(48);USING"###%   ###%   ###%";VT/VRD*100;MMAX/MRD*100;ABS(FMAX/FMAD*100)
2110 NOPF(I)=NORE
2120 HPREC=ZZH(NORE)
2130 IF CODE=2 THEN 2170
2140 IF SIG/SE*100>CONM THEN CONM=SIG/SE*100
2150 IF TAU/TAUM*100>TONM THEN TONM=TAU/TAUM*100
2160 GOTO 2190
2170 IF MMAX/MRD*100>CONM THEN CONM=MMAX/MRD*100
2180 IF VT/VRD*100>TONM THEN TONM=VT/VRD*100
2190 IF ABS(FMAX/FMAD*100)>FONM THEN FONM=ABS(FMAX/FMAD*100)
2200 RETURN
2210 REM--------------------------------
2220 REM Repetition des Donnees et Charges
2230 LPRINT "Calculs suivant ";
2240 IF CODE=1 THEN LPRINT "les CM 66" ELSE LPRINT"l'Eurocode 3"
2250 LPRINT:LPRINT USING"Limite Elastique de l'Acier =#### MPa";SE
2260 LPRINT:LPRINT"--------------------------------"
2270 IF CODE=1 THEN LPRINT USING"I Contr.  Maximum   I   ###.# I ###.#% I";CONM*SE/100;CONM
2280 IF CODE=1 THEN LPRINT USING"I Cisai.  Maximum   I   ###.# I ###.#% I";TONM*TAUM/100;TONM;
2290 IF CODE=1 THEN LPRINT USING"  (sur ###% de la Hauteur du Profile)";COFHT*100
2300 IF CODE=2 THEN LPRINT USING"I (MSd/MRd)max      I        I ###.#% I";CONM
2310 IF CODE=2 THEN LPRINT USING"I (VSd/VRd)max      I        I ###.#% I";TONM
2320 LPRINT USING"I Fleche  Maximum   I 1/##### I ###.#% I";FLI/FONM*100;FONM
2330 LPRINT"--------------------------------"
2340 LPRINT:LPRINT
2350 LPRINT"DONNEES et CHARGES   (Le poids propre est pris automatiquement)":LPRINT"----------------"
2360 LPRINT "Nom  Profile  Long.  Aire  Inertie   I/v  Pds Pr.   Q     a (kN KN/m et m)  Coeff."
2370 LPRINT "             m  cm2     cm4   cm3    kN/m    p1    p2   a1    a2"
2380 PTOT=0:TNOMB=0
2390 FOR I=1 TO NP
2400 I1=NOPF(I)
2410 TNOMB=TNOMB+NOMB(I)
2420 PPC=ZZS(I1)*9.81*7.85
2430 PTOT=PTOT+PPC*L(I)*NOMB(I)
2440     LPRINT     USING"\              \\                        \    ##.###    ###.#    #######.#    ####.#
##.###";NOM$(I);NOPR$(I1);L(I);ZZS(I1)*U4;ZZI(I1)*U8;2*ZZI(I1)/ZZH(I1)*U6;PPC;
2450 IF NC(I)=0 THEN 2490
2460 FOR I1=1 TO NC(I)
2470 LPRINT TAB(53);USING"###.## ###.###             ##.###";Q(I,I1);AQ(I,I1);KPC(I,I1)
2480 NEXT I1
2490 IF NT(I)=0 THEN 2530
2500 FOR I1=1 TO NT(I)
2510 LPRINT TAB(53);USING"###.## ###.## ##.### ##.###  #.###";Q1(I,I1);Q2(I,I1);A1(I,I1);A2(I,I1);KPT(I,I1)
2520 NEXT I1
2530 IF NC(I)=0 AND NT(I)=0 THEN LPRINT
2540 NEXT I
```

```
2550 LPRINT
2560 LPRINT USING" Nombre de Poutres   = ####";TNOMB
2570 LPRINT USING" Poids Total d'Acier = ###.## kN (=#####.# kg)";PTOT;PTOT/9.81*U3
2580 RETURN
2590 REM-----------------------------------
2600 REM: Charges Concentrees
2610 Q=Q(I,J1):U1=AQ(I,J1)
2620 U2=L(I)-U1
2630 IF X>U1 THEN 2680
2640 VJ=Q*U2/L(I)
2650 MJ=Q*U2*X/L(I)
2660 FJ=Q*U2*X/6/L(I)*(X*X-U1*L(I)-U1*U2)
2670 GOTO 2710
2680 VJ=-Q*U1/L(I)
2690 MJ=Q*U1/L(I)*(L(I)-X)
2700 FJ=Q*U1*(L(I)-X)/6/L(I)*(U1*U1-2*L(I)*X+X*X)
2710 V=V+KPC(I,J1)*VJ:V1=V1+VJ
2720 M=M+KPC(I,J1)*MJ:M1=M1+MJ
2730 F=F+KPC(I,J1)*FJ:F1=F1+FJ
2740 REM-----------------------------------
2750 RETURN
2760 REM: Calculs de  V,M,f : Charges Trapezoidale Partielle
2770 P=(Q1(I,J1)+Q2(I,J1))/2*A2(I,J1)
2780 U1=3*L(I)-3*A1(I,J1)-A2(I,J1)
2790 VA=A2(I,J1)/6/L(I)*(Q1(I,J1)*U1+Q2(I,J1)*(U1-A2(I,J1)))
2800 VB=VA-P
2810 C=L(I)-A1(I,J1)-A2(I,J1)
2820     U0=A2(I,J1)^3/120/L(I)*(Q1(I,J1)*(4*A2(I,J1)+15*C)+Q2(I,J1)*(A2(I,J1)+5*C))+VB*C^3/3/L(I)-VA/6/
L(I)*(A1(I,J1)+A2(I,J1))^2*(L(I)+2*C)
2830 IF X>A1(I,J1) THEN 2880
2840 VJ=VA
2850 MJ=VA*X
2860 FJ=VA*X^3/6+U0*X
2870 GOTO 3020
2880 IF X>A1(I,J1)+A2(I,J1) THEN 2960
2890 U1=X-A1(I,J1)
2900 U2=Q1(I,J1)*U1
2910 U31=(Q2(I,J1)-Q1(I,J1))*U1*U1/2/A2(I,J1)
2920 VJ=-U2-U31+VA
2930 MJ=-U2*U1/2-U31*U1/3+VA*X
2940 FJ=-U2*U1^3/24-U31*U1^3/60+VA*X^3/6+U0*X
2950 GOTO 3020
2960 U1=X-L(I)
2970 VJ=VB
2980 MJ=VB*U1
2990 U2=-(3*Q1(I,J1)+Q2(I,J1))*A2(I,J1)^3/24+VA/2*(A1(I,J1)+A2(I,J1))^2+U0
3000 U31=U2-VB*C*C/2
3010 FJ=VB*U1^3/6+U31*U1
3020 V=V+KPT(I,J1)*VJ:V1=V1+VJ
3030 M=M+KPT(I,J1)*MJ:M1=M1+MJ
3040 F=F+KPT(I,J1)*FJ:F1=F1+FJ
3050 RETURN
3060 REM-----------------------------------
3070 REM Description des caracteristiques Mecaniques des Profiles Normalises
3080 REM Type, Ep.Ame (mm), Hauteur (mm), Section (cm2), Inertie (cm4), Iy (cm4),Mt Statiq.(cm3)
3090 M=M+KPC(I,J1)*MJ:M1=M1+MJ
3100 F=F+KPC(I,J1)*FJ:F1=F1+FJ
3110 REM Vous Pouvez Creer votre Propre Liste de Profiles
3120 DATA IPN80,3.9,80,7.58,77.8,6.29,11.4,3.31
3130 DATA IPN100,4.5,100,10.6,171,12.2,19.9,4.72
```



```
3140 DATA IPN120,5.1,120,14.2,328,21.5,31.8,6.45
3150 DATA IPN140,5.7,140,18.3,573,35.2,47.7,8.42
3160 DATA IPE80,3.8,80,7.64,80.1,8.49,11.6,3.57
3170 DATA IPE100,4.1,100,10.3,171,15.9,19.7,5.06
3180 DATA IPE120,4.4,120,13.2,318,27.7,31.4,6.30
3190 DATA IPE140,4.7,140,16.4,541,44.9,44.2,7.62
3200 DATA IPE160,5,160,20.1,869,68.3,61.9,9.67
3210 DATA IPE180,5.3,180,23.9,1317,101,83.2,11.20
3220 DATA IPE200,5.6,200,28.5,1943,142,110,14.02
3230 DATA IPE220,5.9,220,33.4,2772,205,143,15.91
3240 DATA IPE240,6.2,240,39.1,3892,284,183,19.13
3250 DATA IPE270,6.6,270,45.9,5790,420,242,22.09
3260 DATA IPE300,7.1,300,53.8,8356,604,314,25.67
3270 DATA IPE330,7.5,330,62.6,11770,788,402,30.8
3280 DATA IPE360,8,360,72.7,16270,1043,510,35.1
3290 DATA IPE400,8.6,400,84.5,23130,1318,654,42.7
3300 DATA IPE450,9.4,450,98.8,33740,1676,851,50.8
3310 DATA IPE500,10.2,500,116,48200,2142,1100,60.4
3320 DATA IPE550,11.1,550,134,67120,2668,1390,71.9
3330 DATA IPE600,12,600,156,92080,3387,1760,83.8
3340 DATA HEA100,5,96,21.2,349,134,41.5,7.52
3350 DATA HEA120,5,114,25.3,606,231,59.7,8.42
3360 DATA HEA140,5.5,133,31.4,1033,389,86.7,10.11
3370 DATA HEA160,6,152,38.8,1673,616,123,13.24
3380 DATA HEA180,6,171,45.3,2510,925,162,14.52
3390 DATA HEA200,6.5,190,53.8,3692,1336,215,18.05
3400 DATA HEA220,7,210,63.3,5410,1955,284,20.63
3410 DATA HEA240,7.5,230,76.8,7763,2769,372,25.14
3420 DATA HEA260,7.5,250,86.8,10460,3668,460,28.54
3430 DATA HEA280,8,270,97.3,13670,4763,556,31.78
3440 DATA HEA300,8.5,290,112.5,18260,6310,692,37.25
3450 DATA HEA320,9,310,124.4,22930,6985,814,41.2
3460 DATA HEA340,9.5,330,133.5,27700,7436,925,47.0
3470 DATA HEA360,10,350,142.8,33090,7887,1040,49.0
3480 DATA HEA400,11,390,159,45070,8564,1280,57.4
3490 DATA HEA450,11.5,440,178,63720,9465,1610,65.8
3500 DATA HEA500,12,490,197.5,86980,10370,1970,74.7
3510 DATA HEA550,12.5,540,211.8,111900,10820,2310,83.8
3520 DATA HEA600,13,590,226.5,141200,11270,2680,93.3
3530 DATA HEB100,6,100,26,450,167,52.1,9.00
3540 DATA HEB120,6.5,120,34,864,318,82.6,10.96
3550 DATA HEB140,7,140,43,1509,550,123,13.12
3560 DATA HEB160,8,160,54.3,2492,889,177,17.64
3570 DATA HEB180,8.5,180,65.3,3831,1363,241,20.29
3580 DATA HEB200,9,200,78.1,5696,2003,321,24.85
3590 DATA HEB220,9.5,220,91,8091,2843,414,27.88
3600 DATA HEB240,10,240,106,11260,3923,527,33.24
3610 DATA HEB260,10,260,118.4,14920,5135,641,37.55
3620 DATA HEB280,10.5,280,131.4,19270,6595,767,41.1
3630 DATA HEB300,11,300,149.1,25170,8563,934,47.5
3640 DATA HEB320,11.5,320,161.3,30820,9239,1070,51.7
3650 DATA HEB340,12,340,170.9,36660,9690,1200,56.1
3660 DATA HEB360,12.5,360,180.6,43190,10140,1340,60.6
3670 DATA HEB400,13.5,400,197.8,57680,10820,1620,70.0
3680 DATA HEB450,14,450,218,79890,11720,1990,79.7
3690 DATA HEB500,14.5,500,238.6,107180,12620,2410,89.8
3700 DATA HEB550,15,550,254.1,136690,13080,2800,110.1
3710 DATA HEB600,15.5,600,270,171040,13530,3210,110.9
3720 DATA HEM100,12,120,53.2,1143,399,118,18.00
3730 DATA HEM120,12.5,140,66.4,2018,703,175,21.15
```

```
3740 DATA HEM140,13,160,80.6,3291,1144,247,24.50
3750 DATA HEM160,14,180,97.1,5098,1759,337,30.86
3760 DATA HEM180,14.5,200,113.3,7483,2580,442,34.7
3770 DATA HEM200,15,220,131.3,10642,3651,568,41.1
3780 DATA HEM220,15.5,240,149.4,14605,5012,710,45.3
3790 DATA HEM240,18,270,199.6,24290,8153,1060,60.1
3800 DATA HEM260,18,290,219.6,31310,10450,1260,66.9
3810 DATA HEM280,18.5,310,240.2,39550,13160,1480,72.1
3820 DATA HEC300,16,320,225.1,40950,13740,1460,68.5
3830 DATA HEM300,21,340,303.1,59200,19400,2040,90.6
3840 DATA HEM320,21,359,312,68140,19710,2220,94.8
3850 DATA HEM340,21,377,315.8,76370,19710,2360,98.6
3860 DATA HEM360,21,395,318.8,84870,19520,2490,102.4
3870 DATA HEM400,21,432,325.8,104100,13340,2790,110.2
3880 DATA HEM450,21,478,335.4,131500,19340,3170,119.8
3890 DATA HEM500,21,524,344.3,161900,19160,3550,129.5
3900 DATA HEM550,21,572,354.4,198000,19160,3970,139.6
3910 DATA HEM600,21,620,363.7,237400,18980,4390,149.7
3920 DATA FIN
3930 REM Donnees sous Forme de DATA
3940 DATA 1,235,3,5,1
3950 DATA P3,15,X,2.8,0,2
3960 DATA 16,16,0,2.8,1.5
3970 DATA 0.56,0,56,0,2.8,1.33333
3980 DATA P2,4,X,9.6,5,0
3990 DATA P3G,1.6,0
4000 DATA P3G,3.2,0
4010 DATA P3G,4.8,0
4020 DATA P3G,6.4,0
4030 DATA P3G,8,0
4040 DATA P1,2,P,8.4,2,0
4050 DATA P2G,2.8,0
4060 DATA P2G,5.6,0
```

7. LIAISONS ÉLÉMENTS PRÉFABRIQUÉS - BÉTON COULÉ SUR PLACE

La transmission des efforts entre deux éléments de nature différente, par exemple une poutrelle en acier et une dalle en béton coulée sur place, ou bien encore entre deux éléments en bétons d'âges différents, est fonction des modules d'Young des deux matériaux et des phénomènes de fluage et de retrait.

On se référera, pour les assemblages entre un béton coulé sur place et :
- une prédalle, au CPT- « Planchers »-Titre II [2],
- une poutrelle préfabriquée, au CPT-« Planchers »-Titre I [1],
- une dalle alvéolée préfabriquée précontrainte, au CPT-« Planchers »-Titre III [3].

On remarquera que les Titres I et II sont conformes à l'ancien réglement de béton armé CCBA 68 et n'ont pas encore été mis à jour avec le BAEL.

Trois points sont à examiner plus particulièrement :
- la flexion en situation d'exécution,
- la flexion en situation d'exploitation,
- le cisaillement entre élément préfabriqué et béton coulé sur place en situation d'exploitation.

Les éléments préfabriqués en usine font, pour la plupart, l'objet d'un Avis Technique du CSTB ou d'un Agrément Technique Européen (ATE).

8. DALLES AVEC PRÉDALLES

Une prédalle est un élément de coffrage en béton qui est utilisé comme partie inférieure de dalle. La plupart du temps, les aciers de la prédalle tiennent lieu d'aciers inférieurs de la dalle.

On peut distinguer trois types de prédalles suivant leur taille :
- les petites prédalles de faible largeur et de faible portée, souvent mises en place à la main (par exemple 0,35 m de largeur et 1,20 m de longueur),
- les grandes prédalles de plus de 3,5 m de largeur ou de plus de 20 m^2 de surface (Art. 105.3 du CPT-Planchers-Titre II),
- les prédalles moyennes, de taille intermédiaire.

Ces deux derniers types peuvent avoir des dimensions correspondant à la dimension de la dalle limitée par ses appuis.

On distingue également trois types de prédalles suivant la nature de leur armatures (Fig.33) :
- les prédalles en béton armé sans raidisseurs métalliques en treillis,
- les prédalles en béton armé avec raidisseurs métalliques en treillis,
- les prédalles en béton précontraint.

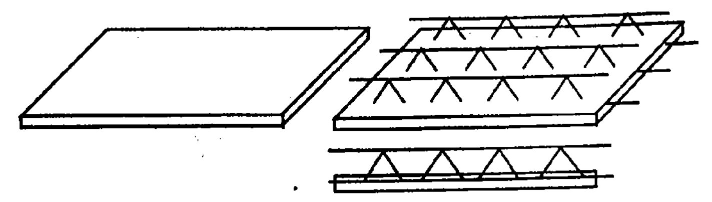


Fig.33 – Prédalles béton armé sans et avec raidisseur métallique en treillis

8.1. Dispositions constructives

L'épaisseur de la prédalle ne peut, pour des prédalles en béton armé, dépasser la moitié de l'épaisseur de la dalle finie. Cette épaisseur doit, au minimum, être de 5 cm, exception faite des petites prédalles où l'épaisseur peut descendre jusqu'à 4 cm (BAEL, art. B.7.6).

La longueur d'appui est au minimum de :
- 2 cm pour des appuis en béton armé,
- 4 cm pour des appuis en maçonnerie.

Le poids propre de la dalle peut être calculé avec un poids spécifique de 23,5 kN/m^3 (2400 kg/m^3, d'après le CPT-« Planchers-Titre II », art. 100).

8.2. Flexion en situations d'exécution et d'exploitation

La prédalle peut être posée sur des étais intermédiaires ou bien directement sur les appuis définitifs d'extrêmité. Le fait de disposer d'étais permet de réduire la portée de calcul sous l'action des charges permanentes, mais introduit des charges concentrées au droit des étais qui apparaissent lors de leur enlèvement.

Soient :
g_1 = poids propre de la prédalle
g_2 = poids propre de la dalle coulée sur place,
q_1 = la charge d'exploitation de chantier,
q_2 = la charge d'exploitation en situation d'exploitation.

La charge q_1 peut être représentée par une charge concentrée Q_1 situé à mi-largeur de prédalle et à mi-portée entre étais ou appuis. La valeur de Q_1 est donnée par [2] :
$Q_1 = p\ b\ L$, non inférieure à 1 kN, avec p = 0,5 kN/m^2, b = largeur de la prédalle, valeur limitée à 2 m et L = portée entre étais ou appuis.

Le calcul est alors effectué en ELU avec :
- une charge $g_1 + g_2 + q_1$ pour la détermination de la section d'acier A_{s1} nécessaire pour reprendre la phase d'exécution, avec la portée entre étais éventuels,
- une charge $g_1 + g_2$ pour la détermination de la section d'acier A'_{s1} pour reprendre les seules charges permanentes, avec les mêmes portées,
- des charges concentrées au droit des étais correspondant aux réactions des appuis enlevés (donc de signe contraire) de la prédalle calculée en continuité sous les charges $g_1 + g_2$, ce qui donne une section d'acier A''_{s1},
- de la charge d'exploitation q_2 en phase définitive qui donne une section d'acier A_{s2}

La section totale d'acier, dans chaque section, est égale à $A_s = A'_{s1} + A''_{s1} + A_{s2}$.

À l'ELU, il est loisible de calculer la dalle sans tenir compte des phases intermédiaires, car ajouter pour chaque phase de construction, des allongements de l'acier, ne fera que déplacer le point représentatif du diagramme contrainte-déformation sur le palier de plasticité, et la contrainte de l'acier restera bien égale à f_e / γ_s.

Le calcul est ensuite effectué en ELS avec :
- une charge $g_1 + g_2 + q_1$ pour la vérification des contraintes du béton et éventuellement de l'acier (si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable, ce qui est rarissime en phases d'exécution),

- une charge $g_1 + g_2$ pour le calcul des contraintes σ_{b1} et σ_{s1} du béton et de l'acier sous les seules charges permanentes,
- une charge q_2 en phase définitive à laquelle correspond des contraintes σ_{b2} et σ_{s2} pour le béton et l'acier.

La contrainte finale vaut au plus $\sigma_b = \sigma_{b1} + \sigma_{b2}$ et $\sigma_s = \sigma_{s1} + \sigma_{s2}$.

En effet sous charge permanentes $g_1 + g_2$ avant durcissement du béton, la courbe des déformations est indiquée sur la figure 34-a, avec un raccourcissement du béton ε_{b1} et un allongement de l'acier ε_{s1}. S'il n'y avait pas de liaison mécanique entre la prédalle et le béton coulé sur place (joint parfaitement lisse par exemple), la déformation du béton serait 3 ε_{b1} et celle de l'acier serait inchangée, en admettant un coefficient de fluage de 2 (Fig.34-b).
Or le raccourcissement dû au fluage du béton de la prédalle est gêné par la présence de la partie de béton coulé sur place, qui lui n'est pas comprimé sous charges permanentes, il s'ensuit donc une transmission d'effort de compression de la prédalle dans le béton coulé sur place ; le bras de levier est donc augmenté et ainsi, pour un même moment, la contrainte dans l'acier inférieur diminue (Fig.34-c).

On va donc dans le sens de la sécurité en additionnant les contraintes comme indiqué ci-dessus.

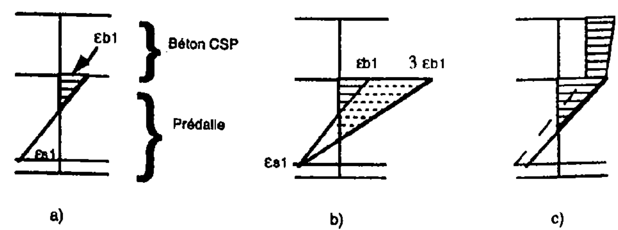


Fig.34 – Prédalles – Diagrammes des déformatio...

8.3. Cisaillement à la jonction prédalle – béton coulé sur place

L'ensemble n est monolithe que s'il n'y pas glissement entre les deux éléments. Pour cela, on doit respecter la règle des coutures qui consiste à reprendre le cisaillement par des armatures verticales (par exemple des grecques ou des raidisseurs métalliques).

Cependant, l'expérience a montré que des ensembles prédalles-béton coulé sur place non armés transversalement (c'est-à-dire sans armatures traversant la surface de reprise), étaient capables de reprendre des efforts tranchants non négligeables. On se rappellera néanmoins que la rupture par cisaillement est une rupture fragile, et qu'il faudra être vigilant sur cette vérification.

On est dispensé d'armatures traversantes sous certaines conditions (BAEL91, art.A.5.3.3) :
- la surface de reprise est rugueuse (avec indentations),
- l'élément n'est soumis qu'à des charges réparties, lentement variables, non susceptibles d'effets dynamiques ou de chocs,
- la contrainte tangente n'excède pas 0,35 MPa en ELU,
- la contrainte normale éventuelle est une compression.

Le calcul de la contrainte de cisaillement est effectué, en ELU, sous l'action des charges d'exploitation q_2.

8.4. Exemple numérique

8.4.1. Données

Portée de la dalle : L = 4,00 m
Épaisseur de la prédalle : h_1 = 0,08 m
Épaisseur du béton coulé sur place (CSP) h_2 = 0,08 m
Épaisseur totale de la dalle : 0,16 m

Hauteur utile prédalle seule : d_1 = 0,06 m
Hauteur utile dalle entière : d_2 = 0,14 m
Enrobage à l'axe des aciers inférieurs : 20 mm
Largeur de la dalle b = 3,00 m

Béton de la prédalle : f_{c28} = 30 MPa, soit $\sigma_{bu} = 0{,}85 f_{c28} / 1{,}5 = 17$ MPa
Béton CSP : f_{c28} = 25 MPa, soit $\sigma_{bu} = 0{,}85 f_{c28} / 1{,}5 = 14{,}17$ MPa
Acier : f_e = 500 MPa, soit σ_{su} = 500 / 1,15 = 434,8 MPa si $\mu < 0{,}37$

Fissuration jugée peu préjudiciable, donc pas de vérification de la contrainte de l'acier en ELS.

Poids propre de la prédalle pour 1 m de largeur : g_1 = 23,5 x 0,08 = 1,88 kN/m²
Poids propre du béton CSP pour 1 m de largeur : g_2 = 24,5 x 0,08 = 1,96 kN/m²
(Car le CPT-Plancher autorise de prendre une masse spécifique de 2 400 kg/m³ pour la prédalle et le BAEL 2 500 kg/m³ pour le béton CSP)

Charge d'exploitation en phase d'exécution :
charge concentrée Q_1 = Max[1 kN ; 0,5 L] = 2 kN à mi-portée

Charge d'exploitation : q_2 = 2,5 kN/m²

8.4.2. Détermination des aciers en ELU

Prédalle seule

Moment : $M'_{u1} = 1{,}35\,(g_1 + g_2)\,L^2 / 8 + 1{,}5\,Q_1\,L / 4$
$= 1{,}35\,(1{,}88 + 1{,}96) \times 4^2 / 8 + 1{,}5 \times 2 \times 4 / 4 = 13{,}37$ kNm/m pour un mètre de largeur.

Moment réduit : $\mu = M'_{u1} / (b\, d_1^2\, \sigma_{bu}) = 0{,}01337 / (0{,}06^2 \times 17) = 0{,}2185 < 0{,}37$

Bras de levier : $z_1 = 0{,}5\, d_1\,(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}05251$ m

Acier nécessaire : $A'_{s1} = M'_{u1} / (z_1\, \sigma_{su}) = 0{,}01337 \times 10^4 / (0{,}05251 \times 434{,}8) = 5{,}86$ cm²

Acier nécessaire pour reprendre les seules charges permanentes $g_1 + g_2$:
$M_{u1} = 1{,}35\,(1{,}88 + 1{,}96) L^2 / 8 = 10{,}37$ kNm/m
$\mu = 0{,}1694$
$z_1 = 0{,}05439$ m
$A_{s1} = 4{,}38$ cm²

Dalle entière avec charges d'exploitation q_2

$M_{u2} = 1{,}5\, q_2\, L^2 / 8 = 1{,}5 \times 2{,}5 \times 4^2 / 8 = 7{,}5$ kNm/m
$\mu = M_{u2} / (b\, d_2^2\, \sigma_{bu}) = 0{,}075 / (0{,}14^2 \times 14{,}17) = 0{,}027$
$z_2 = 0{,}5\, d_2\,(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}5 \times 0{,}14\,(1 + \sqrt{1 - 2 \times 0{,}027}) = 0{,}1381$ m
$A_{s2} = M_{u2} / (z_2\, \sigma_{su}) = 1{,}25$ cm²
Section d'acier totale : $A_s = \text{Max}\,[A'_{s1} ; A_{s1} + A_{s2}] = 5{,}86$ cm²

8.4.3. Vérification des contraintes en ELS

Prédalle seule avec charge de chantier

$M'_1 = (g_1 + g_2)\, L^2 / 8 + Q_1\, L / 4 = 7{,}68 + 2 = 9{,}68$ kNm/m

Module d'Young du béton de prédalle : $E_1 = 11\,000\, \sqrt[3]{30} = 34\,180$ MPa

Module d'Young du béton CSP : $E_2 = 11\,000\, \sqrt[3]{25} = 32\,164$ MPa
Coefficients d'équivalence : $n_1 = 5{,}851$ et $n_2 = 6{,}218$
Fibre neutre x = racine de l'équation : $0{,}5\, b\, x_1^2 + n_1\, A_s\,(d_1 - x_1) = 0$
$x_1^2 + 0{,}0068519\, x_1 - 0{,}0004101 = 0$ soit $x_1 = 0{,}017144$ m
Moment d'inertie : $I_1 = b\, x_1^3 / 3 + n_1\, A_s\,(d_1 - x_1)^2 = 7{,}9774\ 10^{-6}$ m⁴
$\sigma'_{b1} = M'_1\, x_1 / I_1 = 20{,}80 \text{ MPa} > 0{,}6 f_{c28} = 17$ MPa
$\sigma'_{s1} = n_1\, M'_1\,(d_1 - x_1) / I_1 = 304{,}29$ MPa

Remarques

1. La contrainte du béton n'étant pas vérifiée, on peut, soit augmenter la section d'acier, il faudra alors 8,75 cm² d'acier, soit augmenter la résistance du béton de la prédalle, il faudra alors avoir f_{c28} = 35 MPa, ce qui donnera σ'_{b1} = 21,21 MPa = $0{,}6 f_{c28}$ = 21 MPa à 1 % près.

2. Le BAEL admet de prendre un coefficient d'équivalence n = 15. On trouve alors pour f_{c28} = 30 MPa et A_s = 5,86 cm², les contraintes suivantes :
σ'_{b1} = 15,08 MPa et σ'_{s1} = 320,45 MPa, ce qui convient, car inférieur à $0{,}6 f_{c28}$ = 17 MPa.
Nous retiendrons donc la valeur **A_s = 5,86 cm²** avec un béton de résistance f_{c28} = 25 MPa pour la prédalle.

Prédalle seule sans charge de chantier

$M_1 = (g_1 + g_2)\, L^2 / 8 = 7{,}68$ kNm/m
Fibre neutre x_1 = 0,017144 m, la même valeur que précédemment car même section d'acier
Moment d'inertie : $I_1 = 7{,}9774\ 10^{-6}$ m⁴
$\sigma_{b1} = M_1\, x_1 / I_1 = 16{,}50$ MPa
$\sigma_{s1} = n_1\, M_1\,(d_1 - x_1) / I_1 = 241{,}42$ MPa

Dalle entière avec charges d'exploitation q_2 de courte durée

$M_2 = q_2\, L^2 / 8 = 2{,}5$ kNm//m
$n = 6{,}218$
σ_{b2} = 2,69 Mpa
σ_{s2} = 65,38 MPa
$\sigma_s = \sigma_{s1} + \sigma_{s2} = 241{,}42 + 65{,}38 = 306{,}80$ MPa

Dalle entière avec charges d'exploitation q_2 de longue durée

$M_2 = q_2 L^2 / 8 = 2{,}5$ kNm//m

$n = 3 \times 6{,}218 = 18{,}654$

$\sigma_{b2} = 1{,}76$ Mpa

$\sigma_{s2} = 68{,}34$ MPa

$\sigma_s = \sigma_{s1} + \sigma_{s2} = 241{,}42 + 68{,}34 = 309{,}76$ MPa < 434,8 MPa **OK**

8.4.4. Effet du fluage

Nous ferons les hypothèses suivantes :
- une section plane reste plane après déformation (Navier-Bernoulli)
- les contraintes sont proportionnelles aux déformations (Loi de Hooke)
- le coefficient de fluage K_{fl} est pris égal à 2.

Lors du coulage du béton de deuxième phase et pour les charges permanentes $g_1 + g_2$ pour une courte durée, les déformations se déduisent des contraintes calculées avec $E_1 = 34\,180$ MPa par :

$\varepsilon_{b1} = \sigma_{b1} / E_1 = 16{,}50 / 34\,180 = 0{,}482879$ ‰

$\varepsilon_{s1} = \sigma_{s1} / E_s = 241{,}42 / 200\,000 = 1{,}207119$ ‰

Le béton comprimé de la partie supérieure de la prédalle se raccourcit par fluage ; il est cependant gêné par la présence de la partie de béton CSP qui n'était soumis à aucune contrainte au début du fluage.

Une partie de l'effort de compression passe dans la partie de béton CSP par cisaillement le long de la surface de reprise. À l'équilibre final, au bout d'un temps infini, la variation de déformation doit être la même pour le béton de prédalle et pour le béton CSP.

Comme les sections restent planes, on doit avoir un diagramme de déformations tel qu'indiqué sur la figure 35.

À partir des deux inconnues ε_{b1a} et ε_{s1a}, on trouve deux équations d'équilibre :
- moments résistants des deux parties béton prédalle et béton CSP = moment extérieur
- efforts résistants des deux parties béton prédalle et béton CSP = effort de traction de l'acier.

À partir de coefficients d'équivalence de longue durée = $E / (1 + K_{fl})$

soit $E_1 = 11\,393$ Mpa, $E_2 = 10\,721$ MPa et $E_s = 200\,000$ MPa

contrainte béton prédalle : $\sigma_{b1a} = \varepsilon_{b1a} E_1$

contrainte acier : $\sigma_{s1a} = \varepsilon_{s1a} E_s$

fibre neutre : $x_1 = d_1 \varepsilon_{b1a} / (\varepsilon_{b1a} + \varepsilon_{s1a})$

effort de compression du béton de la prédalle : $F_1 = 0{,}5\, x_1\, \sigma_{b1a}$

bras de levier de cet effort : $z_1 = d_1 - x_1 / 3$

moment résistant prédalle : $M_1 = F_1 z_1$

déformation en partie inférieure du béton CSP : $\varepsilon_{b2a} = \varepsilon_{b1a} - \varepsilon_{b1}$

déformation en partie supérieure du béton CSP :

$\varepsilon_{b2b} = d_2 / d_1 (\varepsilon_{b1a} + \varepsilon_{s1a}) + \varepsilon_{b1a} - d_2 / d_1 (\varepsilon_{b1} + \varepsilon_{s1}) + \varepsilon_{b1}$

contrainte du béton CSP :
- en partie supérieure : $\sigma_{b2b} = \varepsilon_{b2b} E_2$
- en partie inférieure : $\sigma_{b2a} = \varepsilon_{b2a} E_2$

La contrainte trapézoïdale est décomposée en une contrainte constante et une contrainte triangulaire.

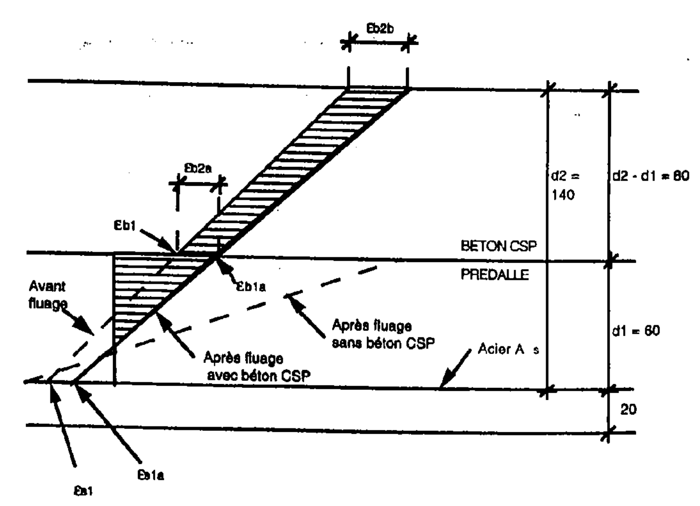


Fig.35 – État des déformations après fluage

$F_{21} = \sigma_{b2a} (d_2 - d_1)$ pour la partie constante

$z_{21} = (d_1 + d_2) / 2$

$M_{21} = F_{21} z_{21}$

$F_{22} = 0{,}5\,(\sigma_{b2b} - \sigma_{b2a}) (d_2 - d_1)$ pour la partie triangulaire

$z_{22} = (2\, d_1 + d_2) / 3$

$M_{22} = F_{22} z_{22}$

$F_2 = F_{21} + F_{22}$

$M_2 = M_{21} + M_{22}$

Les deux équations à vérifier sont :

$M = 7{,}68$ kNm/m $= M_1 + M_2$

et $F_1 + F_2 = A_s \sigma_{s1a}$

On trouve, par approximations successives, avec un tableur par exemple, les valeurs données sur la figure 36.

Vérification

$\varepsilon_{b1} = 0{,}482879$

$\varepsilon_{s1} = 1{,}207119$

$\varepsilon_{b1a} = 0{,}591558$	$\sigma_{b1a} = 6{,}7397$ MPa
$\varepsilon_{s1a} = 1{,}012561$	$\sigma_{s1a} = 202{,}512$ MPa
$\varepsilon_{b2b} = -\,0{,}0058264$	$\sigma_{b2b} = -\,0{,}062467$ MPa
$\varepsilon_{b2a} = 0{,}108679$	$\sigma_{b2a} = 1{,}16519$ MPa

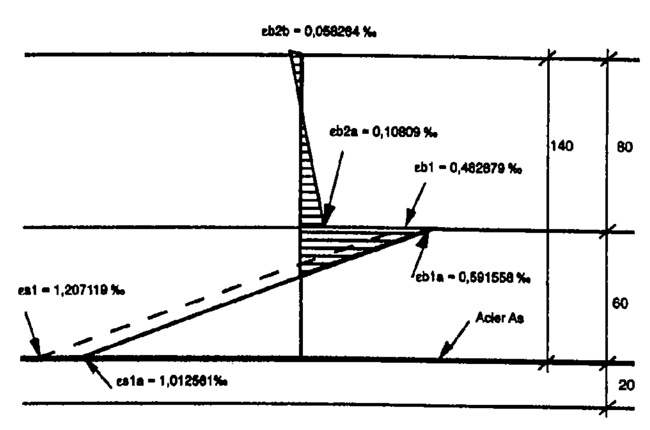


Fig. 36 – Déformations et contraintes

$x_1 = d_1\,\varepsilon_{b1a} / (\varepsilon_{b1a} + \varepsilon_{s1a}) = 0{,}0221265$ m
$F_1 = 0{,}5\,x_1\,\sigma_{b1a} = 74{,}563$ kNm/m
$z_1 = d_1 - x_1 / 3 = 0{,}0526245$ m
$M_1 = F_1\,z_1 = 3{,}9238$ kNm/m

$F_{21} = 93{,}2153$ kN/m pour la partie constante
$z_{21} = 0{,}1000$ m
$M_{21} = 9{,}32153$ kNm/m

$F_{22} = 0{,}5\,(\sigma_{b2b} - \sigma_{b2a})\,(d_2 - d_1) = -49{,}1063$ kN/m pour la partie triangulaire
$z_{22} = 0{,}11333$ m
$M_{22} = -5{,}56536$
$F_2 = 44{,}109$ kN/m
$M_2 = 3{,}75617$ kNm/m

Moment résistant : $M_1 + M_2 = 3{,}9238 + 3{,}7562 = 7{,}6800$ = moment fléchissant **OK**
Contrainte acier : $\sigma_s = (F_1 + F_2) / A_s = 118{,}672 / 5{,}86\ 10^4 / 10^3 = 202{,}512$ MPa **OK**

Remarques

1. Il peut paraître paradoxal que la contrainte en fibre supérieure du béton CSP soit négative, sous l'action des seules charges permanentes après fluage. En fait, la diminution de déformation de l'acier est plus importante que l'augmentation de déformation du béton. Il s'ensuit que la courbure diminue et que la flèche de la dalle diminue, entraînant une traction en fibre supérieure.

2. L'effort de glissement entre les deux bétons est égal à la variation de l'effort F_2 par unité de longueur, soit environ un maximum, au point d'effort tranchant maximum, égal au double du glissement moyen : $f = 2\,F_2 / (L / 2) = 2 \times 44{,}109 / 2 = 44{,}109$ kN/m de longueur. On peut en déduire le cisaillement de glissement maximum :

$\tau = f / 1\ m^2 = 44$ kPa $= 0{,}044$ MPa en ELS.

À cette valeur, on ajoutera le cisaillement dû à la charge d'exploitation $q_2 = 2{,}5$ kN/m²
$V = q_2\,L / 2 = 2{,}5 \times 2 = 5$ kN

$\tau = V / d_2 = 5 / 0{,}14 = 35{,}7$ kPa
soit un total de 71,7 kPa en ELS et environ 1,4 x 71,7 = 100 kPa = 0,1 Mpa en ELU.

3. On se rappelle que le cisaillement limite toléré en ELU est de 0,35 MPa (BAEL, art. A.5.3.3), calculé en cisaillement d'effort tranchant pour toutes les charges ultimes, qu'elles soient appliquées avant ou après le coulage du béton de deuxième phase.

Dans notre exemple, on a :
$V_u = [1{,}35\,(g_1 + g_2) + 1{,}5\,q_2]\,L / 2 = 1{,}35\,(1{,}88 + 1{,}96) + 1{,}5 \times 2{,}5]\,4 / 2 = 17{,}87$ kN
d'où $\tau_u = V_u / b\,d_2 = 17{,}87 / 0{,}14 = 127{,}6$ kPa $= 0{,}128$ MPa $< 0{,}35$ MPa.

En procédant ainsi, on va dans le sens de la sécurité, car on néglige la part d'effort repris par le béton de la prédalle. En effet, on le voit par la différence entre 0,128 MPa et 0,1 MPa.

8.5. Nervure préfabriquée et table de compression CSP

Le raisonnement fait ci-dessus pour les prédalles s'applique de la même manière, sauf que la quantité relative de béton CSP est plus importante que celle de la nervure, car les largeurs sont différentes avec $b > b_o$.

9. PLANCHER MIXTE – POUTRE EN ACIER ET BÉTON COULÉ SUR PLACE

On appelle plancher mixte une dalle en béton reposant sur des poutres en acier dont elle est solidaire (Fig.37).
Ce type de structure n'est traité dans aucun règlement français de calcul, mais dans l'Eurocode 4 (EC4) [8].

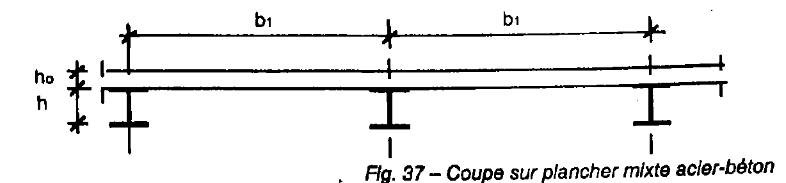


Fig. 37 – Coupe sur plancher mixte acier-béton

L'idée est venue d'associer deux matériaux complémentaires :
- le béton qui résiste bien à la compression et mal à la traction,
- l'acier qui résiste bien à la traction et mal à la compression (flambement et déversement).

En outre, l'ensemble est facile à poser, surtout lorsque la poutre peut supporter seule le poids propre de la dalle sans étai et que l'on peut coffrer les dalles sur des prédalles ou des bacs nervurés en acier, donc sans coffrage à réaliser sur place.

Pour que l'ensemble travaille de façon monolithique, il faut s'assurer que les efforts sont bien transmis entre la poutre et le béton de la dalle. C'est le rôle des connecteurs.

Les conditions à vérifier sont :

• en phase de construction :
- la résistance en ELU sous poids propre de la poutre, poids propre de la dalle et de la charge de chantier, en général sans étai,
- la flèche ELS sous charges permanentes, qui représentera la flèche initiale,

• en phase d'exploitation,
- la résistance de flexion en ELU sous les charges permanentes et d'exploitation,
- la résistance en ELU à l'effort tranchant,
- la résistance en ELU de la liaison acier-béton,
- les effets du retrait en ELS
- la déformation en ELS sous charges permanentes et d'exploitation, et retrait dans certains cas.

9.1. Phase de construction – Résistance ELU à la flexion

La poutre métallique supporte seule, avec (ou plutôt sans) étais, son poids propre, celui de la dalle et la charge d'exploitation de chantier. Cette dernière peut être prise égale au plus défavorable de 0,50 kN/m² ou de 1 kN par mètre de largeur de dalle, situé à mi-portée.
Le calcul des moments est à effectuer selon la résistance des matériaux. Le moment résistant est calculé suivant l'Eurocode 3. La section est supposée plastifiée, si l'on satisfait des conditions particulières relatives à la minceur des parois (sections de classes 1 et 2 seulement). Ainsi les contraintes sont égales à f_y / γ_a dans toute la partie comprimée et $-f_y / \gamma_a$ dans toute la partie tendue (Fig.38).

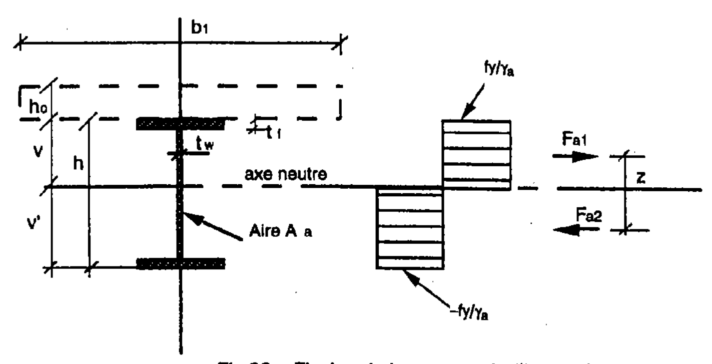


Fig.38 – Flexion de la poutre métallique – Contraintes en ELU

Soit S le moment statique de la partie de la poutre située au dessus de son centre de gravité par rapport à celui-ci. Cette valeur figure dans les catalogues des produits sidérurgiques [10].

Pour des poutres symétriques en I ou en H, sans congés, S peut être calculé de la façon suivante.

Soient :
b, la largeur totale de l'aile,
h, la hauteur totale de la poutre,
t_f, l'épaisseur de l'aile, (a dans les notations françaises)
t_w, l'épaisseur de l'âme, (e dans les notations françaises)
l'aire de la section totale vaut : $A_a = h\, t_w + 2\,(b - t_w)\, t_f$
le moment statique est égal à : $S = h^2\, t_w /8 + 0{,}5\,(b - t_w)\,(h - t_f)\, t_f$

Le moment résistant est donné par :

$$M_{Rd} = \int_{-v'}^{v} y\,dF = \int_{-v'}^{v} y b\sigma\,dy = \sigma \int_{-v'}^{v} b y\,dy = 2\sigma \int_{0}^{v} b y\,dy = 2\sigma S = 2S f_y/\gamma_a.$$

9.2. Phase de construction – Déformation

Le calcul de la déformation est effectué dans le domaine élastique.
Pour une poutre sur deux appuis sans étai, la flèche est donnée par :

$f = 5\, p\, L^4 / (384\, E_a\, I_a)$

avec :
$p = g_1 + g_2$
g_1 = poids propre de la poutre (= 0,0077 A_a kN/m pour A_a en cm²)
g_2 = poids propre de la dalle (= 24,5 $h_o\, b_1$ kN/m pour h_o et b_1 en m)
h_o = épaisseur de la dalle
b_1 = largeur réelle de la dalle reprise par la poutre (entre axes des poutres)
L = portée de la poutre
E_a = module d'Young de l'acier de la poutre (= 210 000 MPa)
I_a = moment d'inertie de la poutre seule

9.3. Phase d'exploitation. Résistance à l'ELU en flexion

9.3.1. Moment positif

Nous distinguerons les deux cas suivant que l'axe neutre est dans la dalle ou bien dans la nervure.

Axe neutre dans la dalle (Fig.39)

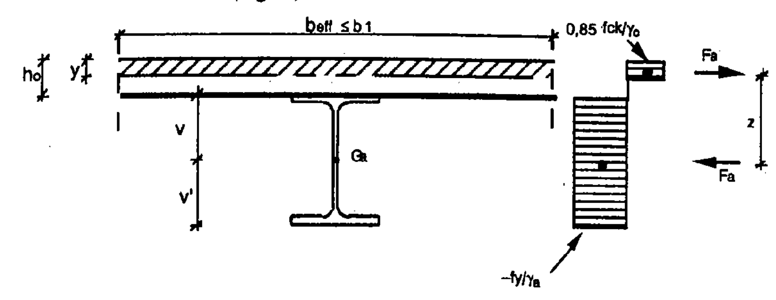


Fig.39 – Moment positif – Axe neutre dans la dalle

Le béton tendu est négligé.
La largeur de béton comprimé à prendre en compte, dite largeur efficace beff (EC4, art. 4.2.1), est limitée par la distance entre axes des poutrelles et par le quart de la distance L_o entre points de moments nuls de la poutre.

$$b_{eff} = \text{Min}\ [b_1\ ;\ L_o / 4]$$

Pour une travée de rive sans console de poutre continue, la longueur L_o peut être prise forfaitairement égale à 0,8 fois la portée ; pour une travée intérmédiaire, L_o égale 0,7 fois la portée.
Pour une hauteur de béton comprimé y, la résultante de compression du béton vaut $F_c = b_{eff}\, y\, \sigma_c$
avec σ_c = contrainte de calcul du béton = $0{,}85 f_{ck} / \gamma_c$ (= $0{,}85 f_{c28} / \gamma_b$ en notation française) et $\gamma_c = 1{,}5$ en combinaisons fondamentales.
La résultante de traction est égal à $F_a = A_a f_y / \gamma_a$ puisque toute la section A_a de la poutrelle est soumise à la même contrainte de traction.
En l'absence d'effort normal extérieur, l'égalité $F_a = F_c$ permet de déterminer la hauteur de béton comprimé y :

$$y = \frac{A_a f_y \gamma_c}{\gamma_a b_{eff} 0{,}85 f_{ck}}$$

La position de la résultante de compression est à $y / 2$ de la fibre supérieure du béton, celle de la résultante de traction de l'acier F_a est au centre de gravité G_a de la section de la poutre, soit à la distance v de la fibre supérieure de la poutre.
Le bras de levier du couple plastique vaut : $z = v + h_o - 0{,}5\, y$
Le moment résistant : $M_{Rd} = F_a\, z = A_a f_y\, z / \gamma_a$
Pour une poutre symétrique : $z = 0{,}5\, h + h_o - 0{,}5\, y$

Axe neutre dans la dalle

Données	**Poutre** : section A_a, hauteur totale h, acier (f_y,γ_a) **Dalle** : épaisseur h_o, largeur effective b_{eff}, béton (f_{ck}, γ_c)
Axe neutre (dans la dalle)	$y = \dfrac{A_a f_y \gamma_c}{\gamma_a b_{eff} 0{,}85 f_{ck}} \leq h_o$
Moment résistant	bras de levier : $z = v + h_o - 0{,}5\, y$ $M_{Rd} = A_a\, f_y\, z / \gamma_a$

Axe neutre dans la poutre (Fig.40)

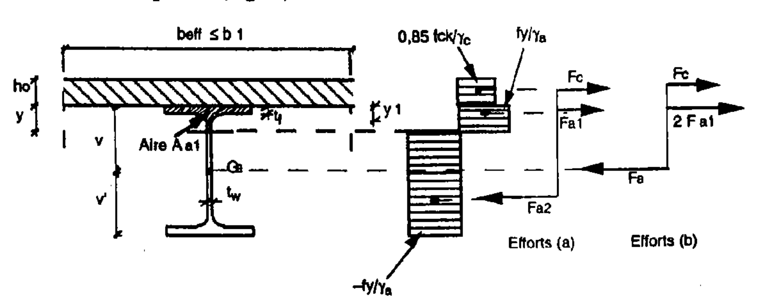


Fig.40 – Moment positif – Axe neutre dans la poutre

On remarquera sur la droite de la figure 40 que les deux systèmes de résultantes a) et b) sont équivalents, car l'effort de traction F_{a2} est égal à un effort de traction appliqué sur la section totale A_a de la poutre diminué de la valeur de l'effort de compresson F_{a1}, que l'on doit donc compter deux fois.

Appelons y la hauteur comprimée de la poutre acier.

On calcule :
- l'effort de compression de la dalle : $F_c = b_{eff}\, h_o\, (0{,}85 f_{ck} / \gamma_c)$
- l'effort de compression de la partie supérieure de la poutre : $F_{a1} = A_{a1} f_y / \gamma_a$,

avec :
A_{a1} = aire de la section comprimée de la poutre
A_a = section totale de la poutre
$F_a = A_a f_y / \gamma_a$.

L'égalité $F_c + 2\, F_{a1} = F_a$ permet de déterminer A_{a1}

$A_{a1} = 0{,}5\, [A_a - \gamma_a\, b_{eff} h_o\, 0{,}85 f_{ck} / (f_y\, \gamma_c)]$

La valeur de A_{a1} permet de calculer la hauteur y.

Pour une section symétrique d'aire A_a, d'épaisseur d'âme t_w, d'épaisseur d'aile t_f, de hauteur totale h, on trouve

$$y = 0{,}5\, h - (0{,}5\, A_a - A_{a1}) / t_w$$

et la position de la résultante $2\, F_{a1}$ par rapport à la fibre supérieure de la poutre est donnée par :

$$y_1 = (0{,}5\, t_w\, y^2 + 0{,}25\, A_a\, t_f - 0{,}25\, h\, t_w\, t_f) / A_{a1}$$

Le moment résistant M_{Rd} vaut :

$$M_{Rd} = 0{,}5\, F_c\, (h + h_o) + (F_a - F_c)\, (0{,}5\, h - y_1)$$

puisque $2\, F_{a1} = F_a - F_c$.

Axe neutre dans la poutre (section symétrique)

Données	**Poutre** : section A_a, hauteur totale h, acier (f_y, γ_a), épaisseur âme t_w, épaisseur aile t_f **Dalle** : épaisseur h_o, largeur effective b_{eff}, béton (f_{ck}, γ_c)	
Axe neutre (dans poutre)	Effort compression dalle : $F_c = b_{eff}\, h_o\, (0{,}85\, f_{ck} / \gamma_c)$ Effort intermédiaire de calcul : $F_a = A_a\, f_y / \gamma_a$ Aire poutre comprimée : $A_{a1} = 0{,}5\, [F_a - F_c]\, \gamma_a / f_y$ $y = 0{,}5\, h - (0{,}5\, A_a - A_{a1}) / t_w$	
Moment résistant	si $y \geq t_f$ axe neutre dans l'âme $y_1 = (0{,}5\, t_w\, y^2 + 0{,}25\, A_a\, t_f - 0{,}25\, h\, t_w\, t_f) / A_{a1}$ $M_{Rd} = 0{,}5\, F_c\, (h + h_o) + (F_a - F_c)\, (0{,}5\, h - y_1)$	si $y \leq t_f$ axe neutre dans l'aile $y_1 = A_{a1} / b$ $M_{Rd} = 0{,}5\, F_c\, (h + h_o) + 0{,}5\, (F_a - F_c)\, (h - y_1)$

9.3.2. Moment négatif

En général, l'axe neutre est situé dans la poutre (Fig.41).
Pour les classes 1 et 2, on a des contraintes égales à $\pm f_y / \gamma_a$.
On considère que les aciers de chapeaux situés dans la dalle et destinés à reprendre en partie les moments négatifs (de continuité par exemple), sont plastifiés bien que leur limite élastique soit de l'ordre de grandeur du double de celle de l'acier de la poutre (500 ou 400 MPa contre 275 ou 235 MPa). Ceci au prix d'une certaine déformation plastique préalable des aciers de poutre.

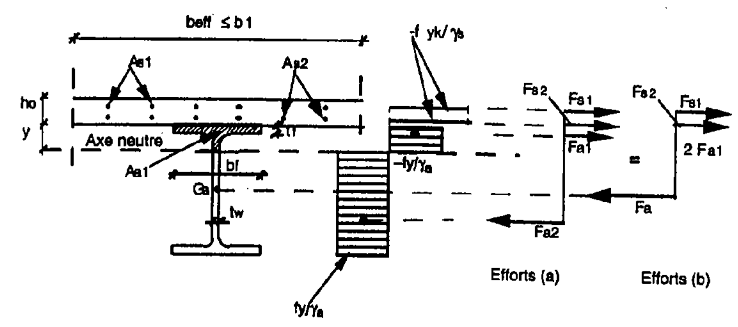


Fig.41 – Plancher-mixte sous moment négatif

Les deux schémas d'efforts a) et b) sont identiques car $F_a = F_{a1} + F_{a2}$ avec :
A_{a1} = aire d'acier tendu de la poutre (partie hachurée de la fig.41)
A_{a2} = aire d'acier comprimé de la poutre
A_a = aire totale de la poutre = $A_{a1} + A_{a2}$
$F_{a1} = A_{a1} f_y / \gamma_a$ = effort repris par la partie tendue de la poutre
$F_{a2} = A_{a2} f_y / \gamma_a$ = effort repris par la partie comprimée de la poutre
$F_a = A_a f_y / \gamma_a$
$F_{s1} = A_{s1} f_{yk} / \gamma_s$ = effort de traction repris par les aciers du lit supérieur des chapeaux
$F_{s2} = A_{s2} f_{yk} / \gamma_s$ = effort de traction repris par les aciers du lit inférieur des chapeaux

La position de l'axe neutre est donnée par l'égalité des efforts normaux avec A_{a1} comme inconnue.

$F_a = F_{s1} + F_{s2} + 2\, F_{a1}$ d'où $F_{a1} = 0{,}5\, (F_a - F_{s1} - F_{s2})$
et $A_{a1} = 0{,}5\, [A_a - (A_{s1} + A_{s2})\, f_{yk}\, \gamma_a / (f_y\, \gamma_s)]$
Pour une poutre de section symétrique, d'épaisseur d'âme t_w, d'épaisseur d'aile t_f, de largeur d'aile b et d'aire totale A_a, l'aire d'une aile est donnée (congés compris) par :

$$A_f = 0{,}5\, (A_a - h\, t_w)$$

d'où la hauteur de la partie tendue y :

$$y = (A_{a1} - A_f) / t_w$$

On calculera le moment résistant de la section mixte par rapport à la ligne de contact poutre-dalle.
On décompose l'effort de traction F_{a1} en deux parties :
- l'effort repris par l'âme : $F_{a11} = t_w\, y\, f_y / \gamma_a$, situé à la distance $0{,}5\, y$
- l'effort repris par l'aile : $F_{a12} = A_f f_y / \gamma_a$, situé à la distance $0{,}5\, t_f$

Le moment résistant vaut alors :
$M_{Rd} = F_{s1}\, d_1 + F_{s2}\, d_2 + 0{,}5\, F_a\, h - (t_w\, y^2 + t_f A_f)\, f_y / \gamma_a$

Acier minimum de chapeau sur appuis

L'EC4, art. 5.3.1 (5) préconise de disposer, sur une longueur égale au quart de la travée de part et d'autre de l'appui, d'un minimum de 0,4 % de la section de béton si la poutre est étayée et 0,2 % si la poutre n'est pas étayée.

Moment négatif avec armatures BA (section symétrique)

Données (Fig.41)	Aciers de béton armé : A_{s1}, d_1, A_{s2}, d_2, (f_{yk}, γ_s) Poutre : aire A_a, hauteur totale h, (f_y, γ_a) épaisseur âme t_w, épaisseur aile t_f, largeur aile b	
Forces	$F_{s1} = A_{s1}\, f_{yk} / \gamma_s$ $F_{s2} = A_{s2}\, f_{yk} / \gamma_s$ $F_a = A_a\, f_y / \gamma_a$ $F_{a1} = 0{,}5\, (F_a - F_{s1} - F_{s2})$	
Sections et axe neutre	$A_{a1} = F_{a1}\, \gamma_a / f_y$ $A_f = 0{,}5\, (A_a - h\, t_w)$ $y = (Aa_1 - A_f) / t_w$	
Moment résistant	si $y > t_f$ (axe neutre dans l'âme) $M_{Rd} = F_{s1}\, d_1 + F_{s2}\, d_2 + 0{,}5\, F_a - (t_w\, y^2 + A_f\, t_f)\, f_y / \gamma_a$	si $y < t_f$ (axe neutre dans l'aile) $M_{Rd} = F_{s1}\, d_1 + F_{s2}\, d_2 + 0{,}5\, F_a - 0{,}5\, b\, y^2\, f_y / \gamma_a$

Remarques

1. La possibilité de prendre en compte les aciers de chapeaux est subordonnée à la présence de connecteurs entre la poutre et le béton tendu.

2. Moment négatif signifie compression de la membrure inférieure de la poutre. Si cette membrure a une faible inertie transversale, elle est sujette au flambement latéral (déversement). En général, les zones de moment négatifs sont courtes, situées entre les points de moments nuls et les appuis. Cependant, il convient de vérifier qu'il n'y a pas déversement suivant les dispositions de l'EC3, art. 5.5.2. Si l'on procède à une redistribution des moments, on peut réduire la valeur absolue des moments négatifs et donc leurs longueurs d'influence.

9.4. Résistance ELU à l'effort tranchant

On doit vérifier que l'effort tranchant de calcul V_{Sd} est inférieur à l'effort tranchant résistant V_{Rd}.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd}$$

La vérification est à faire en phase d'exploitation, car il est rare que la charge de chantier soit supérieure à la charge d'exploitation et comme la section résistante est la même, indépendamment de la dalle béton dont on néglige la résistance à l'effort tranchant.
Pour une poutre isostatique de portée L, des charges de poids mort de poutre et de dalle respectivement égales à g_1 et g_2, une charge d'exploitation q, l'effort tranchant de calcul vaut : $V_{Sd} = [1{,}35\,(g_1 + g_2) + 1{,}5\,q]\,L/2$.

L'effort tranchant résistant est donné par :

$V_{Rd} = A_v f_y \sqrt{3} / 3 / \gamma_a$

La section A_v de calcul à l'effort tranchant est donnée par l'art. 5.4.6 de l'EC3.
Pour des profils en I ou H laminés et un effort parallèle à l'âme, on peut prendre pour section :
$A_v = A_a - 2\,b\,t_f + (t_w + 2\,r)\,t_f$
avec :
A_a = section totale du profilé
b = largeur hors tout
t_f = épaisseur de l'aile (flange)
t_w = épaisseur de l'âme (web)
r = rayon du congé de raccordement

Toutes ces valeurs peuvent être lues dans le catalogue des produits [10].

9.5. Résistance de la connexion poutre-dalle

Le fonctionnement de façon monolithique d'un tel plancher n'est possible que si la connexion entre la poutre métallique et le béton se fait sans glissement. C'est pourquoi, on est obligé de disposer des éléments de liaison appelés connecteurs, du type goujons Nelson, connecteurs Robinson, équerres, plats, crochets, etc. (Fig.42).

Ces connecteurs ont pour rôles :
- de recevoir de la part de la poutre métallique un effort de cisaillement qu'il transmettent au béton par butée ; cet effort correspond à l'effort de glissement, c'est-à-dire à la variation de compression du béton due à la flexion ;
- d'empêcher un soulèvement du béton ; cet effort de soulèvement est donné par l'EC4 comme n'étant pas inférieur à 10 % de sa résistance ultime au glissement.

Remarques

1. Cet effort de soulèvement de la dalle est dû à un moment négatif provoqué par un effort de glissement appliqué au niveau de la face inférieure de la dalle.
Par exemple, pour une poutre de portée isostatique L, une charge de calcul p, le moment de calcul est égal à : $M = p\,L^2/8$; soit z le bras de levier de la poutre mixte, l'effort de compression de la table vaut : $F = M/z$. Cet effort, étant appliqué en face inférieure de la table d'épaisseur h_o, induit un moment de flexion négatif (soulèvement de la partie centrale) $m = 0{,}5\,F\,h_o$ qui est l'équivalent d'une charge ascendante $q = 8\,m/L^2 = 0{,}5\,p\,h_o/z$, ce qui représente de l'ordre de 10 à 30 % (rapport $0{,}5\,h/z$) de la charge totale, valeur qui peut être supérieure au poids propre de la dalle et peut donc la soulever.

2. Lorsque l'on utilise des bacs en acier, il faut s'assurer que les connecteurs sont bien soudés directement sur la poutre en disposant d'ouvertures dans les bacs. Cependant, on admet de souder directement les goujons « Nelson » au travers de l'épaisseur du bac à condition que cette dernière ne dépasse pas 1,25 mm (EC4, art. 6.4.3) et sous réserve de contrôler les paramètres de soudage.

3. Si les ailes des poutres sont assez larges, on peut disposer plusieurs connecteurs dans la même section transversale. En particulier pour les goujons, il est recommandé de respecter une distance entre axes des connecteurs d'au moins 2,5 diamètres pour des dalles pleines et 4 diamètres pour des dalles mixtes à bacs collaborants (EC4, art. 6.4.2 (3)) et de les placer à plus de 20 mm du bord de l'aile(EC4, art. 6.4.1.6 (2)).

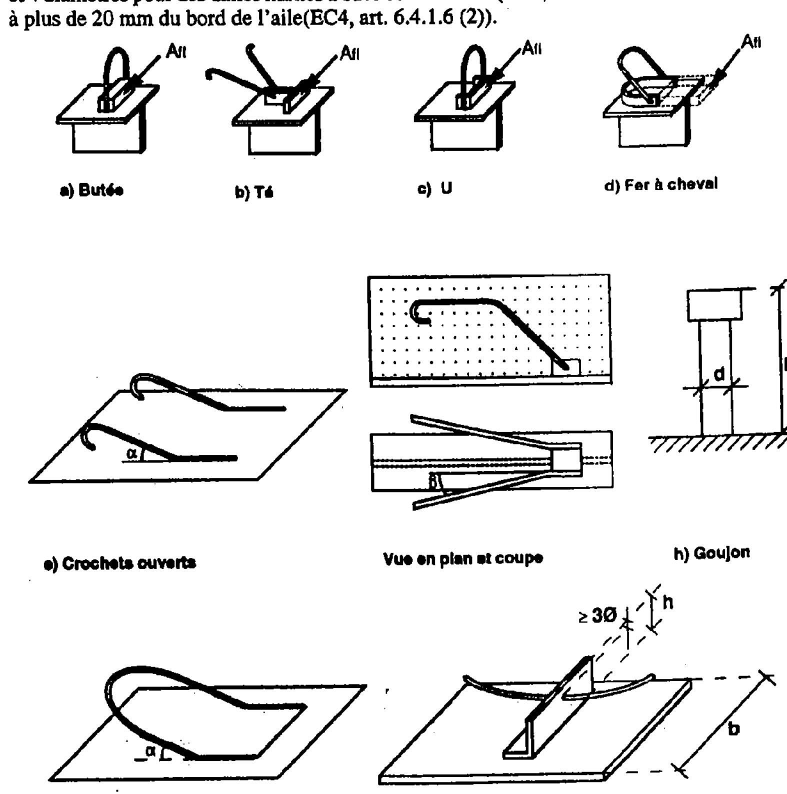


Fig.42 – Types de connecteurs

9.5.1. *Résistance des connecteurs en ELU*

La résistance ultime d'un connecteur P_{Rd} est donnée dans le tableau suivant en fonction du type de connecteur. Soient :
f_{ck} = résistance caractéristique à la compression du béton en MPa (le f_{c28} du BAEL)
γ_c = coefficient du béton = 1,5 en combinaisons fondamentales.

Repère figure 42	Type de connecteur	Résistance P_{Rd}
a b c d	Butées	$P_{Rd} = \eta\, A_{f1}\, f_{ck} / \gamma_c$ avec $\eta = \sqrt{A_{f2}/A_{f1}} \leq 2{,}5$ La section A_{f2} est déduite de A_{f1} par un élargissement de pente 1:5 vers l'arrière. Cette section doit être entièrement incluse dans le béton
e f	Crochets	$P_{Rd} = A_s\, f_{yd} \cos\beta / \sqrt{1 + \sin^2\alpha}$ α et β sont lus sur la figure 42 $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ avec γ_s = 1,15 en combinaisons fondamentales
g	Cornières	$P_{Rd} = 10\, b\, h^{3/4} f_{ck}^{2/3} / \gamma_v$ P_{Rd} en Newtons b et h sont lus sur la figure 42 γ_v = 1,25
h	Goujons diamètre de la tête ≥ 1,5 d hauteur de la tête ≥ 0,4 d EC4, art.3.5.2 (7)	P_{Rd} = Minimum des deux valeurs (*) : $0{,}8\, f_u (\pi d^2 / 4) / \gamma_v$ et $0{,}29\, \alpha\, d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}} / \gamma_v$ f_u = contrainte résistante ultime de l'acier du goujon (≤ 500 MPa) $\alpha = 0{,}2\, (h / d + 1)$ pour $3 \leq h / d \leq 4$ (**) $\alpha = 1$ pour $h / d \geq 4$ (***) E_c = module d'Young instantané du béton (****) γ_v = 1,25

(*) Pour les goujons de type (h), les deux valeurs correspondent respectivement à la résistance au cisaillement et à la traction du goujon, et l'autre à la résistance locale du béton.
(**) Goujons non ductiles
(***) Goujons ductiles avec $16 \leq d \leq 22$ (EC4, art. 6.1.2 (2)
(****) Selon les EC2 et EC3, la valeur de ce module est donnée par $E_c = 9\,500\, (f_{ck} + 8)^{1/3}$ MPa pour f_{ck} compris entre 20 et 50 MPa.

9.5.2. *Espacements des connecteurs*

Les connecteurs sont calculés pour résister à l'effort de glissement correspondant à l'effort résistant du plancher F_{Rd} et non de l'effort maximum appliqué qui est la fraction $k = M_{Sdmax} / M_{Rd}$ de l'effort résistant F_{Rd}.

L'effort résistant F_{Rd} est égal à :
$F_{Rc} = 0{,}85\, b_{eff} h_o f_{ck} / \gamma_c$ pour un moment positif avec axe neutre dans la poutre,
$F_{Ra} = A_a f_y / \gamma_a$ pour un moment positif avec axe neutre dans la dalle,
(l'axe neutre est dans la dalle si $F_{Ra} < F_{Rc}$)
$F_{Rn} = (A_{s1} + A_{s2}) f_{yk} / \gamma_s$ pour un moment négatif.

En effet, à l'exception des connecteurs ductiles qui permettent un certain glissement du béton, la rupture des connecteurs est du type fragile. Si tous les connecteurs cèdent, cela entraîne la ruine immédiate de l'ouvrage, ce qui n'est pas le cas d'une rupture par flexion.
Leur espacement doit suivre la loi de variation de l'effort de glissement, donc celle de l'effort tranchant.
Les connecteurs sont considérés comme ductiles s'ils permettent un glissement relatif d'au moins 6 mm sous l'effort de glissement correspondant à leur résistance caractéristique.

Sections critiques et longueurs critiques

On appelle sections critiques :
- les sections où les moments sont maximum,
- les sections d'appuis,
- les sections soumises à des charges concentrées importantes,
- les sections de changements brusques de caractéristiques géométriques
- les sections de moment nul.

Une longueur critique L_{cr} est la distance séparant deux sections critiques successives.

Effort de glissement global V_f

V_f = Min [effort résistant de traction dans la poutre ; effort résistant de compression de la dalle]
ce qui correspond respectivement aux cas axe neutre dans la dalle et axe neutre dans la poutre.
$V_f = \text{Min}\, [A_a f_y / \gamma_a \,;\, 0{,}85\, A_c f_{ck} / \gamma_c]$
avec :
A_a = aire de la poutre
f_y = limite élastique de l'acier de la poutre
γ_a = coefficient de l'acier en combinaisons fondamentales (voir remarque)
A_c = aire de la section de béton de table = $b_{eff}\, h_o$
f_{ck} = résistance caractéristique du béton (le f_{c28} du BAEL)
γ_c (le γ_b du BAEL) = 1,5 en combinaisons fondamentales

Remarque

Ce coefficient γ_a vaut 1,10 d'après les Eurocodes 3 et 4. Cependant, suivant le document d'application nationale DAN de l'EC3 et de l'EC4, pour des produits en acier figurant sur la liste d'agrément arrêtée par la Commission de Normalisation de la Construction Métallique (CNCM), ou titulaires de la Marque NF, ce coefficient peut être pris égal à 1,00.

Cette valeur V_f représente l'intégrale de l'effort de glissement entre le point de moment nul et le point de moment maximal.
Pour une charge répartie uniforme d'une travée sur deux appuis, la variation de l'effort tranchant est linéaire, maximum à l'appui, nulle à mi-travée. Ainsi, le glissement par unité de longueur maximum sur appui v_{fmax} est tel que : $0{,}5\, v_{fmax}\, L / 2 = V_f$ d'où $v_{fmax} = 4\, V_f / L$.

L'espacement minimum des connecteurs sur appui est égal à $s_{min} = V_f / v_{fmax}$
L'espacement moyen vaut le double (puisque la variation de l'effort est linéaire) et le nombre total de goujons sur la portée L est de 0,5 L / s_{min}.

Espacement maximum
Il n'y a pas de limite maximum, cependant il est de bonne règle de construction d'avoir des espacements compris entre cinq fois le diamètre du goujon et six fois l'épaisseur de la dalle, sans dépasser 0,80 m (EC4,art. 6.4.1.5 et 6.4.2 (3)).

9.5.3. Connecteurs dans les zones de moment négatif

Si l'on veut prendre en compte les aciers de chapeaux dans le calcul du moment résistant du plancher, il convient de disposer des connecteurs pour reprendre un effort de glissement égal à la variation de traction dans l'ensemble des aciers de chapeaux.

9.5.4. Connexion partielle avec goujons ductiles

Les goujons de diamètre compris entre 16 et 22 mm et de hauteur totale supérieure à quatre fois leur diamètre sont réputés ductiles.
Si le moment résistant du plancher ne dépasse pas 2,5 fois le moment résistant de la poutre seule, on peut admettre une répartition uniforme des goujons.
Dans ce cas, on peut prendre en compte un effort de glissement moyen **constant** sur la longueur critique L_{cr} définie ci-dessus (pour une travée isostatique, la longueur critique est égale à la demi-portée).
De plus, le nombre N de goujons peut être calculé en fonction de l'effort normal réellement appliqué $F_{Sd} = k\, F_{Rd}$ et non de l'effort résistant du plancher F_{Rd} en vérifiant que ce nombre est au moins égal à $\beta\, N_f$, N_f représentant le nombre de goujons calculés avec l'effort résistant F_{Rd}.
Si le moment appliqué M_{Sd} est inférieur au moment résistant de la seule poutre acier $M_{pl,a}$ (l'indice pl pour plastique), il n'est pas nécessaire de disposer de connecteurs. Ceux-ci seront déterminés en fonction du moment au-delà de $M_{pl,a}$: $M_{Sd} - M_{pl,a}$. Cette différence sera à comparer à la différence de moment résistant :
moment résistant plancher mixte - moment résistant poutre seule = $M_{pl,Rd} - M_{pl,a}$
Le coefficient k est donc donné par :

$$k = \frac{N}{N_f} = \frac{F_{Sd}}{F_{Rd}} = \frac{M_{Sd} - M_{pl,a}}{M_{pl,Rd} - M_{pl,a}}$$

Goujons ductiles

Conditions	diamètre d de 16 à 20 mm, hauteur totale ≥ 4 d aire aile inférieure / aire aile supérieure ≤ 3
Moments	L_{cr} = longueur entre point de moment nul et appui ou point de moment maximum M_{Rd} = moment résistant de la section (voir calcul dans tableaux ci-dessus) M_{Sdmax} = moment fléchissant maximum en valeur absolue sur la longueur critique L_{cr} $k = \frac{N}{N_f} = \frac{F_{Sd}}{F_{Rd}} = \frac{M_{Sd} - M_{pl,a}}{M_{pl,Rd} - M_{pl,a}}$
Efforts	F_{Rd} = Min [0,85 $b_{eff}\, h_o\, f_{ck} / \gamma_c$; $A_a\, f_y / \gamma_a$] si $M_{Sdmax} \geq 0$ $F_{Rd} = (A_{s1} + A_{s2}) f_{yk} / \gamma_s$ si $M_{Sdmax} < 0$ P_{Rd} = résistance d'un goujon (suivant tableau ci-dessus) dalle épaisseur h_o, largeur efficace b_{eff}, résist. caract. béton = f_{ck}, γ_c = 1,5 poutre aire A_a, limite élast. f_y, γ_a = 1,10 aciers BA aires A_{s1} et A_{s2}, limite élast. f_{yk}, γ_s = 1,15
Nombre N de goujons et espacements	$N_f = F_{Rd} / P_{Rd}$ β lu sur le tableau suivant N = nombre nécessaire de goujons sur la longueur L_{cr} : N = Max [k ; β] N_f s = espacement constant = N / L_{cr}

Valeur de β (goujons ductiles)	Si α = 1 (*)
$L_{cr} \leq 5$ m	β = 0,4
$5 \leq L_{cr} \leq 20$ m	β = 0,25 + 0,03 L_{cr}
$20 \leq L_{cr} \geq 25$ m	β = 0,25 + 0,03 L_{cr}
$L_{cr} \geq 25$ m	β = 1,0

(*) Pour α voir tableau en 9.5.1. ci-dessus

Les goujons peuvent être soudés de façon automatique, d'où l'intérêt économique de ce type de connecteur.

9.5.5. Cisaillement et aciers dans la dalle

Comme pour une poutre en Té en béton armé, ces aciers doivent reprendre la moitié de l'effort de glissement par unité de longueur (moitié de chaque côté), soit :
$A_s / s = 0{,}5\, v_f \gamma_s / f_{yk}$
avec au moins un acier entre chaque connecteur.
L'effort de glissement est transmis dans la dalle par des bielles à 45° horizontales à partir des connecteurs. Il convient de vérifier, comme pour les poutres en Té en béton armé, que le cisaillement table-nervure convient.
Le cisaillement moyen vaut $\tau_m = 0{,}5\, F_{Rd} / (h_o\, L_{cr})$.
Pour une travée isostatique et des charges réparties uniformes, le cisaillement maximum est le double du cisaillement moyen (effort tranchant variant linéairement) : $\tau_{max} = 2\, \tau_m$.
D'après le BAEL 91, ce cisaillement maximum τ_{max} doit être inférieur à 0,20 f_{cj} / γ_b en fissuration peu préjudiciable (ce qui est très souvent le cas en bâtiment).

Pour les bâtiments à charge d'exploitation modérée (Art. B.6.7.2), on vérifiera que le cisaillement moyen τ_m ne dépasse pas $0,10 f_{c28}$ (ou $0,05 f_{c28}$ lorsqu'il y a reprise de bétonnage verticale).
D'après l'Eurocode 2, le cisaillement moyen τ_m doit être inférieur à $0,20 f_{ck} / \gamma_c$.
Des aciers de liaison de béton armé horizontaux, perpendiculaires à l'axe de la poutre doivent être disposés dans la dalle pour reprendre ce cisaillement.
Pour le BAEL 91, la section par unité de longueur est donnée par $A_s / s = \tau\, h_o\, \gamma_s / f_e$. Leur section varie selon l'effort tranchant.
Pour l'Eurocode 2, la section est constante et égale à $A_s / s = (\tau_m - 2,5\, \tau_{Rd})\, h_o\, \gamma_s / f_e$.
τ_{Rd} est un cisaillement de référence qui vaut $0,035 f_{ck}^{2/3}$ MPa. Le terme $2,5\, \tau_{Rd}$ représente le cisaillement repris par le béton.
Ces aciers ne se cumulent pas avec les aciers de flexion de la dalle.
Pour des connecteurs ductiles, on peut multiplier l'effort F_{Rd} par le rapport :

$$k = \frac{N}{N_f} = \frac{F_{Sd}}{F_{Rd}} = \frac{M_{Sd} - M_{pl,a}}{M_{pl,Rd} - M_{pl,a}}.$$

9.6. Effets du retrait

Les effets du retrait du béton peuvent être négligés dans la vérification en ELU pour les planchers mixtes de bâtiment, sauf cas particuliers (Eurocode 4, art. 4.1.1).
En effet, la plastification du béton intervient de la même façon et avec la même résistance que s'il n'y avait pas de retrait, mais au prix d'une rotation plastique un peu plus grande de la poutre.
Le calcul des effets du retrait en ELS peut être nécessaire pour déterminer la déformation du plancher qui en résulte. L'EC4 dispense de ce calcul pour des travées mixtes isostatiques lorsque $L / H \leq 20$.

9.6.1. *Valeurs du retrait de base ε_r*

La valeur du retrait est donné par l'Eurocode 2 :

- $3,25\ 10^{-4}$: dans des atmosphères sèches à l'intérieur ou à l'extérieur de bâtiments,
- $2,00\ 10^{-4}$: dans les autres cas.

Le BAEL (art. A2.1.22) donnent plus de détails :

- $1,5\ 10^{-4}$ dans les climats très humides,
- $2\ 10^{-4}$ dans les climats humides (France sauf quart sud-est),
- $3\ 10^{-4}$ dans les climats tempérés secs (France quart sud-est),
- $4\ 10^{-4}$ dans les climats chauds et secs,
- $5\ 10^{-4}$ dans les climats très secs et désertiques.

9.6.2. *Calcul de la déformation due au retrait*

Le retrait du béton est gêné par la liaison entre béton et acier de poutre grâce aux connecteurs. Appelons ε_c le retrait final réel du béton en son centre de gravité (milieu de dalle).
Soient (Fig.43) :
F_r = effort de compression exercé sur la poutre et dû au raccourcissement du béton, appliqué au centre de gravité de la dalle,
E_c = module d'Young du béton instantané et $E_c / 3$ le module différé,

E_a = module d'Young de l'acier de la poutre,
n = coefficient d'équivalence $n = 3\, E_a / E_c$
b_1 = largeur réelle de la dalle
b_{eff} = largeur efficace de la dalle = Min (b_1 ; $L_o / 4$)
A_a = aire du profil de hauteur totale h
A_c = section de la dalle d'épaisseur $h_o = b_{eff}\, h_o$
v = distance du centre de gravité du profil à sa fibre supérieure
$v = 0,5\, h$ pour un profil symétrique
v_h = distance du centre de gravité de l'ensemble poutre-dalle à la fibre supérieure de la dalle
$v_h = b_{eff}\, h_o^2 / (2\, n) + A_a\, (v + h_o)$
A_h = section de l'ensemble homogénéisé avec le coefficient d'équivalence n,
$A_h = A_c / n + A_a$
I_x = moment d'inertie du profil
I_h = moment d'inertie de l'ensemble homogénéisé avec le coefficient d'équivalence n,
$I_h = b_{eff}\, h_o^3 / (3\, n) + I_x + A_a\, (v + h_o)^2 - A_a\, v_h^2$
ε_r = retrait de base, c'est-à-dire retrait total s'il n'était pas gêné
ε_c = raccourcissement final au niveau du centre de gravité de la dalle
ε_g = raccourcissement au niveau du centre de gravité de l'ensemble poutre-dalle

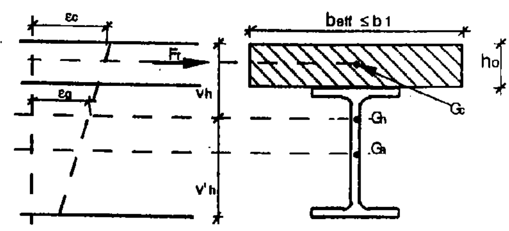


Fig.43 – Déformations de retrait

Le retrait étant partiellement gêné, on a alors la relation :
raccourcissement final du béton = retrait de base - « allongement » du béton sous l'action de l'effort de traction F_r exercé par la poutre

$$\varepsilon_c = \varepsilon_r - F_r / (E_c\, A_c) \qquad (1)$$

Comme on admet qu'une section plane reste plane après déformation, et que les contraintes sont proportionnelles aux déformations, on a, au centre de gravité de l'ensemble poutre-dalle :

$$\varepsilon_g = \frac{\sigma_g}{E_a} = \frac{F_r}{A_h E_a} \qquad (2)$$

Au centre de gravité de la dalle, la contrainte vaut $\sigma_c = \sigma_g + M\, y / I_h$
avec $y = v_h - 0,5\, h_o$ et $M = F_r\, (v_h - 0,5\, h_o)$
En divisant la relation des contraintes ci-dessus par E_a, on obtient :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_g + \frac{F_r\,(v_h - 0,5 h_o)^2}{E_a I_h} \qquad (3)$$

On a ainsi trois équations pour trois inconnues : F_r, ε_c et ε_g ; en éliminant ε_c et ε_g on trouve :

$$\varepsilon_r - \frac{nF_r}{E_aA_c} = \frac{F_r}{A_hE_a} + \frac{F_r(v_h - 0{,}5h_o)^2}{E_aI_h}$$

soit $F_r\,[1 / A_h + (v_h - 0{,}5\,h_o)^2 / I_h + n / A_c] = \varepsilon_r\,E_a$

ou

$$F_r = \frac{\varepsilon_r E_a}{\frac{1}{A_h} + \frac{(v_h - 0{,}5h_o)^2}{I_h} + \frac{n}{A_c}} \qquad (4)$$

Le coefficient d'équivalence n est celui qui correspond à une charge de durée infinie. On pourra prendre trois fois la valeur du rapport du module de l'acier par le module instantané du béton.

Le moment, qui est constant le long de la poutre, vaut :

$$M_r = F_r\,(v_h - 0{,}5\,h_o) \qquad (5)$$

et la flèche isostatique $f_r = \dfrac{M_rL^2}{8E_aI_h}$

Remarque

Dans les planchers mixtes, l'axe neutre se trouve fréquemment dans la dalle. Ainsi, le béton fissuré de la partie tendue de béton ne joue pas de rôle sous l'action du retrait. On prend alors la section de béton comprimé au lieu de la section totale.

On considère la section dans le domaine élastique. Soit v_h la hauteur de table comprimée. L'équilibre des efforts de compression du béton et de traction du profil se traduit par l'égalité des moments statiques :

$$n\,b_{eff}\,v_h^2 / 2 = A_a\,(v + h_o - v_h)$$

La racine v_h de cette équation du 2e degré donne la hauteur du béton comprimé et la section de béton à prendre en compte : $A_c = b\,v_h$

Les équations (4) et (5) ci-dessus, donnant F_r et M_r restent valables en remplaçant $(v_h - 0{,}5\,h_o)$ par $0{,}5\,h_o$.

9.7. Déformations en phase d'exploitation

On calcule les flèches sous les différentes charges :

- flèche initiale en phase de construction due aux poids morts existant avant la réalisation de la liaison acier-béton,
- flèche instantanée due à la charge d'exploitation q en considérant la structure complète,
- flèche différée due à la charge (ou fraction de charge) d'exploitation de longue durée q.

Cette dernière doit tenir compte du phénomène de fluage du béton comprimé. À défaut de calculs plus précis, on peut utiliser un module d'Young égal au tiers du module d'Young instantané, soit $E_c / 3$.

Le calcul est effectué en section homogénéisée en assimilant la section de béton à une section d'acier de même centre de gravité dont la section vaut $A_{ce} = A_c / n$, n représente le coefficient d'équivalence, rapport des modules d'Young E_a / E_c et A_c la section de béton comprimé, soit $b_{eff}\,h_o$ si l'axe neutre est dans le profil, soit $b_{eff}\,y_o$ si l'axe neutre est dans la dalle (voir remarque ci-dessus).

Les sections et moments d'inertie sont donc homogénéisés, et la flèche découle des formules de résistance des matériaux.

9.8. Exemple numérique (Fig.44)

9.8.1. Données

Plancher industriel recevant une charge d'exploitation $q = 10$ kN/m²

Poutres métalliques HEA 360, espacées de 3,50 m

Dalle : épaisseur 0,10 m

Portée entre axes d'appuis L = 8,86 m

Acier de poutrelle de limite élastique $f_y = 235$ MPa (classe S235, ex Fe 360)

Largeur de la dalle à prendre en compte comme table de compression

$b_{eff} = 8{,}86 / 4 = 2{,}215$ m.

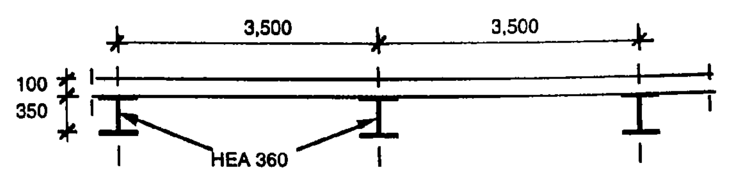


Fig.44 – Exemple de plancher mixte acier-béton

Données	Unités	
Résistance béton f_{ck}	MPa	25
Limite élastique acier f_y	MPa	235
Contrainte de calcul béton = $0{,}85\,f_{ck} / \gamma_c$	MPa	14,17
Contrainte calcul acier = f_y / γ_a avec $\gamma_a = 1{,}1$	MPa	213,64
Limite élastique acier BA f_{yk}	MPa	500,00
Entre axes des poutrelles b_1	mm	*3 500*
Charge d'exploitation q	kN/m²	10,00
Charge de chantier Q_1	kN/m	1,00
Portée L	m	8,86
Épaisseur dalle	mm	*100*

Remarque

L'optimisation de l'entre axe des poutres, de l'épaisseur de la dalle et du choix de profilé peut être réalisée au moyen d'un tableur (Excel, Lotus, etc.) en faisant varier les valeurs en italique.

Dalle			
Portée	m	3,150	
Hauteur utile d	m	0,080	
Moment isostatique ELS M = 12,45 x $3,15^2$ / 8	kNm/m	15,442	
$\beta = M / (b\,d^2)$	MPa	2,413	< 3 OK
Moment isostatique ELU M_u = 18,31 x $3,15^2$ / 8	kNm/m	22,707	
Moment réduit μ		0,250	< 0,37 OK
Bras de levier z	mm	68,26	
Acier dalle A_{so} pour moment isostatique	cm²	7,65	
Aciers en continuité inférieur à :	cm²	7,65	

Caractéristiques	unités	béton dalle seule	acier poutre seule
Largeur efficace $b_{eff} = L / 4$	mm	2 215,0	
Hauteurs h_o et h	mm	100,0	350,0
Aires A_c et A_a	cm²	2 215,00	142,80
Moments d'inertie I_c et I_a	cm⁴	18 458,33	33 090,00
I/v	cm³	3 691,67	1 890,86
Poids propres g_2 et g_1	kN/m	8,5750	1,0996
Modules d'Young E_c et E_a	MPa	30 500	210 000

9.8.2. Phase de construction

Sans étai, la poutrelle doit pouvoir supporter son poids propre, le poids de la dalle et la charge de chantier de 1 kN par mètre de largeur, soit 1,5 kN concentrée, à mi-portée.
Poids propre de la poutrelle : g_1 = 142,8 cm² x 0,785 kg/m x 9,81 / 1000 = 1,0996 kN/m
Poids du béton pour 3,50 m de largeur : g_2 = 24,5 kN/m³ x 0,10 m x 3,5 m = 8,575 kN/m
$g_1 + g_2$ = 9,675 kN/m
Moment pondéré : $M_{Sd} = 1{,}35\,(g_1 + g_2)\,L^2 / 8 + 1{,}5\,Q_1\,L / 4$
M = 1,35 x 9,675 x 8,86² / 8 + 1,5 x 3,5 x 8,86 / 4 = 139,79 kNm
Moment résistant $M_{Rd} = 2\,S\,f_y / \gamma_a$ = 2 x 1 040 x 235 x 10³ / 1,1 = 444,36 kNm, valeur supérieure au moment ELU de 139,79 OK

Flèche sous poids propre seul :
$f = 5\,p\,L^4 / (384\,E\,I)$ = 5 x 9,675 x 8,86⁴ / (384 x 210 000 x 33 090 10⁻⁸)
= 0,01117 m, soit 11,17 mm ou encore 1 / 793° de la portée.

En construction			
Charge ELS = $g_1 + g_2$	kn/m	9,675	
Charge chantier $Q_1 = b_1$ kN à mi-portée	kN	3,500	
Charge poids propre ELU = 1,35 $(g_1 + g_2)$	kN/m	13,061	
Charge chantier ELU = 1,5 b_1 Q_1	kN	5,250	
Flèche $(g_1 + g_2)$	mm	11,171	1/793° OK
Moment ELU $(g_1 + g_2 + Q_1)$	kNm	139,79	
Moment statique S [10]	cm³	1040	
Moment résistant ultime = 2 S f_y / γ_a	kNm	444,36	> 139,79 OK

9.8.3. Phase d'exploitation – Flexion ELU

Supposons l'axe neutre dans la dalle.
La résistance à la traction du profilé vaut :
$F_a = A_a f_y / \gamma_a$ = 142,8 x 10⁻⁴ x 235 / 1,10 = 3,0519 MPa
La hauteur du béton comprimé est donnée par :

$$y = F_a / (0{,}85\, b_{eff} f_{ck} / 1{,}5)$$

y = 3,052 / (2,215 x 14,166) = 0,09722 m < h_o = 0,10 m.
On vérifie bien que l'axe neutre est dans la dalle.

Le bras de levier du couple plastique $z = 0{,}5\,h + h_o - 0{,}5\,y$ = 0,175 + 0,10 – 0,5 x 0,09722
z = 0,2264 m

Le moment résistant du plancher est donné par :

$$M_{Rd} = F_a\, z = 3{,}051 \times 0{,}2264 = 0{,}69065 \text{ MNm} = 690{,}65 \text{ kNm}$$

Le moment agissant ELU est égal à :

$$M_{Sd} = [1{,}35\,(g_1 + g_2) + 1{,}5\,q]\,L^2 / 8$$

M_{Sd} = [1,35 x 9,675 kN/m + 1,5 x 10 kN/m² x 3,5 m] 8,86² / 8
M_{Sd} = 643,31 kNm. Cette valeur est inférieure au moment résistant de 690,65 **OK**
Cela suppose que la connexion est complète. Si l'on ne dispose que des connecteurs juste suffisants, cette inégalité devient une égalité.

En exploitation ELU			
Eff. résist. profilé F_a	kN	3 050,73	
Hauteur table comprimée y	mm	97,2214	
Bras de levier $z = 0{,}5\,h + h_o - y/2$	mm	226,39	
Moment résistant $M_{Rd} = F_a\,z$	kNm	690,65	
Moment agissant ultime M_{Sd}	kNm	643,31	< 690,65

9.8.4. Phase d'exploitation – Flèche

Les sections sont homogénéisées en équivalent acier en divisant les sections bétons par le rapport E_a / E_c avec E_a = 210 000 MPa et E_c = 30 500 MPa (Eurocodes 2 et 4, au lieu de 32 160 MPa avec le BAEL).
Pour ce qui est du fluage, on admet de calculer les déformations avec un module d'Young du béton égal au tiers du module instantané, ou en utilisant des sections homogénéisées avec un coefficient d'équivalence acier égal à E_c / 630 000 au lieu de E_c / 210 000.

Les caractéristiques géométriques de l'ensemble avec un coeficient d'équivalence n peuvent se calculer de la façon suivante :
- aire homogénéisée : $A_h = A_a + b_{eff}\,h_o / n$
- moment statique par rapport à la fibre supérieure de la dalle :
  $m_h = A_a\,(v + h_o) + 0{,}5\,b_{eff}\,h_o^2 / n$
- centre de gravité de la section homogénéisée : $v_h = m_h / A_h$
- moment d'inertie de la section par rapport à la fibre supérieure de la dalle :
  $I_{sup} = A_a\,(v + h_o)^2 + I_a + b_{eff}\,h_o^3 / (3\,n)$
- moment d'inertie de la section homogénéisée par rapport à son centre de gravité :
  $I_h = I_{sup} - A_h\,v_h^2$

On trouvera les résultats des calculs dans le tableau suivant.

Ainsi, dans notre exemple, la flèche de courte durée due aux charges d'exploitation (10 kN/m² sur 3,50 m de largeur) vaut :

$f_{qi} = 5\,q\,L^4 / (384\,E_a\,I_h) = 5 \times 35 \times 8{,}86^4 / (384 \times 210\,000 \times 85\,838{,}8\ 10^{-8}) = 15{,}58$ mm

De même en flèche différée, on obtient : 20,58 mm.

Coefficients d'équivalence	courte durée	longue durée
n =	6,8852	20,6557

Sections homogénéisées		Béton	Acier	avec n = 6,8852	avec 3n = 20,6557
Aires	cm²	2 215,00	142,80	464,50	250,03
Moment statique par rapport à la fib. sup.	cm³	11 075,0	3 927,0	5 535,51	4 463,17
Moment d'inertie par rap. à la fib.sup.	cm⁴	73 833,3	141 082,5	151 805	144 657
v (centre de gravité c.d.g.)	mm			119,17	178,50
v'	mm			330,83	271,50
Moment d'inertie par rapport au c.d.g.	cm⁴			85 838,8	64 988,3
I/v	cm³			7 203,00	3 640,75
I/v'	cm³			2 594,66	2 393,70

On constate que la fibre neutre est dans la poutre métallique car $v > h_o$ (178,5 > 119,17 > 100)

En exploitation ELS		Courte durée	Longue durée
Charge d'exploitation q	kN/m	35,00	35,00
Flèche (q)	mm	15,58	20,58
soit 1/		568°	430°

Flèche due au retrait

En retenant un retrait de base $\varepsilon_r = 2\ 10^{-4}$

Cette valeur du retrait correspond à un climat tempéré humide, par exemple la moitié nord de la France.

$$F_r = \frac{\varepsilon_r E_a}{\frac{1}{A_h} + \frac{(v_h - 0{,}5h_o)^2}{I_h} + \frac{n}{A_c}} = \frac{2\ 10^{-4} \times 210\,000}{\frac{10^4}{250{,}03} + \frac{(0{,}1785 - 0{,}5 \times 0{,}1)^2}{64\,988{,}3\ 10^{-8}} + \frac{20{,}655}{2\,215\ 10^{-4}}}$$

$F_r = 0{,}265$ MN.

Le moment vaut : $M_r = F_r\,(v_h - 0{,}5\,h_o) = 0{,}265\,(0{,}1785 - 0{,}05) = 0{,}0340$ MNm

et la flèche isostatique $f_r = \dfrac{M_r L^2}{8 E_a I_h} = \dfrac{0{,}0340 \times 8{,}86^2}{8 \times 210\,000 \times 64\,988{,}3\ 10^{-8}} = 0{,}00245$ m

= 2,45 mm.

Flèches

- flèche initiale : 11,17 mm, soit 1 / 793°
- flèche instantanée d'exploitation : 15,58 mm, soit 1 / 569 °
- flèche finale d'exploitation : 20,58 mm, soit 1 / 430°
- flèche de retrait : 2,5 mm, soit 1 / 3 620°
- flèche totale sous charges de courte durée : 11,17 + 15,58 + 2,45 = 29,20 mm, soit 1 / 303°
- flèche totale sous charges de longue durée : 11,17 + 20,58 + 2,45 = 34,20 mm, soit 1 / 259°

Remarque

On peut demander une contreflèche en usine de 14 mm pour compenser la flèche initiale sous poids propre et la flèche de retrait.

On peut rechercher la solution optimale en pondérant les quantités avec des prix relatifs.

Prix acier (1 kg = 1 unité)	U	993,1
Prix béton (1 m³ = 80 unités)	U	248,1
Prix total	U	1 241,2

9.8.5. Effort tranchant

La vérification se fait en ELU par $V_{Sd} \le V_{Rd}$

L'effort tranchant de calcul vaut ici :

$V_{Sd} = [1{,}35\,(g_1 + g_2) + 1{,}5\,Q]\,L / 2 = [1{,}35\,(1{,}100 + 8{,}575) + 1{,}5 \times 35] \times 8{,}86 / 2 = 290{,}4$ kN

L'effort tranchant résistant est donné par :

$V_{Rd} = A_v f_y \sqrt{3} / 3 / \gamma_a$

avec :

$A_v = A_a - 2\,b\,t_f + (t_w + 2\,r)\,t_f$

pour un HEA 360

A_a = section totale du profil = 142,8 cm²

b = largeur hors tout = 30 cm

t_f = épaisseur de l'aile (flange) = 1,75 cm

t_w = épaisseur de l'âme (web) = 1 cm

r = rayon du congé de raccordement = 2,7 cm

$A_v = 142{,}8 - 2 \times 30 \times 1{,}75 + (1 + 2 \times 2{,}7)\,1{,}75 = 49$ cm²

D'où : $V_{Rd} = 49\ 10^{-4} \times 235\,\sqrt{3} / 3 / 1{,}10 = 0{,}604$ MN = 604 kN > V_{Sd} = 290,4 **OK**

9.8.6. Résistance des connecteurs

Si nous choisissons des goujons de 22 mm de diamètre (7/8") et de 89 mm de hauteur, de la classe Fe E 510 (résistance à la rupture de 510 MPa et limite élastique de 355 MPa, mais l'EC4, art. 6.3.2.1, limite la valeur à prendre en compte à 500 MPa), la résistance unitaire PRd vaut :

avec $\alpha = 1{,}0$ car hauteur totale = 89 mm ≥ 4 d = 89 mm (connecteurs ductiles)

$P_{Rd} = \text{Min}\,[0{,}8\,f_u\,(\pi\,d^2 / 4) / \gamma_v\ ;\ 0{,}29\,\alpha\,d^2\,\sqrt{f_{ck} E_{cm}} / \gamma_v]$

$P_{Rd} = \text{Min}\,[0{,}8 \times 500 \times 3{,}14\ 10^{-4} / 1{,}25\ ;\ 0{,}29 \times 1{,}0 \times \sqrt{25 \times 30\,500} / 1{,}25] \times 0{,}022^2$

$= \text{Min}\,[0{,}1216\ ;\ 0{,}0981] = 0{,}0981$ MN

9.8.7. *Espacements des connecteurs*

Conditions	diamètre d = 22,2 mm et hauteur = 89 mm = 4 d **OK** α aire aile inf. / aire aile sup. = 1 pour un profil symétrique ≤ 2,5
Moments	L_{cr} = L / 2 = 8,86 / 2 = 4,43 m $M_{pl,Rd}$ = moment résistant de la section de plancher mixte = 690,65 kNm pour une connexion complète M_{Sd} = moment fléchissant maximum = 643,31 kNm $k = \frac{N}{N_f} = \frac{F_{Sd}}{F_{Rd}} = \frac{M_{Sd} - M_{pl,a}}{M_{pl,Rd} - M_{pl,a}} = \frac{643{,}31 - 444{,}36}{690{,}65 - 444{,}36} = 0{,}808$
Efforts	F_{Rd} = Min [0,85 $b_{eff}\, h_o\, f_{ck} / \gamma_c$; $A_a\, f_y / \gamma_a$] puisque $M_{Sdmax} \geq 0$ F_{Rd} = Min [0,85 x 2,215 x 0,1 x 25 / 1,5 ; 142,8 10^{-4} x 235 / 1,1] F_{Rd} = Min [3,138 ; 3,051] = 3,051 MN P_{Rd} = Min [0,8 f_u (πd^2 / 4) / γ_v ; 0,29 $\alpha\, d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}} / \gamma_v$] P_{Rd} = Min [0,8 x 500 x 3,1416 10^{-4} / 1,25 ; 0,29 x 1 $\sqrt{25 \times 30\,500}$ / 1,25] x $0{,}022^2$ P_{Rd} = Min [0,1216 ; 0,0981] = 0,0981
Nombre N de goujons et espacements	$N_f = F_{Rd} / P_{Rd}$ = 3,051 / 0,0981 = 31,10 Pour α = 1 et L = 8,86 m de 5 à 20 m : β = 0,25 + 0,03 L = 0,516 N = nombre nécessaire de goujons = Max [k ; β] N_f = 0,808 x 31,1 = 25,1 arrondi à 26 goujons s = espacement constant = L_{cr} / N = 4,43 / 26 = 0,170 m Soit 6 goujons par mètre de poutre sur toute la longueur, un goujon tous les 167 mm ou mieux deux goujons tous les 333 mm, espacés transversalement de 200 mm, donc à 50 mm du bord de la poutre de 300 mm de large.

9.8.8. *Cisaillement dans la table*

Le cisaillement moyen vaut :

τ_m = 0,5 $k\, F_{Rd}$ / ($h_o\, L_{cr}$) = 0,5 x 0,808 x 3,051 / (0,1 x 4,43) = 2,78 MPa

Le cisaillement limite d'après l'Eurocode 2 est égal à 0,20f_{ck} / 1,5 = 3,33 MPa > 2,78 **OK**

Pour l'Eurocode 2, la section d'acier de cisaillement est constante et égale à :

$A_t / s = (\tau_m - 2{,}5\, \tau_{Rd})\, h_o\, \gamma_s / f_e$ = (2,78 - 2,5 x 0,3) x 0,1 x 1,15 / 500 10^4 = 4,67 cm²/m

Les aciers de la dalle nécessaires à la flexion transversale sont calculés à partir des valeurs enveloppes des moments transversaux. Leurs sections en travée et sur appuis sont inférieures à la section A_{so} calculée avec le moment isostatique. Admettons, pour simplifier l'exposé, que la section d'acier soit de 0,7 A_{so} en travée et 0,8 A_{so} sur appuis, soit respectivement 0,7 x 7,65 = 5,36 cm²/m et 0,8 x 7,65 = 6,12 cm²/m (la valeur A_{so} = 7,65 a été calculée dans un tableau ci-dessus).

On doit de plus vérifier que la section d'acier traversant la section est capable de reprendre l'effort tranchant transversal v_u soit :

v_u = (1,35 g + 1,5 q) L_d / 2 = (1,35 x 24,5 kN/m³ x 0,10 m + 1,5 x 10 kN/m²) 3,15 / 2

v_u = 28,83 kN/m d'où $A_s = v_u\, \gamma_s / f_{yk}$ = 0,02883 x 1,15 / 500 = 0,66 cm²/m

En conclusion (Fig.45) :

- 6,12 cm²/ m en chapeaux, soit HA 10, s = 0,125 m (= 6,28 cm²/m),

- 5,36 cm²/m en travée, que l'on peut disposer en deux lits avec 2,68 cm²/m filant jusqu'à l'appui (cette valeur est supérieure à 0,66), soit HA 8, s = 0,125 m (= 4,02 cm²/m),
- la somme des deux aciers à l'appui 10,30 est supérieure à 4,67 cm²/m OK

On vérifie bien qu'entre deux connecteurs successifs, il passe au moins une barre.

Remarque

On pourrait disposer les connecteurs par paires en les espaçant de 25 cm au lieu de 12,5 cm. En effet, l'aile a une largeur de 300 mm (voir Remarque 3 en art. 9.5 ci-dessus) supérieure à 2,5 d + 2 x 20 = 2,5 x 22 + 2 x 20 = 95 mm.

On aurait ainsi plus de liberté pour le choix des écartements des aciers transversaux (écartements maximum de 25 cm au lieu de 12,5 cm).

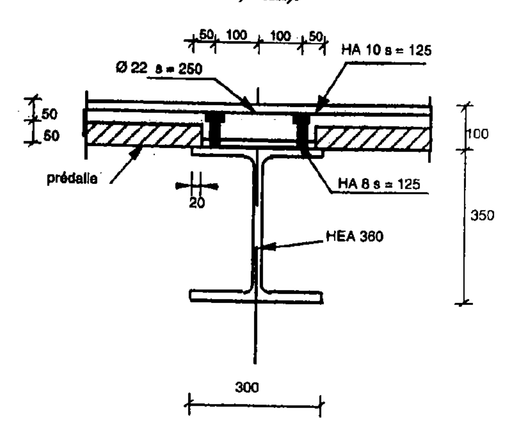


Fig.45 – Ferraillage et connecteurs

9.9. Poutres continues

Les sollicitations peuvent être calculées par les méthodes habituelles de la résistance des matériaux en supposant un comportement élastique, méthode des trois moments par exemple.

On remarquera cependant que, près des appuis, les moments sont généralement négatifs et que l'inertie y est plus faible qu'en travée du fait de la non-prise en compte du béton tendu, même si l'on retient la présence des aciers de béton armé situés en chapeaux.

Il en résulte que les moment sur appuis sont en réalité plus faibles que ceux calculés par ces méthodes et les moments en travée par voie de conséquence, plus élevés.

On se trouve dans le même contexte que pour les poutres continues de béton armé où l'on peut redistribuer les moments, particulièrement en utilisant les formules de Caquot, en minorant ou non les moments sur appuis dus aux charges permanentes.

Pour tenir compte de la réalité, on peut procéder à une redistribution des moments.

L'Eurocode 4 (art. 4.5.3.4) l'autorise dans les limites suivantes pour des poutres de hauteur constante situées dans des bâtiments :
- diminution des moments sur appuis de 0 à 40 %,
- augmentation des moments sur appuis de 0 à 10 %.

Les moments d'inertie en travée augmentent de valeur après le durcissement du béton de la dalle ; c'est donc pour les charges appliquées après ce stade que la redistribution des moments peut être effectuée.

Une diminution des moments sur appuis est intéressante car le moment résistant y est plus faible.

On peut ainsi mieux proportionner la résistance du plancher aux sollicitations agissantes. Naturellement, on doit vérifier l'équilibre des moments par l'équation de fermeture.

9.10. Pose des poutres avec étais

Un des avantages des planchers mixtes est de permettre une pose des poutres sans étais.

Cependant, on peut être amené, pour des grandes portées ou si l'on veut réduire la flèche initiale, à mettre des étais, que l'on place généralement par paires au tiers et au deux-tiers des travées.

On a ainsi une poutre continue de trois travées de portées L / 3 soumise à l'action des charges de poids propre de la poutre et de la dalle. Puis, une fois le béton durci, on peut procéder à l'enlèvement des étais. On introduit ainsi un déchargement de forces concentrées négatives (réctions d'appuis des étais), ce qui équivaut à un chargement positif (vers le bas).

L'avantage de deux charges au tiers et deux-tiers de la portée est de donner un moment trapézoïdal très voisin d'une parabole (courbe qui correspond à un chargement uniforme) (Fig. 46).

On peut ainsi différer une partie de l'action des charges permanentes sur la section mixte qui est plus résistante que la section de la poutre seule.

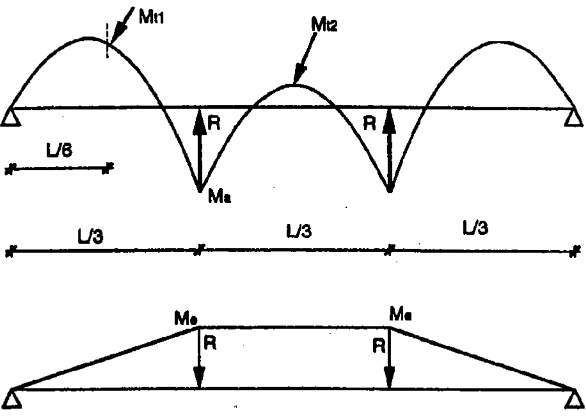


Fig.46 – Poutre avec étais – Moments dus aux charges permanentes et aux réactions d'étais enlevés

Les étais sont en général bloqués, mais non forcés sous l'action du poids propre de la poutre qui agit donc sur la portée L.

Par contre, le moment dû au poids propre g_2 de la dalle donne, pour un calcul avec la seule section de la poutre :

$R = 11\, g_2\, L / 30$ pour la réaction d'étai,
$M_{t1} = g_2\, L^2 / 120$ à mi-travée 1,
$M_a = -\, g_2\, L^2 / 90$ sur appui,
$M_{t2} = g_2\, L^2 / 360$ à mi-travée 2.

Puis, avec la section résistante de l'ensemble poutre et dalle, on aura le moment dû à la réaction d'étai, soit :

$M_e = R\, L / 3 = 11\, g_2\, L^2 / 90$

En additionnant les deux courbes, on retrouve évidemment le moment isostatique d'une charge répartie g_2 sur une travée de portée L.

9.11. Coffrage de la dalle et préfabrication

Différentes solutions peuvent être proposées au problème du coffrage de la dalle pour éviter l'étaiement, voire le coffrage (Fig.47)

Le coffrage peut être supporté par l'aile inférieure de la poutre. On évite ainsi l'étaiement de la poutre et celui du coffrage.

On peut également disposer de plaques, de prédalles ou de bacs acier pour remplacer le coffrage.

Repère (Fig.47)	Type de coffrage	Observations
a	Coffrage appuyé sur l'aile inférieure de la poutre	
b	Plaque de coffrage perdu, type Eternit ou acier	Cette plaque diminue l'épaisseur résistante de la dalle
c	Prédalle béton armé comprenant les armatures de flexion	Épaisseur prédalle : ≥ 4 cm pour petites prédalles ≥ 5 cm pour les autres ≤ demi-épaisseur totale de la dalle On peut admettre, après plastification du béton coulé sur place, que les prédalles participent à l'effort résistant de la dalle entière.
d	Bacs nervurés en acier	Attention : l'épaisseur de calcul de l'effort de compression est à faire avec l'épaisseur minimum de béton (au-dessus des ondes)

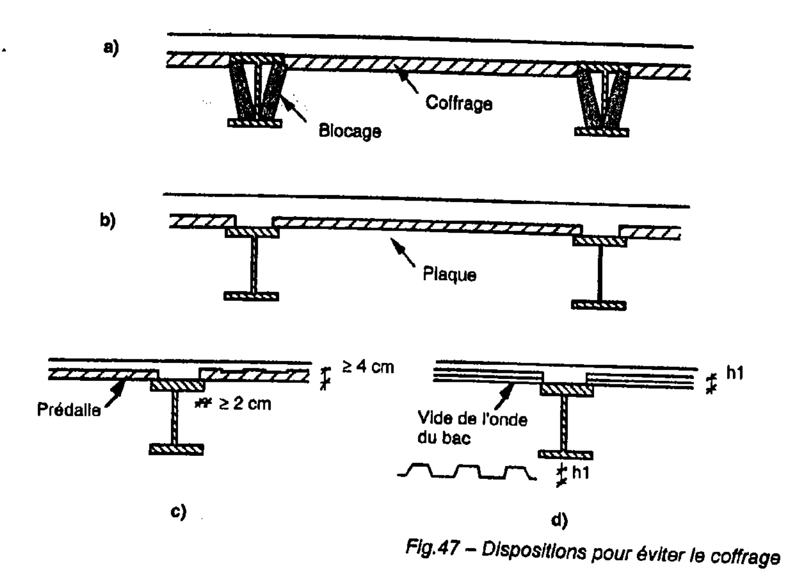


Fig.47 – Dispositions pour éviter le coffrage

9.12. Poutres mixtes précontraintes par câbles extérieurs

Ce type de structure est surtout utilisé pour les ponts. Cependant, il peut être intéressant de l'employer pour des planchers industriels de grande portée de plusieurs travées continues. Comme pour les poutres en béton précontraint, on peut disposer d'une précontainte extérieure réalisée par des câbles dont le tracé est constitué d'une succession de segments de droites avec des déviateurs ou des selles d'appui à chaque changement de direction (Fig.48).

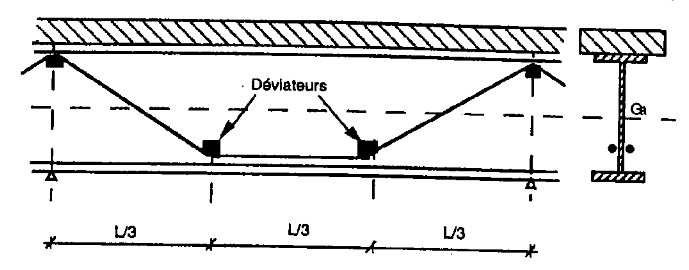


Fig.48 – Poutre mixte précontrainte par câbles

Le plus souvent on adopte la solution qui consiste à disposer deux déviateurs au tiers et aux deux-tiers de la travée, offrant ainsi un moment isostatique trapézoïdal très proche d'un moment parabolique (Fig.49).

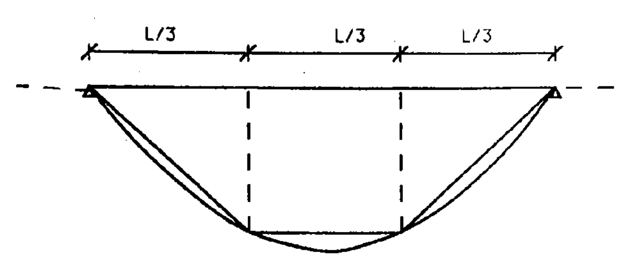


Fig.49 – Excentricités trapézoïdales

En mettant en œuvre la précontrainte avant le coulage du béton, on introduit des moments qui compenseront partiellement ou en totalité les moments dus aux charges permanentes de poids propre de la dalle, autres charges permanentes et à une fraction des charges d'exploitation.

On réduit ainsi les moments sur appui et augment les moments en travée, ce qui va dans le sens des moments résistants qui sont plus importants en travée (présence d'une table de compression) que sur appui (béton tendu négligé).

L'action de la précontrainte P se traduit (Voir Réf. [9], chap. 19) par un moment de précontrainte M_p, somme :

- d'un moment isostatique $M_o = P\,e_o$, e_o représentant l'excentricité du câble par rapport au centre de gravité de la section de la poutre acier,
- d'un moment hyperstatique de précontrainte dû aux réactions d'appuis apparaissant lors de la mise en tension.

Le calcul des moments hyperstatiques peut être effectué au moyen de l'équation des trois moments, en considérant les rotations sur appuis rendus isostatiques dues au moment isostatique de précontrainte.

	Phases de chargement	Isostatique ou en continuité	Calcul	Moment
1	Pose des poutres métalliques rendues continues	Isostatique	Poids propre de la poutre	M_{g1}
2	Mise en précontrainte	en continuité	Action de la précontrainte	M_p
3	Coulage de la dalle	en continuité	Poids propre de la dalle	M_{g2}
4	Application des charges d'exploitation	en continuité	Charges d'exploitation	M_q

Calcul en flexion composée

On suppose que l'axe neutre est dans l'âme. Nous distinguerons deux cas :

- calcul avec la poutre seule sous moment positif avant durcissement du béton de la dalle ou sous moment négatif,
- calcul en tenant compte de la dalle sous moment positif après durcissement du béton de la dalle (sous charges d'exploitation).

• ***Moment résistant avec la poutre seule*** (Fig.50)

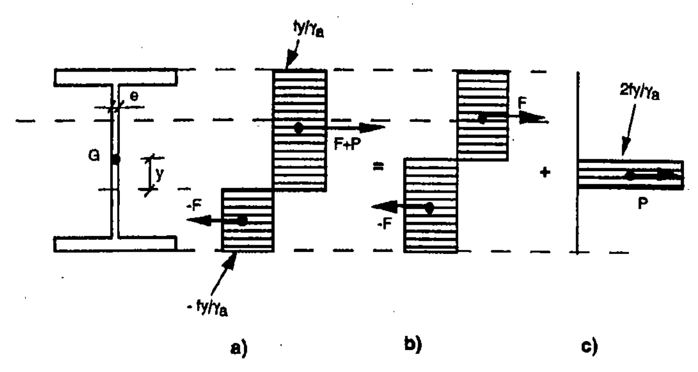


Fig.50 – Flexion composée sans dalle

Le schéma de contraintes a) est équivalent à la somme des schémas b) et c).

Ainsi, l'effort de précontrainte P est égal à l'aire hachurée multipliée par la contrainte de calcul $P = t\,y\,(2 f_y / \gamma_a)$ d'où la position de l'axe neutre : $y = \gamma_a P / (2 f_y t)$.

En additionnant les effets des cas a) et b), le moment résistant de la section vaut :

$M_{Rd} = 2\,S f_y / \gamma_a + y\,P / 2$

si S désigne le moment statique de la partie de la poutre située au-dessus de son centre de gravité (valeur donnée dans le catalogue des produits sidérurgiques [10]).

• ***Moment résistant avec la poutre et la dalle*** (Fig.51)

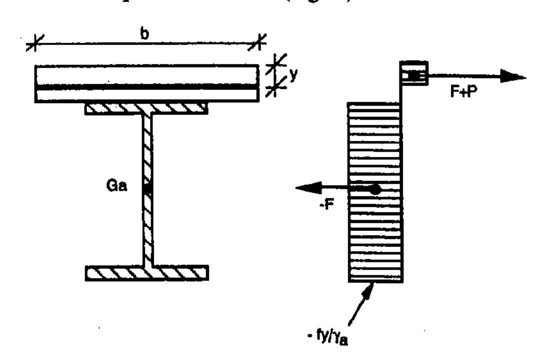


Fig.51 – Flexion composée avec dalle, axe neutre dans la dalle

Si nous supposons que l'axe neutre est dans la dalle, la poutre est entièrement tendue et l'effort de traction de la poutre est égal à :

$$F = A_a f_y / \gamma_a$$

L'effort de compression de la partie de dalle comprimée équilibre l'effort de traction de la poutre et l'effort de précontrainte, il vaut :

$$P + F = b_{eff}\,y\,(0{,}85 f_{ck} / \gamma_c)$$

avec

P = effort de précontrainte

b_{eff} = largeur efficace de la dalle = Min [largeur réelle ; L_o / 4]

avec L_o = L pour travée isostatique

L_o = 0,8 L pour travée de rive de poutre continue sans console

L_o = 0,7 L pour travée intermédiaire de poutre continue

y = hauteur de dalle comprimée

On détermine ainsi y et on vérifie que y est inférieur à l'épaisseur h_0 de la dalle. Sinon, on cherche un équilibre avec un axe neutre dans l'aile de la poutre, voire dans l'âme.

EXEMPLE NUMÉRIQUE

● **Données**

Plancher de trois travées continues de mêmes portées L = 14,50 m, composé de poutres IPE 600, calculés en classe 1, espacées de 3,50 m entre axes et supportant une dalle collaborante de 0,10 m d'épaisseur, recevant une charge d'exploitation de 10 kN/m^2.

Le béton a une résistance caractéristique de 30 MPa et l'acier une limite élastique de 235 MPa. Bien que le DAN (document d'application nationale) de l'EC4 nous autorise à utiliser un coefficient (provisoirement) γ_a = 1,00 au lieu de 1,10, nous conserverons cette dernière valeur qui est celle de l'EC4, version européenne.

La précontrainte P est exercée par deux câbles 3 T15 S situés de part et d'autre de l'âme de la poutre. En admettant qu'après pertes, la contrainte finale dans l'acier des câbles est de 1 200 MPa, pour une section de 6 x 150 mm^2, l'effort P vaut : 1200 x 900 10^{-6} = 1,08 MN.

Le câble sera excentré de (Fig.52) :

e_a = + 0,23 m sur appuis,
e_1 = - 0,23 m dans le tiers central des travées de rive,
e_2 = - 0,19 m dans le tiers central de la travée centrale,

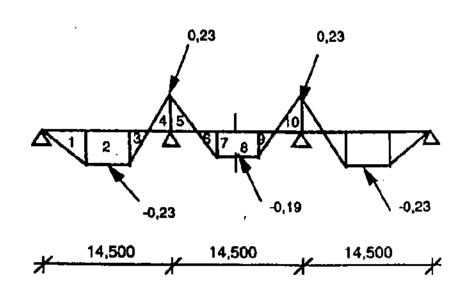


Fig.52 – Excentricités du câble de précontrainte

g_1 et g_2 représentent les poids propre de la poutre et de la dalle

g_1 = 156 cm^2 10^{-4} x 77 kN/m^3 = 1,201 kN/m

g_2 = 24,5 kN/m^3 x 0,10 m x 3,50 m = 8,575 kN/m

La charge d'exploitation vaut : q = 10 kN/m² x 3,5 = 35 kN/m

Données		
L =	14,50	m
g_1 =	1,201	kN/m
g_2 =	8,575	kN/m
q =	35,00	kN/m
P =	1 080,00	kN
e_a =	0,23	m
e_1 =	– 0,23	m
e_2 =	– 0,19	m

En outre, pour réduire les valeurs absolues des moments sur appuis, nous opérerons une redistribution de 40 %, valeur maximum autorisée pour des sections de classe 1, ce qui est le cas ici. Ainsi les moments sur appuis dus aux charges d'exploitation, appliquées après le durcissement de la dalle, seront minorés de 40 %.

- **Cas de charges et combinaisons de cas de charges**

Les cas de charges étudiés sont :
(1) : poids propre de la poutre avec g_1
(2) : action de la précontrainte avec P, isostatique et hyperstatique
(3) : charge unité sur la travée 1
(4) : charge unité sur la travée 2
(5) : charge unité sur la travée 3

On déterminera l'enveloppe des moments pour les combinaisons :

Combi-naison	Cas de charge				
	1	2	3	4	5
a	1,35 g_1	1,00 P	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2 +1,5 q
b	1,35 g_1	1,00 P	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2
c	1,35 g_1	1,00 P	1,35 g_2	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2 +1,5 q
d	1,35 g_1	1,00 P	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2	1,35 g_2 +1,5 q
e	1,35 g_1	1,00 P	1,35 g_2	1,35 g_2 +1,5 q	1,35 g_2

- **Calcul des moments de précontrainte**

On distinguera les moments isostatiques de précontraintes qui valent : $M_o = P\,e_o$ et les moments hyperstatiques qui sont linéaires entre appuis, nuls sur appuis de rive, constant en travée centrale et dont le maximum sur appuis M_{hypmax} est calculé ci-après.

Les moment dus à la précontrainte sont donc représentés par des segments de droite.

Calcul du moment hyperstatique de précontrainte

L'équation des trois moments donne (voir chapitre 1, formule 23) :
$4\,M_B\,L + M_C\,L = -6\,E\,I\,[\omega_g - \omega_d]$

ω_g = rotation à gauche de l'appui B dû au moment isostatique $M_o = P\,e_o$ dans la travée AB
ω_d = rotation à droite de l'appui B dû au moment isostatique $M_o = P\,e_o$ dans la travée BC.

Or la rotation sur l'appui B d'un moment $M_o = P\,e_o$ est égale à (voir chap. 1, formules 13 et 14) :

$$\omega_g = \int_{AB} \frac{x}{L} M_o \frac{dx}{EI} \qquad \omega_d = -\int_{BC} \left(1 - \frac{x}{L}\right) M_o \frac{dx}{EI}.$$

Or $\int_{AB} Mx e_o dx$ représente le moment statique par rapport au point A de l'aire située à l'intérieur de la courbe e_o.

Posons $\mu = \int_{AB} x e_o dx + \int_{BC} (L - x)\, e_o d_x$. On trouve alors : $\omega_g - \omega_d = \mu\,P / (E\,I\,L)$.

Il suffit alors de décomposer l'aire située à l'intérieur de la courbe e_o en triangles ou rectangles dont on trouve facilement l'aire, le centre de gravité et le moment statique par rapport à l'appui A ou B, voir le tableau ci-après.
Les surfaces 8, 9 et 10 sont symétriques des surfaces 5, 6 et 7. On les comptera deux fois en aire avec un centre de gravité au milieu de BC.
Les calculs sont effectués dans le tableau ci-après et donnent un moment statique μ = - 14,211 m³.

Le moment sur appui vaut :
$M_{hypmax} = -6\,\mu\,P / (5\,L^2) = -6\,(-14{,}211) \times 1080 / (5 \times 14{,}5^2) = 87{,}60$ kNm

N° figure 52	Longueur b	Hauteur h	Type k	Aire $S = k\,b\,h$	Distance de son cdg à A ou C : d	Moment statique $\mu = S\,d$
1	L/3 4,8333	e_1 – 0,2300	Triangle 0,5000	0,5 $b\,h$ – 0,5558	A : 2 L / 9 3,2222	– 1,7910
2	L/3 4,8333	e_1 – 0,2300	Rectangle 1,0000	$b\,h$ – 1,1117	A : L / 2 7,2500	– 8,0596
3	L e_1/3/(e_1-e_a) 2,4167	e_1 – 0,2300	Triangle 0,5000	0,5 $b\,h$ – 0,2779	A : 2L/3 + b/3 10,4722	– 2,9104
4	L e_a/3/(e_a-e_1) 2,4167	e_a 0,2300	Triangle 0,5000	0,5 $b\,h$ 0,2779	A : L – b / 3 13,6944	3,8059
5	L e_a/3/(e_a-e_2) 2,6468	e_a 0,2300	Triangle 0,5000	$b\,h$ 0,6088	C : L / 2 7,2500	4,4136
6	L e_2/3/(e_2-e_a) 2,1865	e_2 – 0,1900	Triangle 0,5000	$b\,h$ – 0,4154	C : L/2 7,2500	– 3,0119
7	L / 3 2,4167	e_2 – 0,1900	Rectangle 1,0000	2 $b\,h$ – 0,9183	C : L / 2 7,2500	– 6,6579
					Moment statique total	– 14,2113
					Moment hyperstatique kNm	87,600

● **Moments dus aux charges permanentes g_1 et g_2**

Pour le calcul des moments, on pourra utiliser les formules des cas 70, 71 et 72 du formulaire du chapitre 2 ou les tableaux 1, 3 et 4 situés en fin du même chapitre.
Nous ne calculerons en détail que le point situé au milieu de la travée 1. Les autres résultats sont donnés dans les tableaux suivants.
Les moments dus au poids propre de la poutre g_1 sont calculés en isostatique et représentés par 3 paraboles de valeur maximum à mi-travée : $1,35\ g_1\ L^2 / 8 = 42,61$ kNm.
Les moments dus au poids propre de la dalle g_2 sont représentés par des paraboles dont le minimum sur appuis vaut : $- 1,35\ g_2\ L^2 / 10 = - 243,39$ kNm,
la valeur à mi-travée de rive : $3 \times 1,35\ g_2\ L^2 / 40 = 182,54$ kNm

● **Calcul des moments dus aux charges d'exploitation**

Cas de charge 4 : charge unité répartie sur la travée 1,
moment sur 2ᵉ appui $= - L^2 / 15 = - 14,5^2 / 15 = - 14,017$
moment à mi-travée 1 $= 11\ L^2 / 120 = 11 \times 14,5^2 / 120 = 19,273$
moment sur 3ᵉ appui $= L^2 / 60 = 14,5^2 / 60 = 3,504$
Avec une *redistribution* de 40 % sur appui, on obtient :
moment sur 2ᵉ appui $= - 0,6 \times 14,017 = - 8,41$
moment à mi-travée 1 $= L^2 / 8 - 8,41 / 2 = 22,076$
moment sur 3ᵉ appui $= 0,6\ L^2 / 60 = 2,102$

Cas de charge 5 : charge unité répartie sur la travée 2,
moment sur 2ᵉ appui $= - L^2 / 20 = - 14,5^2 / 20 = - 10,512$
moment à mi-travée 1 $= - L^2 / 40 = - 5,256$
Avec une *redistribution* de 40 % sur appui, on obtient :
moment sur 2ᵉ appui $= - 0,6 \times 10,512 = - 6,307$
moment à mi-travée 1 $= - 0,5 \times 6,307 = - 3,154$

Cas de charge 6 : charge unité répartie sur la travée 3,
moment sur 2ᵉ appui $= 3,504$
moment à mi-travée 1 $= 1,752$
Avec une *redistribution* de 40 % sur appui, on obtient :
moment sur 2ᵉ appui $= 0,6 \times 3,504 = 2,102$
moment à mi-travée 1 $= 0,5 \times 2,102 = 1,051$

On calcule les moments dus aux différents cas de charges et à leurs combinaisons aux différentes abscisses, que nous avons volontairement limités dans cet exemple pour ne pas alourdir l'exposé. Un découpage en 10 tronçons donne une précision suffisante.

Par exemple, le moment maximum au milieu de la travée 1 est obtenu par chargement des travées 1 et 3 :
$M = M_{g1} + M_{iso} + M_{hyper} + M_{g2} + M_q$
avec
$M_{g1} = 1,35\ g_1\ L^2 / 8 = 42,61$ kNm
$M_{g2} = 1,35 \times 3\ g_2\ L^2 / 40 = 182,54$ kNm
$M_{iso} = P\ e_o = - 1\,080 \times 0,23 = - 248,40$ kNm
$M_{hyper} = 0,5 \times 87,60 = 43,80$ kNm (0,5 car à mi-travée),
soit $M_P = M_{iso} + M_{hyper} = - 204,60$ kNm
$M_q = (22,076 + 1,051)\ 1,5\ q = 23,127 \times 1,5 \times 35 = 1\,214,17$ kNm
d'où M = 1 234,71 kNm

Cas	Calcul du moment	Courbes des moments	Extrema
1	Poids propre de la poutre g_1 : M_{g1}		42,61 kNm 0 kNm
2a	Moment isostatique de précontrainte : M_{iso}		248,4 kNm – 248,4 kNm
2b	Moment hyperstatique de précontrainte : M_{hyper}		87,60 kNm 0 kNm
2	Moment total de précontrainte : M_P		336,0 kNm – 219,2 kNm
3	Charge unité sur la travée 1		19,27 kNm – 14,02 kNm 3,50 kNm
4	Charge unité sur la travée 2		15,77 kNm – 10,51 kNm
5	Charge unité sur la travée 3		3,50 kNm – 14,02 kNm 19,27 kNm

Travée 1

Cas de charge	Combinaison	x/L = x = (m)	0,000 0,000	0,333 4,833	0,500 7,250	0,667 9,667	1,000 14,500
1		$M(g_{1iso})$	0,00	37,88	42,61	37,88	0,00
2a		$M(P_{iso})$	0,00	– 248,40	– 248,40	– 248,40	248,40
2b		$M(P_{hyper})$	0,00	29,20	43,80	58,40	87,60
2	$= 2_a+2_b$	M(P)	0,00	– 219,20	– 204,60	– 190,00	336,00
3	charge unité	Travée 1	0,00	18,69	19,27	14,02	– 14,02
4	charge unité	Travée 2	0,00	– 3,50	– 5,26	– 7,01	– 10,51
5	charge unité	Travée 3	0,00	1,17	1,75	2,34	3,50
3'	ch. unité avec réd.	Travée 1	0,00	20,56	22,08	17,75	– 8,41
4'	ch. unité avec réd.	Travée 2	0,00	– 2,10	– 3,15	– 4,21	– 6,31
5'	ch. unité avec réd.	Travée 3	0,00	0,70	1,05	1,40	2,10
(a)	$= g_1+P+g_2+q(3+4+5)$	M(*a*)	0,00	1013,68	1069,18	740,98	– 569,68
(b)	$= g_1+P+g_2+q(3+4)$	M(*b*)	0,00	976,88	1013,99	667,40	– 680,06
(c)	$= g_1+P+g_2+q(4+5)$	M(*c*)	0,00	– 65,61	– 89,83	– 191,12	– 128,15
(d)	$= g_1+P+g_2+q(3+5)$	M(*d*)	0,00	1124,06	1234,75	961,75	– 238,53
(e)	$= g_1+P+g_2+q(4)$	M(*e*)	0,00	– 102,40	– 145,02	– 264,71	– 238,53

Les cas « prime » correspondent à une réduction de 40 % des moments sur appuis (redistribution)

Travée 2

Cas de charge	Combinaison	x/L = x = (m)	0,000 0,000	0,333 4,833	0,500 7,250	0,667 9,667	1,000 14,500
1		$M(g_{1iso})$	0,00	37,88	42,61	37,88	0,00
2a		$M(P_{iso})$	248,40	– 205,20	– 205,20	– 205,20	248,40
2b		$M(P_{hyper})$	87,60	87,60	87,60	87,60	87,60
2	= 2a+2*b*	M(P)	336,00	– 117,60	– 117,60	– 117,60	336,00
3	charge unité	Travée 1	– 14,02	– 8,18	– 5,26	– 2,34	3,50
4	charge unité	Travée 2	– 10,51	12,85	15,77	12,85	– 10,51
5	charge unité	Travée 3	3,50	– 2,34	– 5,26	– 8,18	– 14,02
3'	ch. unité avec réd.	Travée 1	– 8,41	– 4,91	– 3,15	– 1,40	2,10
4'	ch. unité avec réd.	Travée 2	– 6,31	17,05	19,97	17,05	– 6,31
5'	ch. unité avec réd.	Travée 3	2,10	– 1,40	– 3,15	– 4,91	– 8,41
(a)	$= g_1+P+g_2+q(3+4+5)$	M(*a*)	– 569,68	511,49	703,34	511,49	– 569,68
(b)	$= g_1+P+g_2+q(3+4)$	M(*b*)	– 680,06	585,08	868,91	769,05	– 128,15
(c)	$= g_1+P+g_2+q(4+5)$	M(*c*)	– 128,15	769,05	868,91	585,08	– 680,06
(d)	$= g_1+P+g_2+q(3+5)$	M(*d*)	– 238,53	– 383,82	– 345,28	– 383,82	– 238,53
(e)	$= g_1+P+g_2+q(4)$	M(*e*)	– 238,53	842,63	1034,48	842,63	– 238,53

Travée 3

Cas de charge	Combinaison	x/L = x = (m)	0,000 0,000	0,333 4,833	0,500 7,250	0,667 9,667	1,000 14,500
1		$M(g_{1iso})$	0,00	37,88	42,61	37,88	0,00
2a		$M(P_{iso})$	248,40	– 248,40	– 248,40	– 248,40	0,00
2b		$M(P_{hyper})$	87,60	58,40	43,80	29,20	0,00
2	= 2a+2*b*	M(P)	336,00	– 190,00	– 204,60	– 219,20	0,00
3	charge unité	Travée 1	3,50	2,34	1,75	1,17	0,00
4	charge unité	Travée 2	– 10,51	– 7,01	– 5,26	– 3,50	0,00
5	charge unité	Travée 3	– 14,02	14,02	19,27	18,69	0,00
3'	ch. unité avec réd.	Travée 1	2,10	1,40	1,05	0,70	0,00
4'	ch. unité avec réd.	Travée 2	– 6,31	– 4,21	– 3,15	– 2,10	0,00
5'	ch. unité avec réd.	Travée 3	– 8,41	17,75	22,08	20,56	0,00
(a)	$= g_1+P+g_2+q(3+4+5)$	M(*a*)	– 569,68	740,98	1069,18	1013,68	0,00
(b)	$= g_1+P+g_2+q(3+4)$	M(*b*)	– 128,15	– 191,12	– 89,83	– 65,61	0,00
(c)	$= g_1+P+g_2+q(4+5)$	M(*c*)	– 680,06	667,40	1013,99	976,88	0,00
(d)	$= g_1+P+g_2+q(3+5)$	M(*d*)	– 238,53	961,75	1234,75	1124,06	0,00
(e)	$= g_1+P+g_2+q(4)$	M(*e*)	– 238,53	– 264,71	– 145,02	– 102,40	0,00

À la lecture des tableaux ci-dessus, on trouve un moment maximum de 1 234,7 kNm et un moment minimum de - 680,1 kNm.

- **Moments résistants sur appui et en travée**

Le moment résistant *sur appui* correspond à celui de la seule poutre IPE 600.
Pour un moment statique S de 1 760 cm³ [10], le moment résistant vaut :

$M_{Ra} = 2\,S f_y / \gamma_a = 2 \times 1\,760\ 10^{-6} \times 235 / 1{,}10 = 752$ kNm, valeur supérieure à celle du plus grand moment négatif (680,1 kNm). **OK**

Les moments sous charges permanentes et précontrainte seule sont très inférieurs.

Le moment résistant *en travée* est celui de l'ensemble poutre-dalle. Recherchons l'effort de traction repris par la poutre

$$F = A_a f_y / \gamma_a = 156\ 10^{-4} \times 235 / 1{,}10 = 3{,}333 \text{ MN}$$

L'effort de compression de la partie de dalle comprimée équilibre l'effort de traction de la poutre et l'effort de précontrainte, il vaut :

$$P + F = b_{eff}\, y\,(0{,}85 f_{ck} / \gamma_c) \text{ soit } 1{,}08 + 3{,}333 = 3{,}5\, y \times 14{,}17$$

avec P = effort de précontrainte = 1,08 MN
b_{eff} = Min [largeur réelle ; 0,8 x portée / 4] = Min [3,50 ; 0,8 x 14,5 / 4] = 2,90 m
f_{ck} = 30 MPa d'où $0{,}85 f_{ck} / \gamma_c = 17$ MPa
y = hauteur de dalle comprimée = 4,413 / (2,9 x 17) = 0,0895 m < 0,10 m = h_o

On vérifie bien que l'axe neutre est dans la dalle.

Le bras de levier plastique, distance entre les deux résultantes, vaut :

$$z = h / 2 + h_o - 0{,}5\, y = 0{,}3 + 0{,}1 - 0{,}0895 / 2 = 0{,}355 \text{ m}$$

d'où le moment résistant poutre-dalle par rapport au centre de gravité de la poutre seule, car l'excentricité de la précontrainte isostatique a été calculée en supposant que l'effort passe en ce point.

M_{Rd} = (F + P) z = 4,413 x 0,355 = 1,567 MNm = 1566,6 kNm > 1234,7 kNm OK

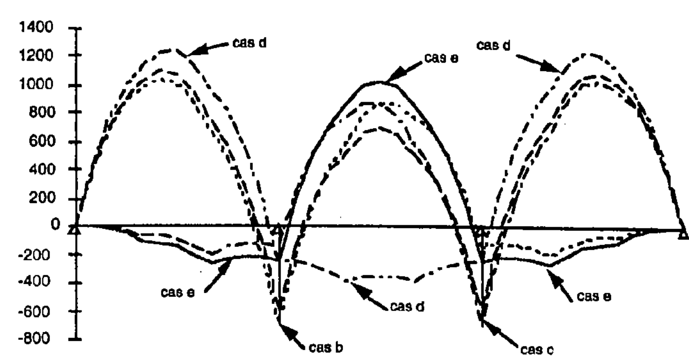


Fig.53 – Moments sous les cinq cas de charge avec précontrainte P = 1 080 kN (6 T15 S) et redistribution des moments de 40 % sur appuis pour les charges d'exploitation

Remarque

Si l'on n'avait pas mis de précontrainte extérieure (Fig.54), ni procédé à une redistribution des moments, les moments extrêmes auraient été de 1 347,3 kNm et - 1 531,2 kNm. La poutre seule n'aurait pu reprendre un tel moment négatif, puisque son moment résistant est de 752 kNm. Il aurait fallu un moment statique au moins égal à :

0,5 M $\gamma_a / 2 f_y$ = 0,5 x 1,5312 x 1,10 / 235 106 = 3 584 cm³ soit un HEM 550 (278 kg/m au lieu de 122 kg/m pour un IPE 600).

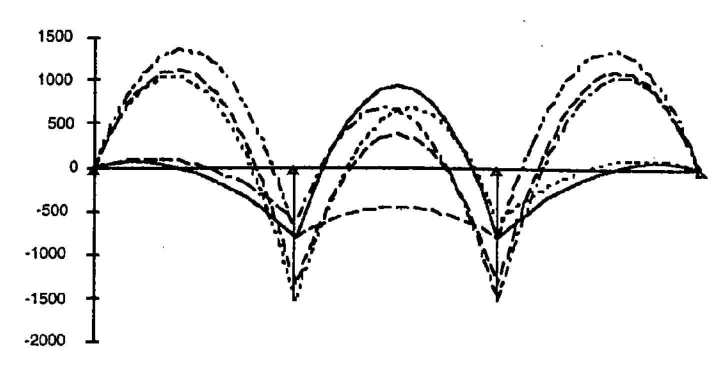


Fig.54 – Moments sous les cinq cas de charge avec précontrainte nulle et sans redistribution des moments

9.13. Poutres mixtes précontraintes par étais actifs

9.13.1. Principe

On impose, avant le coulage du béton, un état de contraintes dans la poutre, de signes contraires aux contraintes dues aux charges permanentes ou d'exploitation.

Pour cela, on applique deux charges concentrées au tiers et au deux-tiers de la portée calculée en isostatique. La courbe des moments dus à ces deux charges est de forme trapézoïdale, très proche d'une parabole représentative d'un moment dû à une charge répartie uniforme (voir en 9,10 ci-dessus).

La phase suivante consiste à couler le béton et d'attendre qu'il ait suffisamment durci pour enlever les deux charges concentrées. La poutre travaille alors en plancher mixte : poutre acier + dalle béton.

9.13.2. Trois possibilités

- **Deux étais verticaux** (Fig.55a) appuyés sur la poutre inférieure ou sur le sol. Ce système a l'inconvénient d'appliquer deux charges en travée de la poutre inférieure qui va se déformer sous l'action de ces charges et donc va réduire la valeur des réactions d'appui.
- **Deux étais inclinés** (Fig.55b) appuyés dans les angles d'appui de la poutre inférieure. Les charges sont alors transmises directement aux poteaux. Ces étais passifs ou actifs (avec vérins ou vis) développent une compression dans le tiers central de la poutre étudiée et une traction égale dans la poutre inférieure (à moins que les poteaux aient une très grande rigidité).
- **Deux tirants inclinés** (Fig.55c) fixés dans les angles inférieurs d'appui des poutres supérieures. De la même façon, ils entraînent une traction dans le tiers central de la poutre étudiée et une compression dans la poutre supérieure.

Les forces exercées peuvent être mesurées par les valeurs de la pression dans les vérins ou calculées à partir de la mesure des variations de flèche avant et après pose des étais (ou tirants).

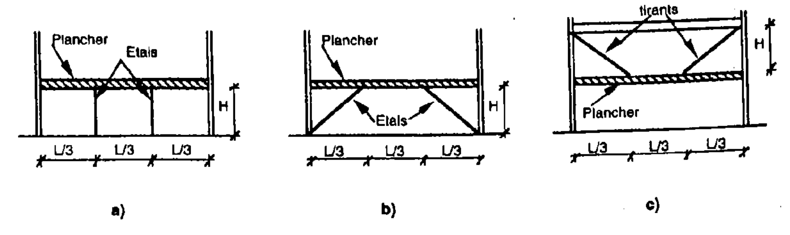


Fig.55 – Précontrainte de planchers mixtes par étais (ou tirants) provisoires.

9.13.3. Calcul des cas de charges

Le calcul de ce plancher comporte sept phases de construction et de chargements. Pour les trois premières, seule la résistance de la poutre est prise en compte ; pour les suivantes, la résistance est assurée par l'ensemble poutre + dalle.

Notations :

L = portée de la travée isostatique
b = largeur réelle de la dalle
b_{ef} = largeur effective de la dalle = Min (b ; L / 4)
h_o = épaisseur de la dalle
ε_r = valeur du retrait final ($3{,}25\ 10^{-4}$ pour environnement sec suivant l'Eurocode 4)
v_h = distance du centre de gravité de l'ensemble poutre + dalle à la fibre supérieure de la dalle
A_c = aire de la dalle béton = $b\ h_o$
I_a = moment d'inertie de la poutre seule
E_a = module d'Young de l'acier de la poutre
E_i = module d'Young instantané du béton
$n = E_a / E_i$ = coefficient d'équivalence béton-acier pour des charges de courte durée
A_{h1} = aire de la section homogénéisée poutre + dalle avec 3 n (long terme)
I_{ho} = moment d'inertie homogénéisé de l'ensemble poutre-dalle à court terme (avec n)
I_{h1} = moment d'inertie homogénéisé de l'ensemble poutre-dalle à long terme (avec 3 n)
g_1 = poids de la poutre seule
g_2 = poids propre de la dalle
q = charge d'exploitation
f_{g1} = flèche due au poids de la poutre (négative vers le bas)
f_o = contreflèche à mi-portée que l'on s'impose lors de la mise en place de l'étai (positive vers le haut)
P = réaction de l'étai lors de sa pose = $648\ (f_o - f_{g1})\ E_a\ I_1 / (23\ L^3)$ (négative vers le haut)
R = réaction de l'étai lors de sa dépose = $11\ g_2\ L / 30 - P$ (positive vers le bas)
F_r = effort de retrait du béton de la dalle = $\varepsilon_r\ E_a / [1 / A_{h1} + n / A_c + (v_h - 0{,}5\ h_o)^2 / I_{h1}]$

Cas de charge	PHASE	Courbe des moments	Section résistante	Moment et flèche à x = L / 3	Moment et flèche à x = L / 2
1	Pose poutre métallique		Poutre	$M_{g1} = g_1\ L^2 / 9$ $f_{g1} = -11\ g_1\ L^4 / (972\ E_a\ I_a)$	$M_{g1} = g_1\ L^2 / 8$ $f_{g1} = -5\ g_1\ L^4 / (384\ E_a\ I_a)$
2	Pose étais	P P	Poutre	$M_P = P\ L / 3$ $f_P = -5\ P\ L^3 / (162\ E_a\ I_a)$	$M_P = P\ L / 3$ $f_P = -23\ P\ L^3 / (648\ E_a\ I_a)$
3	Coulage et durcissement du béton		Poutre	$M_{g2} = -g_2\ L^2 / 90$ $f_{g2} = 0$	$M_{g2} = g_2\ L^2 / 360$ $f_{g2} = -g_2\ L^4 / (155\ 520\ E_a\ I_a)$
4	Enlèvement des étais	R R	Poutre + dalle	$M_R = R\ L / 3$ $f_R = -5\ R\ L^3 / (162\ E_a\ I_{ho})$	$M_R = R\ L / 3$ $f_R = -23\ R\ L^3 / (648\ E_a\ I_{ho})$
5	Charges d'exploitation à court terme		Poutre + dalle	$M_q = q\ L^2 / 9$ $f_q = -11\ q\ L^4 / (972\ E_a\ I_{ho})$	$M_q = q\ L^2 / 8$ $f_q = -5\ q\ L^4 / (384\ E_a\ I_{ho})$
6	Charges d'exploitation à long terme		Poutre + dalle	$M_q = q\ L^2 / 9$ $f_q = -11\ q\ L^4 / (972\ E_a\ I_{h1})$	$M_q = q\ L^2 / 8$ $f_q = -5\ q\ L^4 / (384\ E_a\ I_{h1})$
7	Retrait du béton		Poutre + dalle	$M_r = F_r\ (v_{h1} - 0{,}5\ h_o)$ $f_r = M_r\ L^2 / (9\ E_a\ I_{h1})$	$M_r = F_r\ (v_{h1} - 0{,}5\ h_o)$ $f_r = M_r\ L^2 / (8\ E_a\ I_{h1})$

L = portée de la travée
g_1 = poids propre de la poutre seule
g_2 = poids propre de la dalle
q = charge d'exploitation de service
P = réaction de l'étai lors de sa pose
R = réaction de l'étai lors de sa dépose
E_a = module d'Young de l'acier de poutre = 210 000 MPa
I_a = moment d'inertie de la poutre seule
I_{ho} = moment d'inertie de l'ensemble du plancher (poutre + dalle) rendu homogène par rapport à l'acier pour les charges de courte durée
I_{h1} = moment d'inertie de l'ensemble du plancher (poutre + dalle) rendu homogène par rapport à l'acier pour les charges de longue durée
v_{h1} = distance entre le centre de gravité et la fibre supérieure de la dalle de la section rendue homogène pour des chrges de longue durée
F_r = effort de traction du béton sous l'action du retrait (voir équation 4)

9.13.4. Calcul des combinaisons

On étudiera sept combinaisons de cas de charges correspondant à sept étapes de l'exécution des travaux ou de l'exploitation avec, pour chaque cas, un coefficient multiplicateur donné dans le tableau ci-après.

Comb.	Étape	M et f	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6	Cas 7
(a)	Après pose poutre	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00						
(b)	Après pose étaiement	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00	1,35 1,00					
(c)	Après coulage de la dalle	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00				
(d)	Après désétaiement	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00			
(e)	Avec charges d'exploitation à court terme	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00	1,50 1,00		
(f)	Après retrait à long terme	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00			1,00 1,00
(g)	Avec charges d'exploitation à long terme	Moment ELU Flèche ELS	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00	1,35 1,00		1,50 1,00	1,00 1,00

9.13.5. Exemple

- **Données**

Poutre IPE 500

L = portée de la travée isostatique = 12 m
b = largeur réelle de la dalle = 2,20 m
b_{eff} = largeur effective de la dalle = Min (b ; L / 4) = 2,20 m

h_o = épaisseur de la dalle = 0,08 m
ε_r = valeur du retrait final = 3,25 10^{-4} (environnement sec)
f_y = limite élastique de l'acier de poutre = 235 MPa
f_{ck} = résistance caractéristique du béton = 25 MPa
A_a = aire de la poutre acier = 116 cm²
A_c = aire de la dalle béton = $b_{eff}\,ho$ = 1 760 cm²
I_a = moment d'inertie de la poutre seule = 48 200 cm⁴
S = moment statique de la moitié supérieure de la poutre par rapport à son centre = 1 100 cm³ (valeur lue sur le catalogue des aciers [10])
E_a = module d'Young de l'acier de la poutre 210 000 MPa
E_i = module d'Young instantanné du béton = 30 500 MPa (Eurocodes 2 et 4)
$n = E_a / E_i$ = 6,885
g_1 = poids de la poutre seule = 0,893 kN/m
g_2 = poids de la dalle = 24,5 $b\,h_o$ = 24,5 x 2,20 x 0,08 = 4,31 kN/m
q = charge d'exploitation = 10 kN/m² = 22 kN/m

- **Calcul des caractéristiques géométriques homogénéisées**

Aire $A_{ho} = A_a + A_c / n$ = 371,6 cm²
Moment statique par rapport à la fibre supérieure de la dalle
$m_{ho} = A_a\,(0{,}5\,h + h_o) + 0{,}5\,A_c\,h_o / n$ = 4 850,5 cm³
Distance du centre de gravité de l'ensemble poutre+dalle à la fibre supérieure de la dalle
$v_{ho} = m_{ho} / A_{ho}$ = 13,05 cm
Moment d'inertie de l'ensemble par rapport à son centre de gravité
$I_{ho} = I_a + A_a\,(0{,}5\,h + h_o)^2 + A_c / n \times h_o^2 / 3 - A_{ho}\,v_{ho}^2$ = 116 667 cm⁴
On trouve de même, en remplaçant n par $3\,n$:
A_{h1} = 201,2 cm²
v_{h1} = 20,72 cm
I_{h1} = 89 967 cm⁴

f_{g1} = flèche due au poids de la poutre (négative vers le bas) = $-5\,g_1\,L^4 / (384\,E_a\,I_a)$ = 2,38 mm
f_o = contreflèche à mi-portée que l'on s'impose lors de la mise en place de l'étai (positive vers le haut) = 22 mm (soit 1/ 545° de la portée). Le choix de cette valeur permet d'obtenir une flèche maximum dans les limites du 1 / 400° pour notre exemple.
P = réaction de l'étai lors de sa pose
$P = -648\,(f_o - f_{g1})\,E_a\,I_a / (23\,L^3)$ = - 40,24 kN (négative vers le haut)
R = réaction de l'étai lors de sa dépose
$R = 11\,g_2\,L / 30 - P$ = 59,21 kN (positive vers le bas)
F_r = effort de retrait du béton de la dalle
$F_r = \varepsilon_r\,E_a / [1 / A_{h1} + n / A_c + (v_{h1} - 0{,}5\,h_o)^2 / I_{h1}]$ = 569,2 kN
M_r = moment du au retrait
$M_r = F_r\,(v_{h1} - 0{,}5\,h_o)$ = 95,2 kNm
M_{Rd1} = moment résistant de la poutre seule (voir l'article 6.2 ci-dessus)
$M_{Rd1} = 2\,S\,f_y / \gamma_a$ = 470,0 kNm (avec f_y = 235 MPa et γ_a = 1,10)
M_{Rd2} = moment résistant de l'ensemble poutre-dalle
$M_{Rd2} = Aa\,f_y\,z / \gamma_a$ avec $z = 0{,}5\,h + h_o - 0{,}5\,y$ et $y = A_a f_y\,\gamma_c / (\gamma_a\,b_{eff}\,0{,}85\,f_{ck})$ si l'axe neutre est dans la dalle, c'est-à-dire si $y < h_o$ (voir l'article 9.3 ci-dessus)
Ici : $y = 0{,}07951 < 0{,}08$ m **OK** L'axe neutre est bien dans la table.
d'où z = 0,29024 m et M_{Rd2} = 719,3 kNm

Calcul des moments (kNm) et des flèches (mm)

Cas de charge	Valeur de la charge (kN/m et kN)	x = L / 3 = 4,00 m	x = L / 2 = 6,00 m
1	g_1 = 0,893	M_{g1} = 14,29 f_{g1} = – 2,07	M_{g1} = 16,08 f_{g1} = – 2,38
2	P = – 40,24	M_P = – 161,0 f_P = 21,20	M_P = – 161,0 f_P = 24,38
3	g_2 = 4,31	M_{g2} = – 6,90 f_{g2} = 0	M_{g2} = 1,72 f_{g2} = – 0,006
4	R = 59,21	M_R = 236,8 f_R = -12,89	M_R = 236,8 f_R = – 14,82
5	q = 22	M_q = 352,0 f_q = – 21,07	M_q = 396,0 f_q = – 24,24
6	q = 22	M_q = 352,0 f_q = – 27,33	Mq = 396,0 f_q = – 31,44
7	retrait	M_r = 95,2 f_r = – 8,06	M_r = 95,2 f_r = – 9,07

Combinaisons des cas de charges

Combinaison	Étape	Moments à x = L / 3 = 4,00 m à x = L / 2 = 6,00 m	Flèches à x = L / 3 = 4,00 m à x = L / 2 = 6,00 m
(a)	Après pose poutre	19,29 21,70	– 2,07 – 2,38
(b)	Après pose étaiement	– 198,0 – 195,6	– 19,13 22,00
(c)	Après coulage de la dalle	– 207,3 – 193,3	19,13 21,99
(d)	Après désétaiement	112,4 126,5	6,24 7,17
(e)	Avec charges d'exploitation à court terme	640,4 720,4	– 14,83 – 17,07
(f)	Après retrait à long terme	207,6 221,7	– 1,82 – 1,90
(g)	Avec charges d'exploitation à long terme	735,6 815,7	– 29,15 – 33,34
Maximum	Poutre seule : Poutre + dalle :	207,3 720,4	22,00 mm 29,15 mm sans retrait, 33,34 mm avec retrait
Valeur limite	Poutre seule : Poutre + dalle :	470,0 **OK** 719,3 **OK** (à 0,15 % près)	1 / 400° = 30 mm OK

Remarques

1. Conformément à l'Eurocode 4 en version européenne (ENV 1994-1), nous avons retenu un coefficient γ_a = 1,10 pour l'acier de poutre. Le Document d'Application Nationale (DAN) de l'Eurocode 4, norme européenne provisoire, permet de prendre un coefficient égal à 1,00 pour des aciers agréés par la Commission de Normalisation française. Cependant en attendant la publication de l'Eurocode 4 en norme européenne harmonisée, par prudence, nous avons fait l'exercice avec la valeur 1,10.

2. Les étais que nous avons utilisés sont du type actif, car nous avons imposé une contreflèche, grâce aux étais, pour diminuer la flèche finale. Ainsi, si l'on avait dispoé des étais passifs, sans contreflèche, donc avec $f_0 = f_{g1}$ = - 2,38 mm, nous aurions eu une flèche totale de 44,06 mm (1/272°), soit 14,3 mm de plus.

3. Nous avons supposé, dans notre exemple, que les charges d'exploitation pouvaient être appliquées en longue durée. C'est pourquoi, nous avons utilisé le moment d'inertie de la section homogénéisée avec un coefficient d'équivalence égal à 3 n = 20,66. Si les charges d'exploitation sont toujours de courte durée, la déformée maximum vaut 26,14 mm, (1 / 459°) soit 7,2 mm en moins.

4. Pour une hauteur libre de 2,90 m sous poutre, l'effort de compression dans l'étai est égal à $F = P \sqrt{1 + L^2/(9H^2)} = 1{,}70\,P = 68{,}41$ kN.

5. En réalité, les flèches doivent être plus importantes que les flèches qui ont été calculées avec une inertie constante. L'EC4 donne une méthode pour tenir compte de la plus faible inertie des zones de moment négatif où le béton tendu est fissuré.

6. Pour les bâtimenst courants, où le retrait de base est inférieur à 4 10^{-4} ou si le rapport portée / hauteur totale du plancher est inférieur à 20, il n'est pas obligatoire de calculer les flèches dues au retrait (EC4, art.5.2.2 (9)).

10. PLANCHERS EN BOIS

10.1. Généralités

Le bois est utilisé en bâtiment pour la réalisation de poteaux, poutres de planchers, fermes et pannes de couverture sous forme de bois massif (résineux, chêne, bois tropicaux), contreplaqué, bois aggloméré, lamellé collé.
Il offre les avantages de légéreté (masse volumique de 400 à 700 kg/m^3), de bonne résistance au feu, et possède une couleur agréable.
Les éléments sont fixés entre eux ou au reste de la structure par différents types d'assemblages : boulons, clous, broches, tirefonds, agrafes, au moyen de goussets (en métal, contreplaqué ou bois contrecollé), clavettes, anneaux, crampons, etc.
L'humidité joue un rôle important dans la résistance et la conservation du bois. Elle est fonction du taux d'humidité relative de l'atmosphère et de la température.

Taux d'humidité du bois [24]

Taux d'humidité de l'atmosphère	Locaux	t = 10° C	t = 20° C	t = 30 ° C
50 %	clos et chauffés de façon continue	9,6 %	9,3 %	9,0 %
65 %	clos et chauffés	12,6 %	12,5 %	12,0 %
70 %	clos et couverts	13,6 %	13,2 %	12,9 %
85 %	exposé à l'humidité, non couverts, non abrités	19,0 %	18,3 %	18,0 %

Lamellé collé

La production française annuelle est de l'ordre de 100 000 m^3 de bois lamellé collé par an. Avec une répartition d'environ 60 % pour les poutres droites et 40 % pour les poutres courbes (fermes, arcs).
Les structures réalisées témoignent des qualités de ce matériau. Par exemple, le record de 127 m de portée libre pour la couverture du stade de Poitiers et les 102 m de portée libre du hall d'Avignon.
Les poutres sont constituées de lamelles d'épaisseurs inférieures à 50 mm, collées et raboutées pour former des éléments de hauteurs et longueurs souhaitées.
Les épaisseurs des poutres sont de 85 mm, 110 mm, 135 mm, 160 mm et 190 mm. La largeur ne dépasse pas 8 fois l'épaisseur.
Les portées des poutres droites peuvent aller jusqu'à 35 m et sont plus limitées par des raisons de transport que de fabrication.
Le bois massif et le lamellé collé ont une très bonne résistance au feu, contrairement à ce que l'on pourrait croire, du fait que la couche extérieure carbonisée sert de protection provisoire. Ainsi, pour des résineux, on peut estimer une diminution d'épaisseur de bois égale à 0,6 à 0,7 mm par minute et par face au feu.

10.2. Réglements de calcul

En attendant la parution de l'Eurocode 5 et des normes européennes l'accompagnant, les règles en vigueur sont les Règles CB 71 [28] qui utilisent la notion de contraintres admissibles.

Réglements à venir :
- l'Eurocode 5, qui sera repris comme norme française (contraintes caractéristiques, états-limites ultime et états-limites de service) ;
- la norme NF B 52-001 à paraître en 1993 (contraintes caractéristiques et contraintes admissibles) ;
- la norme européenne EN TC 124-207 pour le lamellé collé qui sera une future norme française.

Les flèches admissibles en ELS sont (CB71) :
- 1/300° de la portée sous l'action des seules charges permanentes ;
- 1/150° de la portée sous l'action de l'ensemble des charges.

10.3. Caractéristiques mécaniques

On peut admettre les relations suivantes pour déterminer la contrainte admissible :
- contrainte admissible = résistance moyenne / 2,75 ;
- contrainte admissible = résistance caractéristique / 2,275.

De même, résistance caractéristique = 0,83 x résistance moyenne (0,83 = 2,275 / 2,75).

10.3.1. Bois massifs

Modules d'Young et poids volumiques	Essence	Classe	Module d'Young MPa	Poids volumique kN/m³
Projet norme européenne EN TC 124-207 (28/9/92) (résistances caractéristiques)	lamellé collé	GL24	10 000	340
		GL28	11 000	360
		GL32	12 000	380
		GL36	12 500	410
		GL39	13 500	430
		GL42	14 500	460
NF B 52-001 (projet décembre 1992)	sapin-épicéa	C30	12 000	460
		C22	11 000	340
		C18	10 000	320
	douglas	C30	12 000	460
		C22	11 000	400
		C18	10 000	380
	pin sylvestre	C30	12 000	610
		C22	11 000	400
		C18	10 000	400
	pin laricio de corse	C30	12 000	510
		C22	11 000	400
		C18	10 000	400
	pin noir	C22	11 000	400
		C18	10 000	400
	pin maritime	C18	10 000	400
	peuplier	C30	12 000	405
		C18	10 000	320
	chêne	1	12 000	800
		2	11 200	750

Contraintes en MPa

Réglement	Essence	Cat. ou classe	Compr. axiale	Flexion	Traction axiale	Cisail. longit.
NFB 52-001 (mars 1946) (contraintes admissibles)	chêne	I	10	12	13	1,5
		II	10	11	12	1,5
		III	8	8,5	9	1,2
	résineux	I	10	11	12	1,5
		II	9	10	11	1,5
		III	7	7,5	8	-
Règles CB 71 (contraintes admissibles pour les règles générales)	chêne	I	13,6	14,7	16,4	2,2
		II	10,9	12,5	9,8	1,6
		III	9,8	10,9	-	1,3
	résineux	I	13,1	14,2	15,2	1,6
		II	10,3	10,9	8,7	1,3
		III	8,2	8,7	-	1,1
	lam. collé	I	14,4	15,6	16,7	1,2
		II	11,3	12	9,6	1,2
(contraintes admissibles pour les règles simplifiées)	chêne	I	12,5	13,5	15	2,0
		II	10	11,5	9	1,5
		III	9	10	-	1,2
	résineux	I	12	13	14	1,5
		II	9,5	10	8	1,2
		III	7,5	8		1,0
NF B 52-001 (projet décembre 1992) (résist. caractéristiques) (**)	chêne	1	33,4			
		2	28,4			
	autres	C30	30			
		C22	22			
		C18	18			
(contraintes admissibles)	chêne	1	13,6	14,7	16,4	2,2
		2	10,9	12,5	9,8	1,6
	autres (*)	C30	11	13,2	8	1,3
		C22	10	10	6	1,0
		C18	8	8	5	0,8
Bureaux de contrôle (contraintes admissibles)	lam. collé	I	12	14,5	12	1,3
		II	11,3	12	9,6	1,2
Projet norme européenne EN TC 124-207 (28/9/92) (résist. caractéristiques)	lam. collé	GL24	23	24	20	2,8
		GL28	25	28	23	2,8
		GL32	27	32	25	3,0
		GL36	29	36	28	3,5
		GL39	31	39	30	4,0
		GL42	33	42	32	4,2

(*) Classes 18 et 22 seulement pour pin noir, classe 18 seulement pour pin maritime, classes 30 et 18 seulement pour peupliers.

(**) La résistance caractéristique est à multiplier par le coefficient k_h pour les bois massifs de hauteur et largeur inférieures à 150 mm, avec $k_h = \text{Min}\,[(150/h)^{1/3}\ ;\ 1,3]$.

10.3.2. Contreplaqué [24]

Module d'Young : 4 000 MPa

Contrainte admissible (MPa)	Compr. axiale	Flexion	Traction axiale	Cisail. longit.
Pin maritime				
Pin orégon	8	12	8,5	2,5
Bouleau pur	8	11	8,5	2
Okoumé (et autres bois tropicaux	12	16	15	3
tendres)	5	10	7	2

10.3.3. Panneaux de particules [24]

Formats : – standards – éléments usinés pour plancher	longueurs 1,80 m à 4,10 m 1,50 m à 3,05 m				largeurs 0,80 m à 1,85 m 0,60 m à 0,95 m		
Épaisseur (mm)	12 16	18	19	22 25	30	35 40	45 50
Masse volumique (kg/m³)	710 à 620		680 à 580		650 à 550		550 à 470
Résistance moyenne à la rupture en flexion (MPa)	20	19		17	14	12	10
Module d'Young (GPa)	3				2,5	2	1,5

10.4. Calculs suivant l'Eurocode 5

On admet un comportement élastique du matériau jusqu'à la rupture, même en ELU (§3.1.4).

Les combinaisons d'actions sont celles de tous les Eurocodes :
- combinaisons fondamentales et accidentelles en ELU,
- combinaisons rares, fréquentes et quasi permanentes en ELS.

Les vérifications portent sur les sollicitations des éléments : moment, effort tranchant, effort normal, ainsi que sur les assemblages.

10.4.1. Contrainte de calcul f_d en ELU

La vérification, en flexion simple dans un seul plan, est la suivante $\sigma \leq f_d$.
Pour des poutres non raidies au déversement, ou bien pour des poutres à âmes minces, il convient de faire des vérifications particulières (voir l'Eurocode 5).
σ = contrainte maximum de calcul en flexion en supposant un diagramme linéaire des contraintes
$f_d = k_{mod} f_t / \gamma_m$ avec :
k_{mod} = facteur de modification, fonction de la durée des sollicitations et de l'humidité, voir ci-dessous
f_t = résistance caractéristique du matériau (voir ci-dessus)
γ_m = coefficient partiel pour la propriété du matériau = 1,50 pour les combinaisons fondamentales et = 1,10 pour les combinaisons accidentelles.

Classes de service	Teneur en humidité de l'air à 20° C	Pour les résineux, cela correspond à un taux d'humidité du matériau
1	≤ 65 % (*)	≤ 12 %
2	≤ 85 % (*)	≤ 20 %
3	> 85 %	>20 %

(*) que pendant quelques semaines au cours de l'année

Classes de durée de charge	Ordre de grandeur cumulé de durée de charge caractéristique	Exemple de charge
Permanente	plus de 10 ans	poids propre
Long terme	de 6 mois à 10 ans	charges imposées
Moyen terme	d'une semaine à 6 mois	charge de neige (*)
Court terme	moins d'une semaine	neige et vent (*)
Instantané	-	charge accidentelle

(*) dépend des conditions locales

Valeurs de k_{mod}	Classe de service	Classe de durée de charge: Perma -nente	Long terme	Moyen terme	Court terme	Instan-tané
Bois massif, lamellé, contreplaqué	1 2 3	0,60 0,60 0,50	0,70 0,70 0,55	0,80 0,80 0,65	0,90 0,90 0,70	1,10 1,10 0,90
Panneaux de particules selon prEN 312-6(*) et -7, OSB selon CEN/TC 112.107, grades 3 et 4	1 2 3	0,40 0,30 -	0,50 0,40 -	0,70 0,55 -	0,90 0,70 -	1,10 0,90 -
Panneaux de particules selon prEN 312-6(*) et -5, OSB selon CEN/TC 112.107, grades 2(*), panneaux de fibres selon prEN 622-2 (emploi extérieur)	1 2 3	0,30 0,20 -	0,45 0,30 -	0,65 0,45 -	0,85 0,60 -	1,10 0,80 -
Panneaux de fibres selon prEN 622-2 (emploi intérieur et extérieur), panneaux médium de prEN 622-3 (emploi extérieur humide ou protégé), panneaux de fibres fabriqués à sec selon prEN 622-5 (emploi extérieur humide ou protégé)	1 2 3	0,20 - -	0,40 - -	0,60 - -	0,80 - -	1,10 - -

(*) Ne peuvent être utilisés en classe de service 2

10.4.2. Calcul des déformations en ELS

La combinaison de calcul des flèches est :
$\Sigma G_{k,j} + Q_{k,1} + (\Sigma \Psi_{1,i} Q_{k,i})$ avec $i > 1$
La déformation finale u_{fin} est calculée en fonction de la déformée instantanée u_{inst} et d'un coefficient k_{def} qui dépend du temps de chargement et de l'humidité (voir tableau ci-dessous)
$u_{fin} = u_{inst} (1 + k_{def})$

Le calcul de flèches doivent tenir compte des glissements des assemblages.

Les flèches limites sont :
- 1 / 300° de la portée pour les flèches dues aux charges temporaires
- 1 / 200° de la portée pour les flèches finales.

Valeurs de k_{def}	Classe de service	Permanente	Long terme	Moyen terme	Court terme
		Classe de durée de charge			
Bois massif(*) et lamellé collé	1 2 3	0,80 0,80 2,00	0,50 0,50 1,50	0,25 0,25 0,75	0,00 0,00 0,30
Contreplaqué	1 2 3	0,80 1,00 2,50	0,50 0,60 1,80	0,25 0,30 0,90	0,00 0,00 0,40
Panneaux de particules selon prEN 312-6(**) et -7, OSB selon CEN/TC 112.107, grades 3 et 4	1 2 3	1,50 2,25 -	1,00 1,50 -	0,50 0,75 -	0,00 0,30 -
Panneaux de particules selon prEN312-4(**) et -5, OSB selon CEN/TC 112.107, grades 2(**) Panneaux de fibres selon prEN 622-2 (emploi extérieur)	1 2 3	2,25 3,00 -	1,50 2,00 -	0,75 1,00 -	0,00 0,40 -
Panneaux de fibres selon prEN 622-2 (emploi intérieur et extérieur), panneaux médium de prEN 622-3 (emploi extérieur humide ou protégé), panneaux de fibres fabriqués à sec selon prEN 622-5 (emploi extérieur humide ou protégé)	1 2 3	3,00 - -	2,00 - -	1,00 - -	0,35 - -

(*) Pour les bois massifs qui sont posés à une humidité proche de la saturation, et sont destinés à sécher sur place, la valeur de k_{def} doit normalement être augmentée de 1,0.
(**) Ne peuvent être utilisés en classe de service 2.

10.4.3. Vérification de l'effort tranchant en ELU

Pour des poutres non entaillées, on vérifiera : $\tau_d = 1,5\ V / (b\ h) \leq f_{v,d}$

10.5. Exemple numérique

Soit une poutre de couverture en lamellé collé d'un ensemble commercial de 20 m de portée entre axes d'appuis, recevant les charges suivantes :

- étanchéité multicouche	0,12 kN/m²
- panneau de particules de bois	0,16 kN/m²
- solivage et pannes	0,22 kN/m²
- isolation thermique	0,07 kN/m²
- faux plafond	0,07 kN/m²
Total hors poids propre =	0,64 kN/m²

Pour un espacement de 6 m, on trouve une charge permanente hors poids propre au mètre linéaire de 0,64 x 6 = 3,84 kN/m, que nous arrondissons à 3,9 kN/m pour tenir compte du poids propre de la poutre.
La charge de neige en région 2 (voir chapitre 3, art. 3) à moins de 200 mètres d'altitude, pour une pente inférieure à 15°, vaut : $s = \mu\ s_o = 0,8 \times 0,55 = 0,44$ kN/m².

Ainsi :
$g = 3,9$ kN/m
$q = 6 \times 0,44 = 2,64$ kN/m
$M_g = g\ L^2 / 8 = 3,9 \times 20^2 / 8 = 195$ kNm
$M_q = 2,64 \times 400 / 8 = 132$ kNm
$M_{ELS} = M_g + M_q = 327$ kNm
$M_{ELU} = 1,35\ M_g + 1,5\ M_q = 470,7$ kNm

10.5.1. Calcul suivant les CB 71

Retenons un bois lamellé collé de catégorie II, la plus courante. La contrainte admissible (suivant bureaux de contrôle) est de 12 MPa en flexion.

Le module d'inertie nécessaire doit être supérieur à :
$I/v \geq M_{ELS} / \sigma = 0,327 / 12 = 0,02725$ m³ $= b\ h^2 / 6$ d'où $h = 1,10$ m pour $b = 0,135$ m

Nous retiendrons $b = 0,135$ m et $h = 1,10$ m (on vérifie bien que le rapport h / b ne dépasse pas 8).

La flèche vaut :
$f = 5\ p\ L^4 / (384\ E\ I)$ avec :
L = 20 m
E = 12 000 MPa
$I = b\ h^3 / 12 = 0,135 \times 1,1^3 / 12 = 0,01497$ m⁴

soit sous charges permanentes : $f_g = 5 \times 3,9 \times 20^4 / (384 \times 12\ 000 \times 0,01497)$
= 45,2 mm = L / 442° < L / 300° **OK**

et sous charges totales : $f_{g+q} = (3,9 + 2,64) / 3,9 \times 45,2$ mm
= 75,8 mm = L / 264° < 1 / 150°

10.5.2. Calcul suivant l'Eurocode 5

Pour du lamelé collé de la catégorie GL32, on a une contrainte caractéristtique $f_t = 32$ MPa en flexion et 3 MPa en cisaillement longitudinal.

Flexion en ELU

Classe de durée de charge (neige) : moyen terme
Classe de service : 2 (en Bretagne)

Contrainte de calcul en flexion : $f_d = k_{mod} f_t / \gamma_m$ avec :
$k_{mod} = 0,80$
$\gamma_m = 1,5$
$f_d = 0,8 \times 32 / 1,5 = 17,07$ MPa

Contrainte de flexion : $\sigma = M / (I/v)$

Le module d'inertie nécessaire doit être supérieur à :
$I/v \geq M_{ELU} / \sigma = 0,4707 / 17,07 = 0,02757$ m³ $= b\ h^2 / 6$ d'où $h = 1,10$ m pour $b = 0,135$ m
On trouve les mêmes valeurs qu'avec les Règles CB 71.

Effort tranchant ELU

Effort tranchant : $V = (1{,}35\,g + 1{,}5\,q)\,L / 2 = (1{,}35 \times 3{,}9 + 1{,}5 \times 2{,}64)\,20 / 2 = 92{,}25$ kN
Cisaillement : $\tau_d = 1{,}5 \times 92{,}25 / (0{,}135 \times 1{,}1) = 932$ kN
soit : 0,93 MPa $< f_{v,d} = k_{mod} f_t / \gamma_m = 0{,}8 \times 3 / 1{,}5 = 1{,}6$ MPa **OK**

Flèche ELS

La flèche vaut $f = [5\,p\,L^4 / (384\,E\,I)]\,(1 + k_{def})$ avec :
L = 20 m
E = 12 000 MPa (pour du GL32)
$I = b\,h^3 / 12 = 0{,}135 \times 1{,}1^3 / 12 = 0{,}01497\ m^4$
k_{def} = 0,8 sous charges de poids propre seules (classe de service 2 et combinaison permanente)
k_{def} = 0,25 sous combinaison moyen terme (poids propre + neige)
soit sous charges permanentes : $f_g = 1{,}8 \times 5 \times 3{,}9 \times 20^4 / (384 \times 12\,000 \times 0{,}01497)$
$= 81{,}4$ mm $= L / 246° < L / 200°$ **OK**
et sous charges totales : $f_{g+q} = 1{,}25 \times 5 \times (3{,}9 + 2{,}64) \times 20^4 / (384 \times 12\,000 \times 0{,}01497)$
$= 94{,}81$ mm $= L / 211° > 1 / 300°$
Il conviendrait, soit d'imposer une contreflèche à la poutre lors de sa fabrication, soit d'augmenter sa hauteur de $(300/211)^{(1/3)}$, donc 1,24 m au lieu de 1,10 m de hauteur, soit d'accepter cette flèche sous charge de neige en cas rare.

10.6. Plancher mixte bois-béton

De la même façon que l'on réalise des planchers mixtes acier-béton avec des poutres en acier et des dalles de compression en béton, le procédé (breveté par Paris-Ouest) permet de réaliser des planchers avec poutres en bois et dalle en béton rendus solidaires par des connecteurs en acier (Fig.56).

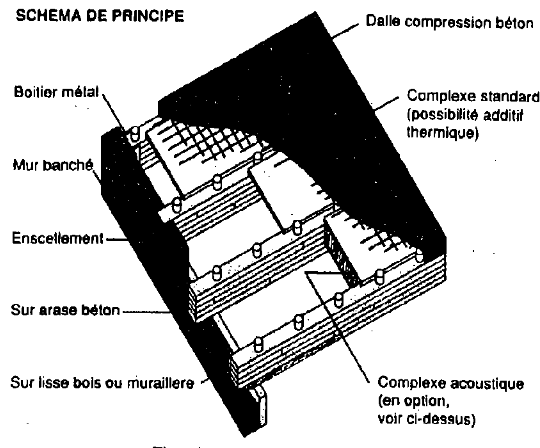


Fig.56 – Procédé Paris-Ouest de plancher mixte bois-béton

Les portées sont de 2 m à 12 m.
La dalle béton est coulée sur des panneaux en bois qui peuvent comporter un complexe acoustique.
La stabilité au feu est d'une demi-heure pour une épaisseur de poutre de 110 mm et de une heure pour 135 mm.
Le calcul est effectué en considérant le béton comme résistant à la seule compression avec un coefficient d'équivalence dépendant des modules d'Young des deux matériaux qui varient tous les deux selon la durée de chargement.

11. CALCUL DE LA FLÈCHE D'UN PLANCHER

Le calcul d'un plancher est effectué pour chaque élément du plancher.
Ainsi, la flèche totale au milieu d'une dalle appuyée sur deux côtés est égale à la flèche de la dalle proprement dite, augmentée de la flèche des poutres qui la supportent.
On distinguera le cas des dalles ou poutres en matériau non fissuré (acier, aluminium, béton précontraint, bois) de celui du béton armé où le moment d'inertie est fortement diminuée par l'ouverture des fissures.
Pour certainns matériaux (béton, bois) susceptibles de fluer sous chargements de longue durée, on devra tenir compte de la déformation différée de fluage.

Comment calculer la flèche ?	Poutre ou dalle portant dans une direction	Dalle portant dans deux directions
Métal, bois ou béton précontraint	Formules de RDM, voir Chapitre 1 et Formulaire chapitre 2	Programmes « NAVIER » et « DALLRECT »
Béton armé	Programme « FLECHE2 »	Voir ci-après

Pour le calcul de la flèche d'une dalle en béton armé appuyée sur quatre côtés, on peut calculer la flèche de la dalle non-fissurée supposée appuyée sur deux côtés par les méthodes de la RDM puis appliquer au résultat obtenu un coefficient égal au rapport :

$$\frac{\text{flèche de la dalle non-fissurée appuyée sur quatre côtés}}{\text{flèche de la dalle non-fissurée appuyée sur deux côtés}}$$

On trouvera une formule approchée donnant la valeur de ce rapport dans le chapitre 3, article 7.2.1.

11.1. Calcul de la flèche d'une poutre

La déformation d'une poutre fléchie est obtenue par double intégration de la formule classique de la Résistance des Matériaux (chap. 1, éq. 12) :

$$y'' = \frac{M}{EI} = \frac{1}{r}$$

Dans cette formule, M représente le moment fléchissant appliqué à la section étudiée, E le module de déformation longitudinal, dit module d'Young et r le rayon de courbure de la déformée.

La valeur du moment d'inertie I est différente suivant que la section est fissurée ou non-fissurée.

11.1.1. Section non-fissurée

Le moment d'inertie de la section est calculé en section homogène, c'est-à-dire en section brute du béton augmentée de n fois la section des aciers. Le coefficient d'équivalence n, rapport des modules de l'acier et du béton, est forfaitairement pris égal à 15. ($n = E_s / E_b$)

La courbure vaut alors $\frac{1}{r} = \frac{M}{EI_b} = \frac{nM}{EI_s}$

Pour une charge p appliquée à une travée de portée L, encastrée avec des moments M_1 à l'appui gauche et M_2 à l'appui droit, le moment fléchisssant à l'abscisse X vaut :

$M(X) = 0{,}5\, p\, X\, (L - X) + M_1\, (1 - X / L) + M_2\, X / L$

Le moment d'inertie d'une section en Té, avec aciers tendus A_s et comprimés A'_s est donné par :

$$I = \frac{bv^3}{3} + \frac{b_o (h-v)^3}{3} - \frac{(b-b_o)(h_o-v)^3}{3} + nA(d-v)^2 + nA'(v-d')^2$$

où la valeur v représente la distance du centre de gravité de la section homogène à la fibre la plus comprimée (Fig.57).

$$v = \frac{b_o h^2/2 + (b-b_o) h_o^2/2 + n(Ad + A'd')}{b_o h + (b-b_o) h_o + n(A + A')}$$

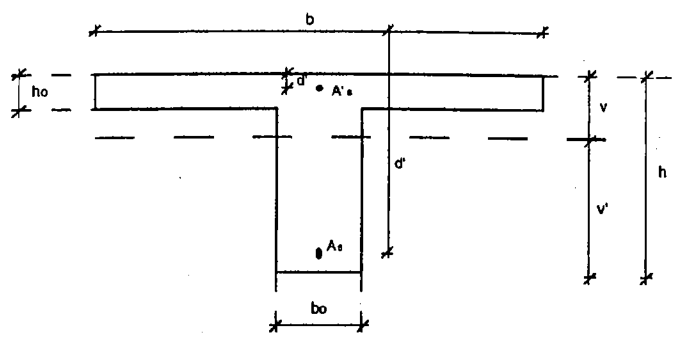


Fig.57 – Section en Té non fisssurée

Pour une **section rectangulaire** $b \times h$, sans acier comprimé, on obtient :

$$v = \frac{bh^2/2 + nAd}{bh + nA} \quad \text{et} \quad I = \frac{bv^3}{3} + nA(d-v)^2$$

11.1.2. Section fissurée

La courbure est déterminée en prenant en compte :

- le coefficient d'équivalence $n = E_s / E_b$ avec $E_b = 11\,000\ \sqrt[3]{f_{c28}}$ pour les charges de courte durée et le tiers de cette valeur pour les charges de longue durée,
- le racourcissement du béton sur la fibre la plus comprimée : ε_b,
- l'allongement de l'acier ε_s,
- la distance entre l'acier et la fibre de béton la plus comprimée :

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_b}{d}$$

On détermine la position du centre de gravité de la section fissurée homogénéisée (fibre neutre) par sa distance x à la fibre de béton la plus comprimée [6].

La valeur x est racine de l'équation du deuxième degré :

$b_o x^2 / 2 + [n A + n A' + (b - b_o) h_o]\, x - n A d - n A' d' - (b - b_o)\, h_o^2 / 2 = 0$

Le moment d'inertie est donné par :

$$I = \frac{bx^3}{3} - \mathrm{Max}\left[(b-b_o)\frac{(x-h_o)^3}{3} \,;\, 0\right] + nA(d-x)^2 + nA'(x-d')^2$$

Le racourcissement du béton vaut : $\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{xM}{E_b I} = \frac{nMx}{E_s I}$

L'allongement de l'acier vaut : $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{nM(d-x)}{E_s I}$

La courbure est alors égale à $\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_b}{d}$

Cette dernière valeur peut être diminuée forfaitairement de $\frac{f_{t28}}{2E_s\rho_f}$ pour tenir compte de la résistance du béton à la traction entre deux fissures, à condition que le pourcentage d'acier ρ_f soit limité à (BAEL, art. A.4.6.12) :

$$\rho_f = \frac{A}{b_o d_1} \leq \frac{f_{t28}}{\sigma_s}$$

avec d_1 = maximum de 0,3 d et de 2 (h - d').

Remarque

Dans le cas de section rectangulaire sans acier comprimé, on obtient :

$b x^2 / 2 + n A x - n A d = 0$

Le moment d'inertie est donné par : $I = \frac{bx^3}{3} + nA(d-x)^2$

11.1.3. Rotation et flèche

La rotation est alors calculée par intégration de la courbure et la flèche par intégration de la rotation entre les abscisses o et X :

$$\omega(X) = \int_o^x (1/r)\,dX + \omega_o \qquad f(X) = \int_o^x \omega\,dX$$

11.2. Exemple. Programme « FLECHE2 »

Calcul de la flèche d'une dalle isostatique de 6,00 m de portée, de 0,26 m d'épaisseur, soumise à une charge permanente (longue durée) de 9,5 kN/m² et une charge d'exploitation (courte durée) de 5 kN/m².

Le béton a une résistance caractéristique de 25 MPa, et les aciers utilisés ont une limite élastique de 400 MPa.

Si la section d'acier est constante sur toute la travée, on peut ne donner qu'une seule valeur.

Dans notre exemple, la section d'acier supérieur est constante sur 1/5 de la travée.

Les cas de charges peuvent correspondre par exemple au poids mort pour le premier, à un type de charge variable pour le deuxième, etc.

Les résultats obtenus correspondent à :
- la flèche avant et après chaque étape de chargement (mise en place des chapes, des cloisons, des surcharges en totalité ou fractionnée, ...).
Le coefficient K_{fl} est le coefficient de fluage. On remarque, sur les résultats, qu'il est généralement différent de 2, et d'autant plus petit que le béton est âgé ;
- la contrainte maximum du béton comprimé ;
- la contrainte maximum de l'acier.

Données :

1° Ligne	**L, *b*, *h*, *d*, b_o, h_o** L = portée (m) entre nus de la poutre ou dalle de hauteur totale *h* (m), de hauteur utile *d* (m) et de hauteur de table éventuelle h_o (m), largeur totale *b* (m) et largeur de l'âme éventuelle b_o (m). (Les valeurs nulles en fin de ligne peuvent être omises, de même si des valeurs sont identiques à celles de la ligne précédente, elles peuvent être remplacées par un *, voir exemple ci-dessous).
2° Ligne	**HR** HR = taux d'humidité relative en % (on peut prendre forfaitairement 55 pour le quart sud-est de la France et 70 pour le reste de la France).
3° Ligne	**AGE** = âge du béton en jours lors du premier chargement (au désétaiement par exemple).
4° Ligne	**f_{c28}, f_e** f_{c28} et f_e = résistance caractéristique du béton et limite élastique de l'acier en MPa.
5° Ligne	**NC** = nombre total de charges trapézoïdales partielles (ou uniformes) des différents cas de charges (poids propre, charge d'exploitation,...).
6° Ligne	**No, Abs, Lon, Chg, Chd** No = numéro du cas de charge auquel appartient la charge décrite Abs = abscisse du début de la charge (m), Lon = longueur de la charge (m) Chg = valeur (kNm/m) de la charge trapézoïdale à gauche, Chd = à droite
7° Ligne	NA (NA = 1 ou 6 ou 11 ou 21) Nombre de coupures équidistantes où l'on souhaite fournir la section d'acier inférieur et supérieur. Pour NA = 1, la section d'acier est identique tout le long de la travée.
8° Ligne (NA lignes)	**A_s, A_i** Sections d'acier (cm²) supérieur et inférieur à l'abscisse indiquée sur l'écran.
9° Ligne (NC lignes)	**M_g, M_d** Moments d'encastrement (négatif) en kNm à gauche et à droite pour chaque charge
10° Ligne	**NET** = nombre d'étapes de chargements (< 14)
11° Ligne	**DATE** = temps écoulé entre la première étape de chargement prise comme origine et l'étape de chargement que l'on décrit (ne rien indiquer pour la première car DATE = 0)
12° Ligne (*n* lignes)	**Cas, Fract** (*n* variable) Indiquer le cas de charge **Cas** et la fraction **Fract** prise en compte dans l'étape de chargement décrite. Pour passer à l'étape de chargement suivante (à une autre date), faire Cas = 0 et retourner à la ligne 11.

Exemple

6 1 0.26 0.23	' L, *b*, *h*, *d*, b_o, h_o
70	' % d'humidité relative (région Nord par exemple)
15	' Âge du béton lors du premier chargement = 15 jours
25 400	' f_{c28} et f_e en MPa
2	' deux charges réparties : charge permanente et charge variable
1 0 6 9.5 9.5	' No 1, abs, long, Chg, Chd (m et kN/m), charges perm.
2 0 6 5 5	' No 2, abs, long, Chg, Chd (m et kN/m), charges variables
6	' nombre de coupures où l'on décrit les aciers
12.32 6.28	' abscisse 0 : 12,38 cm² inférieurs et 6,28 cm² aciers supérieurs
*	' abscisse 1,20 m : 12,32 cm² inférieurs et 6,28 cm² aciers sup.
12.32	' abscisse 2,40 m : 12,32 cm² inférieurs et 0 cm² aciers sup.
*	' abscisse 3,60 m : 12,32 cm² inférieurs et 0 cm² aciers sup.
12.32 6.28	' abscisse 4,80 m : 12,32 cm² inférieurs et 6,28 cm² aciers sup.
*	' abscisse 6,00 m : 12,32 cm² inférieurs et 6,28 cm² aciers sup.
-10 -10	' cas de charge 1, moments à gauche et à droite en kNm
-8 -8	' cas de charge 2, dito
3	' nombre d'étapes de chargements
1 0.8	' étape 1 à 0 jour, 80 % du cas de charge 1
2 0.2	' étape 1 à 0 jour, 20 % du cas de charge 2
0	' fin de description de la première étape
60	' étape 2 : 60 jours écoulés depuis l'étape 1
1 0.2	' étape 2 à 60 jours, 20 % du cas de charge 1
2 0.2	' étape 2 à 60 jours, 20 % du cas de charge 2
0	' fin de description de la deuxième étape
720	' étape 3 : 720 jours écoulés depuis l'étape 1
2 0.6	' étape 3 à 720 jours, 60 % du cas de charge 2
0	' fin de description de la troisième étape

Résultats

On peut lire la valeur de la flèche à 720 jours pour 100 % des charges permanentes et variables qui vaut 15,89 mm.

La flèche lors de la mise en place des revêtements fragiles (à 60 jours) vaut 10,90 mm. La variation de flèche (flèche nuisible) vaut : 16,30 - 10,90 = 5,40 mm, valeur bien inférieure à la flèche admissible de 11 mm.

Données sur écran

```
6fleche2
Voulez-Vous Entrer les Donnees :
      1 = au Clavier,
      2 = en DATA
=? 1
Voulez-Vous les Obtenir les Sorties
     1 = a l'Ecran seulement,
     2 = a l'Ecran et sur l'Imprimante,
     3 = sur l'Imprimante seulement,
=? 3
CALCUL DE FLECHE suivant le BAEL

Les Donnees sur une meme Ligne sont a Separer par un Blanc
Portee L(m), Largeur b(m),Hauteur Totale h(m),Hauteur Utile d(m)
+ Largeur Ame bo(m), Epaisseur Table ho(m) :
L,b,h,d,bo,ho=? 6 1 0.26 0.23

Hygrometrie Ambiante en % ( 55 1/4 Sud-Est, 70 Ailleurs=? 70
Age du Beton a la Premiere Etape de Chargement (jours) =? 15
fc28 (MPa) et fe(MPa) =? 25 400

Nb Total de Charg. Trapezoidales Partielles ( Perm. et Var.)<21=? 2
Un Cas de Charge est constitue de 1 ou plusieurs Charges trapez. partielles
No Cas de Charge, Absc.Debut(m),Longueur,Charge a Gauche(kN/m),Charge a Droite:
No,a,b,p1,p2=? 1 0 6 9.5 9.5
No,a,b,p1,p2=? 2 0 6 5 5
```

```
Etape de Chargement  2 : Date(jours)=? 60
      No Cas Charge(Fin=0), Fraction Charge=? 1 0.2
      No Cas Charge(Fin=0), Fraction Charge=? 2 0.2
      No Cas Charge(Fin=0), Fraction Charge=? 0

Etape de Chargement  3 : Date(jours)=? 720
      No Cas Charge(Fin=0), Fraction Charge=? 2 0.6
      No Cas Charge(Fin=0), Fraction Charge=? 0
```

Résultats sur imprimante

DONNEES

Portee = 6.000 m Largeur Table = 1.000 m Hauteur Totale = 0.260 m Hauteur Utile = 0.230 m
Humidite Relative = 70.0 % Age du Beton lors du Premier Chargement = 15 Jours
Resistance Beton = 25.00 MPa et Acier = 400.0 MPa

Charges Trapezoidales Partielles

Cas No	Absc. Debut	Longueur Chargee	Charge en kN/m Gauche	Droite
1	0.000	6.000	9.5	9.5
2	0.000	6.000	5.0	5.0

Aciers en cm2

	Abs.	Inf.	Sup.
0	0.00	12.32	6.28
4	1.20	12.32	6.28
8	2.40	12.32	0.00
12	3.60	12.32	0.00
16	4.80	12.32	6.28
20	6.00	12.32	6.28

Moments d'Encastrement

Cas de Charge	Moment en kNm a Gauche	a Droite
1	-10.00	-10.00
2	-8.00	-8.00

RESULTATS

Etape No	Cas de Charge	Fraction	Age Jours	Kfl	Moment en kNm Gauc.	Maxi.	Droit	Fleche Avant mm	soit	Fleche Apres mm	soit
1	1	0.800	0	2.213	-9.6	29.1	-9.6	0.00	1/ 0	5.07	1/1182
	2	0.200									
2	1	0.200	60	1.580	-13.2	38.6	-13.2	6.11	1/982	10.90	1/ 550
	2	0.200									
3	1	0.000	720	0.620	-18.0	47.3	-18.0	12.86	1/467	6.30	1/ 368
	2	0.600									

Fleche Admissible (Revet. Fragiles)= 11.0 mm

Contrainte Maximum Beton = 8.52 MPa (n different de 15)
Contrainte Maximum Acier = 183.8 MPa (n different de 15)

12. ACTIONS DES CHARGES DYNAMIQUES SUR LES PLANCHERS

Les actions dynamiques sur les planchers peuvent être dues à des activités humaines (sport, spectacle) ou à des activités industrielles.

Si la fréquence de la source est voisine de la fréquence propre de la structure, il y a un phénomène de résonance qui peut provoquer de grands déplacements et l'effondrement de la structure. Par exemple, le pont suspendu de Tacoma au Canada sous l'action du vent, ou l'effondrement d'un pont sous le passage au pas cadencé d'une troupe.

Il faut procéder à deux vérifications :

- en ELS, les vibrations peuvent provoquer des accélérations provoquant de la gêne pour les occupants ou les voisins,
- en ELU, la déformation et donc les contraintes peuvent entraîner une rupture des matériaux.

12.1. Vérification en ELS

La flèche y d'un système masse-ressort de raideur k (rapport force/déformation), de coefficient d'affaiblissement β et de fréquence propre f_o, sous l'action d'une charge sinusoïdale concentrée Q sin($2\pi f t - \varphi$) de fréquence f et d'angle de phase φ est donnée par [14] :

$$y = \frac{Q}{k} \frac{\sin(2\pi f t - \varphi)}{\sqrt{[1 + (f/f_o)^2]^2 + [2\beta f/f_o]^2}} \quad (1)$$

En dérivant deux fois par rapport au temps t, on obtient l'accélération du mouvement du système.

$$y''(t) = \gamma = \frac{Q}{k} \frac{(2\pi f_o)^2 \sin(2\pi f t - \varphi)}{\sqrt{[1 - (f/f_o)^2]^2 + [2\beta f/f_o]^2}} \quad (2)$$

La période propre de vibration d'une masse M sur ressort de raideur k est donnée par :

$$T = 2\pi.\sqrt{M/k}$$

et la fréquence propre par :

$$f_o = (1/2\pi)\sqrt{k/M} = (1/2\pi)\sqrt{g/\delta} \quad (3)$$

où g représente l'accélération de la pesanteur et δ la déformée sous le poids de la masse M.

Soit α le coefficient de charge dynamique, c'est-à-dire la fraction en mouvement de la charge appliquée.

Tirons k de l'équation (3) et portons-le dans l'équation (2), remplaçons la charge concentrée Q par sa fraction en mouvement α Q et la masse M de l'élément porteur par P / g (g = accélération de la pesanteur, donc P = M g), on obtient l'accélération relative du mouvement de l'élément étudié :

$$\frac{\gamma}{g} = \frac{\alpha(Q/P)\sin(2\pi f t)}{\sqrt{[(f_o/f)^2 - 1]^2 + [2\beta f_o/f]^2}} \quad (4)$$

On peut prendre les valeurs suivantes pour α [15] :

	Fréquence courantes f (Hz)	Valeur de α
Stades, salles de sport : – 1re harmonique – 2e harmonique	-	0,25 0,05
Salles de danse	1,5 à 3	0,2 à 0,5
Gymnastique rythmée, aérobics : – 1re harmonique – 2e harmonique – 3e harmonique	2 à 2,75 4 à 5,5 6 à 8,25	1,5 0,6 0,1

Pour une charge répartie q, on remplace Q par 1,3 q dans les formules précédentes, ce qui conduite à :

$$\frac{\gamma}{g} = \frac{1{,}3\alpha(q/p)\sin(2\pi f t)}{\sqrt{[(f_o/t)^2 - 1]^2 + [2\beta f_o/f]^2}} \quad (5)$$

Cette équation montre que pour des fréquences f proches de la fréquence propre f_o, l'accélération ressentie par les personnes situées sur l'élément porteur ou à son voisinage, est élevée. (Fig.58)

S'il y a résonance, on a $f = f_o$ dans l'équation (5), soit :

$$\frac{\gamma_{max}}{g} = \frac{1{,}3\alpha q}{2\beta p} \quad (6)$$

Attention, g représente l'accélération de la pesanteur.

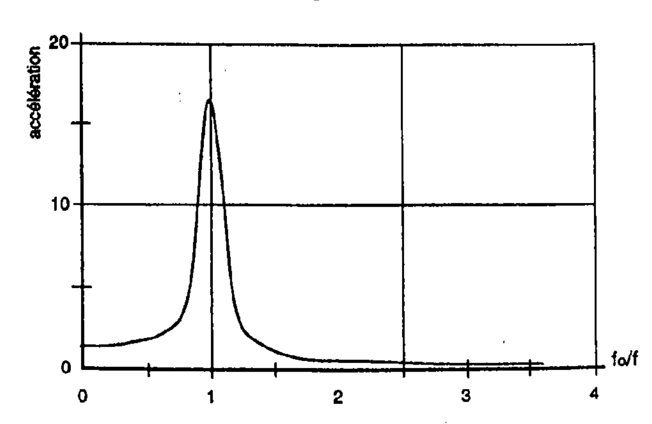


Fig.58 – Accélération en fonction du rapport fréquence forcée/fréquence propr – Pic d'accélération (éq. 5 avec β = 0,04 et α (q / p) = 1)

EXEMPLE : Pour une fraction de 30 % d'une charge répartie de 1 kN/m^2, agissant sur un plancher de 7 kN/m^2, en admettant un coefficient d'amortissement du plancher de 3 %, pour $f = f_o$, on trouve une accélération relative donnée par (6) :

1,3 x 0,3 x 1 / (2 x 0,03 x 7) = 0,928 g, soit 93 % de g, valeur tout-à-fait inacceptable pour les personnes.

Pour d'autres fréquences, on trouve d'après (5) :

f_o/f	γ/g
0,0	0,056
0,5	0,074
0,8	0,153
0,9	0,282
1,0	0,928
1,1	0,253
1,2	0,125
1,3	0,080
1,5	0,044
2,0	0,018
3,0	0,007
5,0	0,002
10,0	0,0006

On constate que pour des fréquences propres supérieures de 20 % à la fréquence agissante, la gêne est peu sensible (1 % de g). Ainsi, pour $f_o \geq 1{,}2f$, le deuxième terme sous le radical de l'équation (5) peut être négligé du fait que l'amortissement β est de quelques %. On trouve ainsi :

$$\frac{\gamma_{max}}{g} = \frac{1{,}3\alpha q/p}{\sqrt{(f_o/f)^2 - 1}} \qquad (7)$$

Donc, si l'on se fixe une accélération supportable γ_o, on peut tirer de (7) la fréquence propre minimum f_o que doit avoir la structure :

$$f_o \geq f\sqrt{1 + 1{,}3\alpha g q/(\gamma_o p)} \qquad (8)$$

Valeurs de γ_o

Nature d'occupation des locaux sujets aux vibrations	Accélération limite acceptable γ_o en fraction de g
Bureaux et résidentiel	0,4 % à 0,7 %
Restauration et gymnase	1,5 % à 2,5 %
Activités rythmiques seulement (aérobics, supporters en stade)	4 % à 7 %

Des exercices de saut (gymnastique rythmée, aérobics) produisent des forces qui ne sont pas sinusoïdales. On peut les réduire à l'action des deux ou trois premières harmoniques. Dans ce cas, l'équation (8) devient :

$$f_o \geq if\sqrt{1 + 2\alpha g q/(\gamma_o p)} \qquad (9)$$

où l'on a porté le coefficient 1,3 à la valeur 2 et où i représente le numéro de l'harmonique.

La valeur combinée du pic d'accélération des accélérations des trois harmoniques peut être obtenu par :

$$\gamma_m = [a_1^{1,5} + a_2^{1,5} + a_3^{1,5}]^{1/1,5} \qquad (10)$$

L'élément porteur direct (dalle, nervure ou poutre) n'est pas seul en cause. Il faut y associer également les poutres principales et les poteaux ou voiles.

Dans le cas d'un plancher nervuré, on peut prendre la déformation totale suivante [15] :

$$\delta = (\delta_P + \delta_N)/1{,}3 + \delta_C$$

avec :

δ_N = flèche de la nervure sous toutes les charges qu'elle supporte y compris les personnes
δ_P = flèche de la poutre porteuse dito y compris le poids des nervures
δ_C = racourcissement du poteau dito y compris le poids des nervures et poutres.

Remèdes. Plusieurs solutions pour remédier à ces phénomènes de quasi-résonance :

- changer de lieu pour trouver une structure plus rigide,
- raidir le plancher par des câbles, des plaques collées,...
- mettre des cloisons de partition qui augmente l'amortissement,
- mettre des amortisseurs de fréquence qui puissent correspondre aux diverses fréquences excitatrices possibles,
- enfin, le plus économique, ne rien faire et supporter les vibrations.

EXEMPLE 1 :

Soit un plancher nervuré isostatique défini sur la figure 59, avec une portée de 6,20 m, une chape de 5 cm et un faux plafond. Ce plancher supporte une piste de danse. Les périodes de vibration appliquées sont entre 1,5 Hz et 3 Hz. La charge appliquée est q = 2 kN/m² avec un coefficient de charge dynamique α = 0,4. L'accélération maximum admise pour ne pas provoquer de gêne aux personnes assises est γ_o = 2 % de g. Le module d'Young instantané du béton est pris égal à 30 000 MPa.

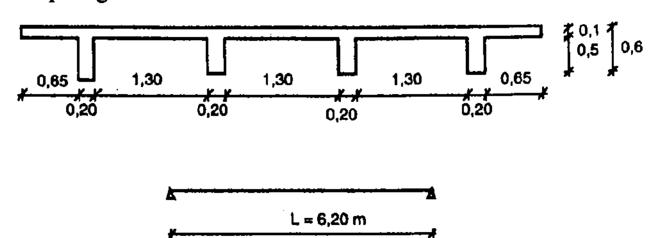


Fig.59 – Plancher nervuré supportant une salle de danse

Moment d'inertie du plancher

0,2 m x 0,6 m = 0,12 m² x 0,6 m / 2 = 0,0360 m³ x (2/3) x 0,6 m = 0,014400 m⁴
1,3 m x 0,1 m = 0,13 m² x 0,1 m / 2 = 0,0065 m³ x (2/3) x 0,1 m = 0,000433 m⁴
S = 0,25 m²   m = 0,0425 m³ I_Δ = 0,014833 m⁴

d'où $v = m / S$ = 0,17 m et $I = I\Delta - S v^2$ = 0,007608 m⁴ pour 1,50 m de largeur, soit 0,00507 m⁴ par m.

Charges au m².

poids propre plancher = 0,25 m² x 24,5 kN/m³ / 1,5 m =	4,083 kN/m²
chape = 0,05 m x 22 kN/m² =	1,100 kN/m²
faux plafond	0,250 kN/m²
total =	5,433 kN/m²
charge de personnes q =	2,500 kN/m²
Total p =	7,933 kN/m²

Déformée sous charges

Pour une charge répartie p, la flèche vaut :
$\delta = 5\,p\,L^4 / (384\,E\,I) = 5 \times 7{,}933 \times 6{,}2^4 / (384 \times 30000 \times 0{,}00507) = 1{,}003$ mm

Fréquence propre d'après (3) :

$$f_o = (1/2\pi)\sqrt{(g/\delta)} = \sqrt{(9{,}81/0{,}001003)}/2/3{,}141593 = 15{,}74 \text{ Hz}$$

Vérifions l'équation (8) : $f_o \geq f\sqrt{1 + 1{,}3\alpha g q/(\gamma_o p)}$

$$15{,}74 = f_o \geq 3\sqrt{1 + (1{,}3 \times 0{,}4 \times 2{,}5)/(0{,}02 \times 7{,}933)} = 9{,}10 \text{ Hz (car } \gamma_o/g = 0{,}02).$$

Ce qui est vérifié.

EXEMPLE 2 : Le même exemple mais le plancher est constitué d'une dalle pleine de 0,25 m d'épaisseur.

On trouve :

Inertie I = $0{,}25^3 / 12 = 0{,}0013$ m^4/m

$p = 0{,}25$ m x 24,5 kN/m^3 + 1,10 + 0,25 + 2,5 = 9,98 kN/m^2

δ = 5 x 9,98 x 6,24 / (384 x 30000 x 0,0013) = 4,91 mm

(3) : $f_o = (1 / 2\pi)\sqrt{9{,}81/0{,}00491} = 7{,}11$ Hz

(8) : $7{,}11 = f_o > 3\sqrt{1 + (1{,}3 \times 0{,}4 \times 2{,}5)/(0{,}02 \times 9{,}98)} = 8{,}22$ Hz

Ce qui n'est pas vérifié. La fréquence propre est insuffisante pour entraîner une accélération inférieure à 0,20 g.

Calculons l'accélération qui en résulte d'après (5) avec un coefficient d'amortissement β = 2 %.

Avec $f_o / f = 7{,}11 / 3 = 2{,}37$ Hz, on obtient :

$$\frac{\gamma}{g} = \frac{1{,}3 \times 0{,}4\,(2{,}5/9{,}98)}{\sqrt{[(2{,}37)^2 - 1]^2 + [2 \times 0{,}02 \times 2{,}37]^2}} \qquad (5)$$

L'accélération est de 2,8 % de g, ce qui est un peu incommode pour des personnes assises.

12.2. Vérification en ELU

12.2.1. Déformée sous charge appliquée brutalement sans vitesse initiale

Considérons un point quelconque d'une structure. Si nous restons dans le domaine élastique, la déformée z au point d'application d'une charge P est proportionnelle à cette charge et peut s'écrire : $z = \varphi$ P.

Par exemple, pour la demi-travée d'une poutre isostatique : $\varphi = L^3 / (48\,E\,I)$

Pour alléger le raisonnement, supposons que la structure soit une poutre. Soient f_o la flèche statique sous charge P (au point A_1, fig.60). Prenons ce point A_1 comme origine des cotes.

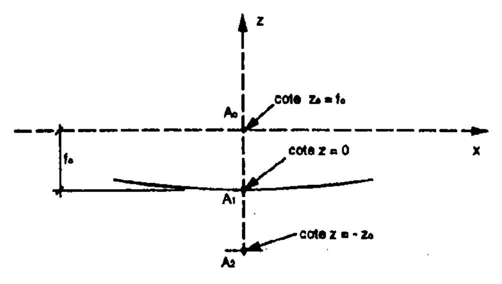


Fig.60 – Flèches sous charges dynamiques

Soulevons la charge pour la remonter à la cote z_o, en A_o (déformée nulle). Lâchons-la subitement, sous l'action de la pesanteur, elle descend en prenant de la vitesse. Mais au fur et à mesure apparaît une force élastique de rappel égale à z / φ.

Considérons l'instant $t = 0$ lorsque la déformée atteint le point A_1 (de cote nulle). À ce moment, la force résultante est nulle car la réaction de la poutre f_o / φ équilibre la force P. Au-dessous de A_1, on a une force de rappel F égale à $- z / \varphi$. Elle vaut P pour $z = f_o$ en A_o et – P pour $z = - f_o$ en A_2. L'équation fondamentale de la dynamique s'écrit $F = m\,\gamma = m\,z'' = - z / \varphi$.

On obtient une équation différentielle du 2e ordre $m\,z'' + z / \varphi = 0$ dont la solution est $z = z_o \cos \omega t$ avec $\omega = 1 / \sqrt{m\varphi}$.

Le mouvement est sinusoïdal (amorti heureusement par les frottements internes de la matière). La flèche maximum vaut $2 f_o$ en A_2.

C'est le double de la flèche sous charge statique.

12.2.2. Charge appliquée avec vitesse initiale

Soit $f_o = \varphi$ P, la flèche sous charge statique P. La chute d'une masse m de poids P d'une hauteur h produit une flèche maximum f ainsi qu'un travail $W_e = P\,(h + f)$ en remplaçant P par f_o / φ, on obtient :

$$W_e = \frac{f_o}{\varphi}(h + f)$$

Soit P' la charge statique provoquant la même déformée f. On peut écrire : $f = \varphi$ P', d'où P' = f / φ. L'énergie interne emmagasinée dans la poutre sous l'action de la charge statique P' vaut $W_i = 0{,}5$ P'f (puisque la réaction de la poutre croît linéairement de 0 à P lorsque la charge est appliquée à vitesse faible depuis la cote z_o jusqu'à la cote 0 (de A_o à A_1 sur la fig. 60)

L'égalité des travaux interne et externe donne $W_i = W_e$, soit :

$$0{,}5P'f = 0{,}5\frac{f^2}{\varphi} = \frac{f_o}{\varphi}(h + f)$$

soit une équation du 2e degré en f : $f^2 - 2 f_o f - 2 f_o h = 0$, dont la racine positive vaut :

$$f = f_o + \sqrt{f_o^2 + 2 f_o h}$$

La courbe de la figure 61 représente le facteur amplificateur de flèche et donc de contrainte sous l'action d'une charge tombant d'une hauteur h.

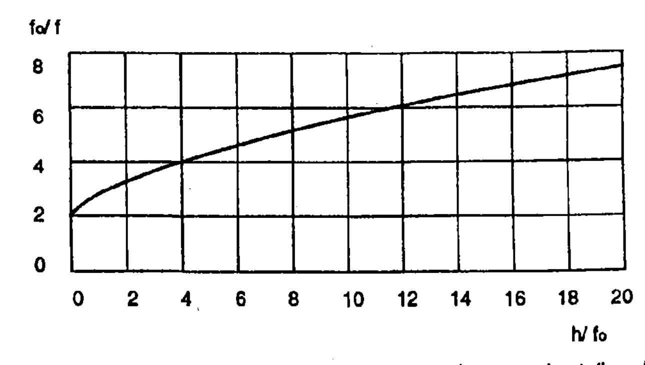


Fig.61 – Flèche sous charge tombant d'une hauteur h

On constate que si la charge est laissée tomber d'une hauteur nulle, on trouve bien une flèche double de la flèche sous charge statique.

EXEMPLE : Soit une travée de poutre isostatique de 8 m de portée, constituée d'un profilé IPE 500, d'inertie I = 42 800 cm^4, sous une charge de 1 kN tombant de 10 cm à mi-travée.

On calcule E I = 210 000 x 42 800 10^{-8} = 89,88 MN.m^2
flèche isostatique f_o = P L^3 / (48 E I) = 8^3 / (48 x 89,88) = 0,1187 mm
h / f_o = 100 / 0,1187 = 842,6
$f / f_o = 1 + \sqrt{1 + 2h/f_o} = 42{,}06$
La flèche et la contrainte sont multipliées par 42,06 !!!
f = 4,99 mm
M_{max} = 42,06 P L / 4 = 41,56 x 1 x 8 / 4 = 84,12 kNm
Contrainte σ = M v / I = 84,12 x 0,25 10^{-3} / (42 800 10^{-8}) = 49,1 MPa sous la seule action de la charge dynamique de 1 kN.
En réalité, beaucoup de matériaux constituant l'objet qui tombe sont déformables : marchandises, sauts de personne (souplesse des articulations), véhicules (pneus, ressorts), l'effort à prendre en compte est donc moins élevé.

13. POINTS PARTICULIERS

Schéma	CAS	Réf.
	1 – Liaison table-nervure Débord de table : $b_1 = (b - b_o) / 2$ Cisaillement : $\tau_t = \dfrac{Vb_1}{h_o bz}$ Acier : $\dfrac{A_t}{s} = (\tau_t - 0{,}3k_1 f_{tj}) \dfrac{h_o \gamma_s}{f_e}$ avec k_1 = 1 sauf si fissuration préjudiciable, très préjudiciable ou reprise de coulage verticale	[6] p.71
	2 – Liaison talon-âme Cisaillement : $\tau_t = \dfrac{VA_{s1}}{0{,}9dh_1 A_s}$ Acier : $\dfrac{A_t}{s} = \tau_t \dfrac{h_1 \gamma_s}{f_e}$	[6] p.71

Schéma	CAS	Réf.
	3 – Relevage de charges ponctuelles – Solution 1 : barres relevées $A_s = \dfrac{h_1 P_u \gamma_s}{hf_e \sqrt{2}}$ En plus des cadres et étriers correspondant à une charge placée en partie haute	[6] p. 126
	– Solution 2 : Cadres supplémentaires $\dfrac{A_t}{s} = \dfrac{h_1 P_u \gamma_s}{hd_1 f_e}$ avec $d_1 = 2\,(h_2 + h - h_1) + b_2$	
	4 – Changement de section M = moment au droit du changement de section z_1 = bras de levier à gauche z_2 = bras de levier à droite L_d = longueur de scellement droit	
$A_s = \dfrac{R_u \delta \gamma_s}{zf_e}$	**5 – About de poutre avec talon** – Vérifier l'inclinaison de la bielle avec δ / z compris entre 0,5 et 2 (Sinon, ajouter bielle et tirant supplémentaires) Réaction d'appui = R_u À défaut de plus de précision, prendre : $z = 0{,}9\,d$ L_d = longueur de scellement droit	[16] Art. 4.3.2.4. 4
	6 – Bielle d'appui trop sollicitée z = bras de levier (≈ 0,9 d) L_d = longueur de scellement droit $A_{s1} = \dfrac{V_1 \gamma_s}{f_e}$ $A_{s2} = \dfrac{V_2 \gamma_s}{f_e}$ $A_{s3} = A_{s2}$ V_1, V_2 tels que : $V_1 + V_2 = V_u$ = effort tranchant à l'appui V_1 et $V_2 \geq V_u / 3$	[6] p.69 BAEL 91 [4] Art. A.5.1.31 3 et 314

TYPES DE PLANCHERS - Conditions d'emploi

Type	Portées	Entre axes ou largeur	Hauteur totale	Remarques
Petite prédalle	0,50 m à 1,50 m	0,30 m à 0,60 m	0,04 m à 0,06 m (prédalle seule)	BA
Grande prédalle	0,50 m à 8 m	0,50 m à 8 m	0,05 m à 0,20 m (prédalle seule)	BA ou BP
Plancher à entrevous (ou à corps creux)	2 m à 12 m	0,50 m à 0,70 m	0,16 m à 0,30 m	Poutrelles BA ou BP Corps creux béton ou céramique
Dalle alvéolée précontrainte par fils adhérents	5 m à 20 m	0,60 m 1,20 m 2,40 m	0,16 m à 0,40 m	
Plancher nervuré	3 m à 10 m	0,50 m à 1,50 m	0,30 m à 0,80 m	Nervures préfa BA ou BP Dalle avec prédalle ou CSP
Poutre en Té préfabriquée	6 m à 15 m	1,20 m à 2,40 m	0,40 m à 0,80 m	Préfa. BA ou BP
Plancher-caisson	10 m à 20 m	0,50 m à 1,50 m	0,50 m à 1,00 m	CSP (coulé sur place)

Torsion – Résumé

Domaine élastique non fissuré (ELS)

T = moment de torsion (MNm)
G = module d'élasticité transversale = 0,5 E / (1 + ν) ≈ 0,4 E (MPa)
K = moment d'inertie polaire (m^4)

Section	Moment d'inertie polaire	Cisaillement	Rotation par unité de longueur
Cylindre plein (R)	$K = \frac{\pi R^4}{2}$	$\tau = \frac{TR}{K}$	$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{T}{GK}$
Cylindre creux (R_2, R_1)	$K = \frac{\pi}{2}(R_2^4 - R_1^4)$	$\tau = \frac{TR_2}{K}$	$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{T}{GK}$
Rectangulaire, $\alpha = a/b \leq 1$ (a, b)	$K = k_2 a^3 b$	$\tau = \frac{T}{k_1 a^2 b}$	$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{T}{GK}$
Profilés minces ouverts (b_1, e_1, b_2, e_2, b_3, e_3)	$K = \sum b_i e_i^3 / 3$	$\tau_1 = \frac{Te_1}{K}$, $\tau_2 = \frac{Te_2}{K}$, $\tau_3 = \frac{Te_3}{K}$	$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{T}{GK}$

Rectangulaire :

Posons : $\sum = \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty}$ et $k = 1 - \frac{8}{\pi^2}\sum \frac{1}{n^2 ch(0,5n\pi/\alpha)}$

$k_2 = \left[1 - \frac{192\alpha}{\pi^5}\sum \frac{1}{n^5} th\frac{n\pi}{2\alpha}\right]/3$ et $k_1 = k_2/k$

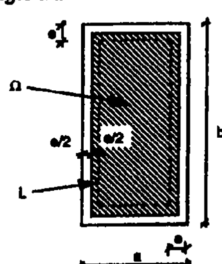
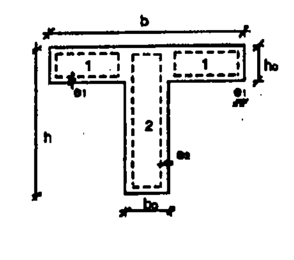
Approchée :

$k_1 = 1/3 - 0,198\,\alpha - 0,197\,\alpha^2 + 0,861\,\alpha^3 - 0,912\,\alpha^4 + 0,321\,\alpha^5$ (à moins de 0,1 % près)

$k_2 = 1/3 - 0,212\,\alpha + 0,021\,\alpha^2 - 0,088\,\alpha^3 + 0,138\,\alpha^4 - 0,5188\,\alpha^5$ (à moins de 0,1 % près)

a/b	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
k_1	0,333	0,312	0,291	0,273	0,258	0,246	0,236	0,228	0,221	0,214	0,208
k_2	0,333	0,312	0,291	0,270	0,249	0,229	0,209	0,190	0,172	0,155	0,141

Torsion – Résumé (suite)

<table>
<tr><td>Méthode
de la section creuse équivalente</td><td>Domaine élastique ou non, fissuré ou non
Section quelconque pleine ou creuse</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 – Rechercher le plus grand cercle inscrit dans la section étudiée : diamètre D
2 – Paroi creuse équivalente d'épaisseur $e = D / 6$ (non supérieure à l'épaisseur de la paroi creuse réelle)
3 – L = périmètre de la ligne moyenne de la section creuse équivalente
4 – Ω = aire comprise à l'intérieur du périmètre L</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\tau = \frac{T}{2e\Omega}$ $\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GK}$ $K = \frac{4e\Omega^2}{L}$</td></tr>
<tr><td>Rectangle $a \le b$

</td><td>$e = a / 6$
$L = 2b + 4a / 3$
$\Omega = 5a\,(6b - a) / 36$</td></tr>
<tr><td>Section en Té

</td><td>Somme des rectangles avec la même rotation
$e_1 = h_0/6$ $L_1 = b - b_0 + 4h_0/3$
$\Omega_1 = 5h_0\,(3b - 3b_0 - h_0)/36$
$e_2 = b_0/6$ $L_2 = 2h + 4b_0/3$
$\Omega_2 = 5b_0\,(6h - b_0)/36$
$K_1 = \frac{2h_0 - \Omega_1^2}{3L_1^2}$ $K_2 = \frac{2b_0 - \Omega_2^2}{3L_2^2}$
$T_1 = \frac{K_1 T}{2K_1 + K_2}$ $T_2 = \frac{K_2 T}{2K_1 + K_2}$
$\tau_1 = \frac{3T_1}{h_0 \Omega_1}$ $\tau_2 = \frac{3T_2}{b_0 \Omega_2}$
$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T_1}{GK_1} = \frac{T_2}{GK_2}$</td></tr>
</table>

BIBLIOGRAPHIE

Voir aussi la bibliographie du Chapitre 6 - DALLES

[1] CPT « Planchers » - Titre I - Cahier des Prescriptions Techniques communes aux procédés de planchers - Planchers nervurés à poutrelles préfabriquées associées à du béton coulé en œuvre ou associés à d'autres constituants préfabriqués par du béton coulé en œuvre » - Première partie (section A) - Cahiers du CSTB n° 212 - septembre 1980 - Cahier 1665 - 97 pages ; Deuxième partie (sections B, C, D et E) - Cahiers du CSTB n° 213 - Octobre 1980 - Cahier 1670 - 70 pages.

[2] CPT « Planchers » - Titre II - Cahier des Prescriptions Techniques communes aux procédés de planchers - Dalles pleines confectionnées à partir de prédalles préfabriquées et de béton coulé en œuvre » -CSTB - septembre 1979 - 101 pages.

[3] Cahier des Prescriptions Techniques - CPT - Planchers - Titre III - 1° partie - Planchers confectionnés à partir de dalles alvéolées en béton précontraint - Cahiers du CSTB - Mars 1992.

[4] Règles BAEL 91 - Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Armé suivant la Méthode des États-Limites - CSTB et Eyrolles - 1992

[5] Règles BPEL 91 - Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Précontraints suivant la Méthode des États-Limites - CSTB et Eyrolles - 1992

[6] Le Projet de Béton Armé - H. THONIER - Ed. SEBTP - 1991- Paris.

[7] Eurocode 4 - Conception des structures mixtes acier-béton - Norme européenne EN-1994-1, complétée par le document d'application nationale (DAN)

[8] Eurocode 3 - Calcul des structures en acier - Norme européenne ENV-1993-1-1, complétée par le document d'application nationale (DAN) - AFNOR - 1993

[9] Le Béton Précontraint aux États-Limites - Henry THONIER - Presses de l'ENPC - 1992

[10] Produits sidérurgiques français - Caractéristiques dimensionnelles - OTUA - 1989

[11] Règles CM 66 - Règles de calcul des constructions en acier - Eyrolles

[12] Structures mixtes en acier - Louis FRUTET - Techniques de l'Ingénieur - Constructions métalliques

[13] Eurocode 5 - Conception des structures en bois - Projet de Norme européenne ENV-1995-1

[14] Vibrations Problems in Engineering - TIMENSHENKO S., YOUNG D.A. & WEAVER W. - 4th Edition - John Wiley & Sons, New York, 1974, 521 p.

[15] Building Vibrations from Human Activities - ALLEN D.E., Concrete International - Juin 1990 - p. 66

[16] Eurocode 2 - Conception des structures béton armé et précontraint - Norme européenne expérimentale ENV-1992-1-1, complétée par le document d'application nationale (DAN) - AFNOR - 1993

[17] Mécanique des Structures - Philippe TROMPETTE - Ed. Masson - Paris

[18] Conception et Calcul des Structures Métalliques - Jean MOREL - Eyrolles - Paris - 1986 - 216 p.

[19] Dimensionnement des Structures en Béton - Bases et Technologie - René WALTHER & Manfred MIEHLBRADT - Presses EPFL - Lausanne

[20] Dimensionnement des Structures en Béton - Dalles, murs, colonnes et fondations - Renaud FAVRE, Jean-Paul JACCOUD, Milan KOPRNA et Alexandre RADOJICIC - Presses EPFL - Lausanne

[21] Modélisation des Structures par Éléments Finis - Solides élastiques, Poutres et Plaques, Coques - Jean-Louis BATOZ & Gaurl DHATT - Ed. Hermès - Paris

[22] Le Bois dans la Construction - Dominique GAUZIN-MULLER - Ed. du Moniteur - Paris - 1990 - 380 p.

[23] Les Pieds de Poteaux Encastrés en Acier - Yvon LESCOUARC'H - CTICM - St Rémy-lès-Chevreuse

[24] Mémento de la Charpente - Sous la direction de Jean Giulano, texte de B. Compin - Union Nationale des Chambres Syndicales de Charpente, Menuiserie et Parquets - IRA Bois - Paris - 1981

[25] Aide pour la Conception des Ouvrages de Charpente, Menuiserie et Parquets - IRA Bois - Paris - 1984

[26] Comportement local de connecteurs acier-béton sollicités au cisaillement. Étude bibliographique. Rapport des Laboratoires des Ponts et Chaussées, série OA, octobre 1987

[27] Le Gel et son Action sur les Sols de Fondations - Michel DYSLI - Presses EPFL - Lausanne

[28] Règles CB 71 (DTU P 21-701) - Règles de calcul des charpentes en bois - Eyrolles - 1975.

COMPARAISON DES RÈGLEMENTS DE BÉTON ARMÉ
(Français, Americain, Britannique, Allemand, Européen, International)

	BAEL 91 (1991)	ACI 318-89 (1989)	BS 8110 (1985)	DIN 1045 (1972)	EUROCODE 2 (1992)	CODE MODELE CEB 90
1. UNITÉS (SI = Sytème international)	**SI** m, mm N, kN, MN Pa, kPa, Mpa Nm, kNm, MNm	Unités US : 1 lb = 0,45359 kg = 4,45 N 1 ft = 0,3048 m = 12 in. 1 psi = 1 lb/sq.in. = 6,89 kPa 1 ksi = 1 000 psi = 6,89 MPa 1k-ft = 1 000 lb-ft = 1,3564 kNm *SI* est autorisé	**SI** N/mm^2 au lieu de MPa	**SI** N/mm^2 au lieu de MPa	**SI** N/mm^2 au lieu de MPa	**SI** MPa
2. NOTATIONS						
Béton	f_{c28} sur cylindres 160/320 $f_{t28} = 0,06 f_{c28} + 0,6$ MPa	f'_c sur cylindres 150/300	f_{cu} sur cubes 150x150	B: B25, B30, B35, B55 βR: 17,5, 23, 27, 30 B sur cubes 200 x 200	f_{ck} sur cylindres à 28 jours f_{ck}.cube sur cubes	f_{ck} sur cylindres Ø150/300 ≤ 80 MPa
Acier	f_e	f_y	f_y	β_S	f_{yk}	f_{yk}
Géometrie	b b_0 h h_0 d A_s s	b b_w h h_f d A_s s	b b_w h h_f d A_s sv	b b_0 d - h A_s a_s	b b_w h h_f d A_s s	b b_w h h_f d A_s s
3. MATÉRIAUX **Béton**	f_{c28} = 25 pour bâtiments (usuel) = 30 pour ponts (usuel) 0,85 fc28/1,5; 3,5‰; 0,8x; x ou parabole-rectangle	f'_c = 1,06 f_{c28} = 3500/4000 psi pour bâtiments & 4000/5000 psi pour ponts 0,85 f'c; 3‰; a= β1c; c β_1 = 0,85 pour $f'_c \leq$ 4 000 psi (30 MPa)	f_{cu} = 1,25 f_{c28} f_{cu} = 30 pour bât. et f_{cu} = 40 pour ponts 0,67 fcu/1,5; 3,5‰; 0,9x; x 0,686x $\sqrt{fcu}$/1,5	β_R = 0,9 f_{c28} β_R = B35/B45 pour bât. & B45/B55 pour ponts βR; 0,95 βR; 3,5‰; 0,8x; x; 4x/7 h = hauteur utile	$f_{ck} = f_{c28}$ $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ γ_c = 1,5 0,85 fcd; 3,5‰; 0,8x; x; 4x/7 parabole-rectangle	$f_{ck} = f_{c28}$ $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ γ_c = 1,5 0,85 fcd; 3,5‰; 0,8x; x; 4x/7 parabole-rectangle

Acier	f_e = 400 ou 500 MPa	f_y = 60 ksi = 414 MPa	f_y = 460 MPa γ_m = 1,15	BS: 420/500: β_S = 420 MPa ou β_S = 500 MPa acier HA: R, RU, RK	f_{yk} = 500 MPa (EN 10080) barres et TS barres de 6 à 50 mm $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ γ_s = 1,15	$f_{yk} \le 500$ MPa $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ γ_s = 1,15
Coefficient d'équivalence	n = 15	$n = E_s / 4730 \sqrt{f'_c} \ge 6$	$\alpha_c = E_s / E_c$ γ_m = 1,5 $E_c = 5{,}5 \sqrt{f_{cu}/\gamma_m}$	n = 10	15	15
Module d'Young	E_s = 200 000 MPa	E_s = 29 000 ksi = 200 000 MPa	E_s = 20 kN/mm²	E_s = 210 000 MPa	E_s = 200 kN/mm²	E_s = 200 GPa
4. SOLLICITATIONS	G = charges permanentes Q = charges d'exploitation W = vent S_n = neige	D = charges permanentes L = charges d'exploitation W = vent S = neige	G_k = charges permanentes Q_k = charges d'exploitation W_k = vent S_k = neige		G_k Q_k - -	G_k Q_k - -
Combinaisons d'actions (ELU)	1,35 G + 1,5 Q G + 1,5 Q 1,35 G + 1,5 Q + 1,3 W G + 1,5 W	1,4 D + 1,7 L - 0,75 (1,4 D + 1,7 L + 1,7 W) 0,9 D + 1,3 W	1,4 G_k + 1,6 Q_k G_k + 1,6 Q_k 1,2 G_k + 1,2 Q_k + 1,2 W_k G_k + 1,4 W_k	somme des actions sans coefficients (ni majorateurs, ni minorateurs)	1,35 G_k + 1,5 Q_k G_k + 1,5 Q_k 1,35 G_k + 1,5 Q_{k1} + $\Sigma\, 1{,}5 \Psi_0 Q_{ki}$ i>1	1,35 G_k + 1,5 Q_k G_k + 1,5 Q_k 1,35 G_k + 1,5 Q_{k1} + $\Sigma\, 1{,}5 \Psi_0 Q_{ki}$ i>1
Moments	ultime : M_u résistant : M_{ulim} $M_u \le M_{ulim}$	ultime : M_u résistant (nominal) : M_n $M_u \le Ø M_n$ Ø = "strength reduction factor" = 0,9 en flexion	ultime : M résistant : M_u $M \le M_u$	ultime : M coeff. de sécurité γ sur contr.: = 1,75 si $\varepsilon_s \ge 3$ ‰ = 2,10 si $\varepsilon_s < 0$ ‰ interpolation pour $0 \le \varepsilon_s \le 3$ ‰	ultime : M_{Sd} résistant : M_R $M_{Sd} \le M_R$	ultime : M_{Sd} résistant : M_R $M_{Sd} \le M_R$
Effort tranchant (cisaillement)	$V_u \le V_{ulim}$ $\tau_u \le \tau_{ulim}$	$V_u \le ØV_n$ Ø = 0,85	$V \le V_u$ $v_u \le v_{cu}$	T_R $\tau_0 \le \tau_{03}$	$V_{Sd} \le V_{Rd2}$ et $\le V_{Rd3}$	$V_{Sd} \le V_{Rd}$
Charge centrée	$N_u \le N_{ulim}$	$M_u \le ØM_n$	$N \le N_u$		$N_{Sd} \le N_{Rd}$	$NS_d \le N_{Rd}$

5. PORTEES **- en flexion**	portée entre nus	aux nus des appuis	entre axes des appuis ou (entre nus + d)	entre axes des appuis ou 1,05 x portée entre nus	entre axes des appuis	entre axes des appuis
- à l'effort tranchant	à l'abscisse 5h/6	à l'abscisse d	à l'abscisse d	à l'abscisse h/2	à l'abscisse d	
6. FLEXION **Détermination de la section d'acier**	ELU = état-limite ultime $\mu = M_u / (b\, d^2\, \sigma_{bu})$ $\xi = x/d = 1{,}25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu})$ $z = 0{,}5\, d\, (1 + \sqrt{1 - 2\mu})$ $A_s = M_u / (z\, \sigma_{su})$ $\sigma_{bu} = 0{,}85\, f_{c28} / \gamma_b$ $\sigma_{su} = f_e / \gamma_s$ γ_b = 1,5 γ_s = 1,15	ULS (ultimate limit state) par approximations successives: $z = 0{,}9\, d \longrightarrow A_s = M_u/(Ø\, d\, f_y)$ $a = A_s f_y / (0{,}85\, b\, f'_c)$ et $z = d - a/2 \longrightarrow A_s$ OU: $\mu = M / (0{,}85\, b\, d^2 f'_c)$ $z = 0{,}5\, d\, (1 + \sqrt{1 - 2\mu})$ $A_s = M_u / (Ø\, z\, f_y)$	ELU $K = M / (b\, d^2 f_{cu})$ $z = 0{,}5\, (d\, (1 + \sqrt{1 - 4{,}44K})$ $A_s = M_u / (0{,}87\, z\, f_y)$	sans armatures de compression $m_s = M/(b\, h^2\, \beta_R) \le m^*_s = 0{,}3383/\gamma$ $\mu = \gamma\, M / (b\, h^2\, \beta_R) = \gamma\, m_s$ $z = 0{,}5 h (1 + \sqrt{1 - 595\mu / 289})$ $A_s = \gamma M / (z\, \beta_s)$ h = hauteur utile γ = 1,75 si $\varepsilon_s \ge 3$ ‰ c-à-d si $m_s \le 0{,}193$	$\mu = \dfrac{M_{sd}}{b\, d^2 0{,}85 f'_{cd}}$ $\xi = x/d = 119/99\, (1 - \sqrt{1 - 594\mu / 289})$ $z = (1 - 99/238\, \xi)\, d$ $A_s = M_{Sd} / (z\, f_{yd})$	$\mu = \dfrac{M_{sd}}{b\, d^2 0{,}85 f'_{cd}}$ $\xi = x/d = 119/99\, (1 - \sqrt{1 - 594\mu / 289})$ $z = (1 - 99/238\, \xi)\, d$ $A_s = M_{Sd} / (z\, f_{yd})$
Décalage des aciers de flexion	0,8 h	Max[d ; 12 diam.]	Max[d ; 12 diam.] + l_s	0,75 d ou d (d = hauteur totale)	z cotg θ / 2	z / 2 + 100 mm
Section minimum d'acier (section rectangulaire)	$A_s / (b\, d) \ge 0{,}23\, f_{t28} / f_e$ $f_{t28} = 0{,}06\, f_{c28} + 0{,}6$ MPa	$A_s / (b\, d) \ge$ Min[4/3ρ_{calc} ; 1,4/f_y]	$A_s / (b\, d) \ge 0{,}13 \times 460 / f_y$	pas de minimum	$A_s / (b\, d) \ge 0{,}6 / f_{yk}$ ≥ 0,15 %	$A_s \ge k_c\, k\, f_{ct,max}\, A_{ct} / \sigma_{s2}$ avec beaucoup de paramètres
Section maximum d'acier	pas de maximum	$0{,}775\, f'_c$ pour f_y = 60 ksi (414 MPa) et $f'_c \le$ 4000 psi (27,5 MPa)	4 %	pas de maximum	4 %	
7. EFFORT TRANCHANT (poutres) **Vérification du béton**	$\tau_u = V_u / (b_0\, d) \le \tau_{ulim}$ $\tau_{ulim} = 0{,}20\, f_{c28} / \gamma_b$ pour « fissuration non-préjudiciable » $= 0{,}15\, f_{c28} / \gamma_b$ pour « fissuration préjudiciable »	$V_u \le \frac{5}{6} \sqrt{f'_c}\; b_0\; d$ $V_c = \sqrt{f'_c}\; b_0\, d / 6$ $V_s = V_u / Ø - V_c$ Ø = 0,85	$v = V / (b_w\, d) \le v_{cu}$ v_{cu} = Min [0,8 $\sqrt{f_{cu}}$; 5 MPa]	$\tau_o = \dfrac{T_R}{b_o\, z} \le \tau_{o3}$	$V_{Sd} \le V_{Rd2}$ $V_{Rd2} = 0{,}5\, \nu\, f_{cd}\, b_w\, 0{,}9\, d$ $\nu = 0{,}7 - f_{ck} / 200\ (\ge 0{,}5)$	$V_{Sd} \le f_{cd2}\, b_w\, z \sin\theta \cos\theta$ $f_{cd2} = 0{,}6\, (1 - f_{ck} / 250)\, f_{cd}$

	B25	B35	B45	B55
τ_{01}	0,8	1,0	1,1	1,3
τ_{02}	1,8	2,4	2,7	3,0
τ_{03}	3,0	4,0	4,5	5,0

Détermination de la section d'acier	$\frac{A_t}{s_t} = \frac{\tau_u - 0,3\,k\,f_{t28}}{0,9\,f_e} b_o \gamma_s$ k = 1 sans reprise de coulage et si « fissuration non-préjudiciable », = 0 autres cas	$\frac{A_v}{v} = \frac{V_s}{d\,f_y}$ f'_c en MPa	$\frac{A_{sv}}{S_v} = \frac{b_w(v - v_c)}{0,87\,f_y}$ $v_c = \frac{0,79}{1,25}\left(\frac{100A_s}{b_w d}\right)^{1/3}$ $\left(\frac{400}{d}\right)^{1/4} x \left(\frac{f_{cu}}{25}\right)^{1/3}$ $A_s/(b_w d) \le 3$ $400/d \ge 1$ $f_{cu} \le 40$	$\frac{A_s}{a_s} = \frac{\alpha\tau_o\,b_o}{\tau_{s,s}}$ a) $\alpha = 0,4$ si $\tau_o \le \tau_{o1}$ b) $\alpha = \tau_o / \tau_{o2}$ ($\ge 0,4$) si $\tau_{o1} \le \tau_o \le \tau_{o2}$ c) $\alpha = 1$ si $\tau_{o2} \le \tau_o \le \tau_{o3}$ et si $d \ge 0,45$ m $\sigma_{s,s} = \beta_S / 1,75$	$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd} - V_{rd1}}{0,9 d f_{yd}}$ $V_{Rd1} = \tau_{Rd}\,\kappa\,(1,2 + 20\,\rho_l)\,b_w\,d$ $\tau_{Rd} = 0,035\,f_{ck}^{2/3}$ (MPa) $\rho_l = A_s / (b_w\,d)$ $\kappa = 1,6 - d$ (d en m), $\kappa \ge 1$	$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}\,tg\theta}{z f_{yd}}$ bielles inclinées: θ au choix entre 18,4° and 45° fck: C20 / C30 / C40 / C50 fctm: 2,2 / 2,9 / 3,5 / 4,1
Section minimum d'acier	$\frac{A_t}{s_t} \ge \frac{0,4 b_o}{f_e}$	$\frac{A_v}{s} \ge \frac{0,34 b_w}{f_y}$	$\frac{A_{sv}}{s_v} \ge \frac{0,4 b_w}{0,87 f_y}$	pas de minimum	$0,52 / f_{yk}$ pour f_{ck} = 25 à 35 $0,64 / f_{yk}$ pour f_{ck} = 40 à 50	$0,2\,f_{ctm}\,b_w / f_{yk}$
Espacement maximum	$s_t \le$ Min [0,8 d ; 0,40 m]	$s_t \le$ Min [0,5 d ; 0,60 m] si $V_s \le 2\,V_c$ autrement : $s_t \le$ Min [0,25 d ; 0,30 m]	$s_v \le 0,75\,d$	$a_s \le$ Min[0,8h;0,3m] pour a) $a_s \le$ Min[0,6h;0,25m] pour b) $a_s \le$ Min[0,3h;0,2m] pour c)	0,8 d & 0,3 m si $V_{Sd} \le V_{Rd2}/5$ 0,6 d & 0,3 m si $V_{Sd} \le 2 V_{Rd2}/3$ 0,3 d & 0,2 m si $V_{Sd} \le V_{Rd2}$	Min[0,75 d ; 0,8 m]
8. POTEAUX **Charges centrées** **(b x h si rectangulaire, avec $b \le h$)**	$N_u \le \alpha\left(\frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} + \frac{A_s f_e}{\gamma_s}\right)$ B_r = section de béton minorée de 10 mm sur le pourtour $B_r = (b - 0,02)(h - 0,02)$ $\gamma_b = 1,5 \quad \gamma_s = 1,15$ $\lambda = l_o / i \le 70 \to l_o / h \le 20,2$ $\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2(\lambda/50)^2}$ si $\lambda \le 50$ $\alpha = 0,6\,(50/\lambda)^2$ si $\lambda \le 70$	$P_u \le$ 0,8Ø [0,85f'_c ($A_g - A_{st}$) + $f_y A_{st}$] Ø = 0,70 A_g = section béton = $b\,h$ A_{st} = section d'acier longitudinal condition: $k\,l_u / r \le 22$ $k\,l_u$ = longueur de calcul r = rayon de giration	$N \le 0,4 f_{cu} b h + 0,75 A_s f_y$ condition: $l_o/h \le 22$ si contreventé, $l_o/h \le 10$ autrement	$\gamma N \le B\,\beta_R + As\,\beta_S$ $\gamma = 2,10$ B = section brute de béton élancement : $\lambda = l_o / d \le 45$ (pour poteau de portique) d = hauteur totale	Calculé en flexion composée avec : N_{Sd} et $M_{Sd} = N_{Sd} \cdot e_{tot}$ pour $\lambda \le 140$ $e_{tot} = e_o + e_a + e_2$ $e_o = M_{Sd1} / N_{Sd}$ (1° ordre) $e_a = \nu\,l_o / 2$ $\nu = 1 / (100\,\sqrt{l}) \ge 1 / 200$ l = hauteur totale du bât. en m $\lambda = l_o / i$ = élancement l_o = longueur de flambement $e_2 = l_o^2 / (10\,r)$ $1/r = 2\,f_{yd} / (0,9\,d\,E_s)$	Calculé en flexion composée avec : N_{Sd} et $M_{Sd} = N_{Sd} \cdot e_{tot}$ pour $\lambda \le 140$ $e_{tot} = e_o + e_a + e_2$ $e_o = M_{Sd1} / N_{Sd}$ (1° ordre) $e_a = \nu\,l_o / 2$ $\nu = 1 / (100\,\sqrt{l}) \ge 1 / 200$ l = hauteur totale du bât. en m $\lambda = l_o / i$ = élancement l_o = longueur de flambement $e_2 = l_o^2 / (10\,r)$ $1/r = 2\,f_{yd} / (0,9\,d\,E_s)$

Section minimum d'acier vertical	$A_s \ge 0,002\,b\,h$ et 4 cm2/m de périmète	1 % de la section de béton nécessaire A_g, mais pas moins de 0,5 %	0,4 %	0,8 %	$A_s \ge 0,15\,N_{Sd} / f_{yd}$ $\ge 0,3$ %	0,8 %
Section max.acier vert	5 %	8 %	6 % si coulé verticalement 10 % en zone de recouvrement	pas de maximum	8 %	4 % (8 % en recouvrement)
Diamètre des cadres	$Ø_t = Ø_l / 3$	#3 si $Ø_l \le$#10 (32mm) #4 si $Ø_l \le$#11 (36mm) #3 = 9,52 mm & #4 = 12,7 mm	$Ø_t \ge Ø_l / 4$ et $Ø_t \ge 6$ mm	$Ø_t \ge 8$ mm si $Ø_l \ge 20$ mm	$Ø_t \ge 6$ mm	$Ø_t \ge 6$ mm et $Ø_t \ge Ø_l / 4$
Espacement maximum	Min[0,4m ; b + 0,1; 15$Ø_l$]	Min[16$Ø_l$; 48 $Ø_t$; b]	12 $Ø_t$	pas de maximum	Min (0,3 m ; b ; 12 $Ø_l$)	Min (0,3 m ; b ; 12 $Ø_l$)
9. ANCRAGE	$l_s / Ø = f_e / (5,4\,f_{t28})$ (pour aciers à haute adhérence) par exemple: l_s = 44 Ø pour f_{c28} = 25 MPa et f_e = 500 MPa	l_d de 32 Ø (#3) à 50 Ø (#18) (9,5mm) (56mm) pour f'_c = 3500 psi (24 MPa) et f_y = 60 ksi (414 MPa)	En traction, barres « type 2 » et f_y = 460 MPa : l_s = 41Ø pour f_{cu} = 25 MPa l_s = 36Ø pour f_{cu} = 30 MPa	l_o trop compliqué pour être décrit ici	pour f_{yk} = 500 MPa et f_{ck} = 25 MPa : l_b = 40,3 Ø f_{ck} = 30 MPa : l_b = 34,2 Ø si « bonnes conditions d'adhérence » autrement multiplier par 1 / 0,7	Formules et tableaux compliqués avec beaucoup de paramètres
Longueur de recouvrement	= l_s	de l_d à 1,7 l_d dépend du % A_s en recouvr. et de A_{prov}/A_{calc}	= l_s ou 1,4 l_s or 2 l_s	même remarque que ci-dessus	= l_b ou 1,4 l_b ou 2 l_b	= l_b ou 1,4 l_b ou 2 l_b

REFERENCES	• BAEL 91: CCTG-Fasc.62 Titre 1° (ou DTU P-18 702) • Annales ITBTP-Déc. 1989 et Janv. 1990	• Building Code Requirements for Reinforced Concrete ACI-318-89 • Reinforced Concrete Fundamentals by Phil. Fergusson (John Wiley) • Annales ITBTP-Sept. 1984 et Juin 1990	• Code of Practice for Design and Construction. Structural Use of Concrete-Part 1- BSI • Design of R/C Elements by R.W. Clements-G.Godwin Ltd • Annales ITBTP-Mai 1990	• Heft 220 et Heft 240 Wilhelm Ernst und Sohn Verlag • Beton-Kalender • Annales ITBTP Mars 1990 et Avril 1990	• EUROCODE 2 = ENV 1992-1-1 • Annales ITBTP- Juillet 1990	• CEB/FIP MODEL CODE 90 (1990)

INDEX

PROGRAMMES DE CALCUL EN BASIC

1 - « STODOLA » Calcul des périodes de vibration propre suivant Stodola-Vianello ou la méthode matricielle, calcul des structures au vent suivant NV 65 et au séisme suivant PS 92 (p. 144).

2 - « RAYLEIGH » Calcul de la période de vibration propre des structures suivant la méthode de Rayleigh, calcul au vent suivant NV 65, calcul au séisme suivant PS 69 (p. 164).

3 - « TASSOL » Calcul de tassement des semelles superficielles en terrains multicouches (p. 203).

4 - « SEMDEV » Semelles rectangulaires en flexion déviée - Calcul des contraintes du sol - Diagrammes triangulaires ou rectangulaires (p. 216).

5 - « SEMRECT » Semelles rectangulaires - Dimensionnement et ferraillage (p. 249).

6 - « POUELAS » Poutres sur sol élastique avec ou sans décollement, charges quelconques. (Presses des Ponts) (p. 302).

7 - « PIEUHOR » Efforts horizontaux sur des têtes de pieux dans un terrain multicouche (p. 372).

8 - « FLEXCOMP » Flexion composée de sections quelconques. Vérification ou courbes d'interaction (p. 381).

9 - « SEMPIEUX » Semelles sur pieux. Dimensionnement et ferraillage (p. 435).

10 - « NAVIER » Dalles rectangulaires appuyées sur 4 côtés, chargées sur des rectangles. Calcul des sollicitations. (Presses des Ponts) (p. 478).

11 - « DALLRECT » Dalles rectangulaires sur 4 côtés, articulées sur deux côtés opposés - Chargement trapézoïdal total. Calcul des sollicitations. (Presses de l'ENPC) (p. 478).

12 - « DALLCIRC » Dalles circulaires articulées ou encastrées sur son pourtour sous chargement trapézoïdal de révolution. Calcul des sollicitations. (Presses de l'ENPC) (p. 507).

13 - « DALLRUPT » Dalles de forme quelconque sous chargement quelconque calculées à la rupture. Calcul des sollicitations. (Presses de l'ENPC) (p. 522).

14 - « PLBP » Planchers précontraints par post-tension avec des câbles non-adhérents. Calcul des sollicitations, contraintes et aciers. (ITBTP)

15 - « PLADA » Planchers-dalles suivant BAEL. Calcul des sollicitations, contraintes et aciers (ITBTP) (p. 561).

16 - « CARAMEC » Caractéristiques mécaniques de sections quelconques (p. 580).

17 - « POUAPELAS » Poutres sur appuis ponctuels élastiques (p. 637).

18 - « INERTORS » Moments d'inertie de flexion et de torsion de section rectangulaire ou en Té (p. 646).

19 - « POUCROI » Planchers à poutres croisés (p. 659).

20 - « PLANCM » Planchers métalliques. Calcul des sollicitations, contraintes et détermination des profilés (p. 675).

21 - « FLECHE2 » Calcul des flèches de poutres en Té sous différents chargements à différentes dates (Presses des Ponts) (p. 748).

22 - « POCO » Ensemble de programmes chaînés avec : BAEL, EC2, ACI, DIN, BS, PLADA, PLBP, CM (ITBTP).

23 - « BAEL » Poutre continue suivant le BAEL 91. Sections d'aciers et contraintes. (ITBTP).

24 - « EC2 » Poutre continue suivant l'Eurocode 2. Sections d'aciers et contraintes. (ITBTP).

25 - « ACI » Poutre continue suivant l'Eurocode 2. Sections d'aciers et contraintes. (ITBTP).

26 - « DIN » Poutre continue suivant le DIN 1045 (Allemagne). Sections d'aciers et contraintes. (ITBTP).

27 - « BS » Poutre continue suivant le BS 8110 (Royaume-Uni). Sections d'aciers et contraintes. (ITBTP).

28 - « PLBP » Dalle continue précontrainte à torons non-adhérents suivant le BPEL 91. Sections d'aciers et contraintes. (ITBTP).

29 - « CM » Poutre continue en acier suivant les CM 66. Contraintes. (ITBTP).

CHAPITRES À PARAÎTRE

8 - Poteaux
9 - Portiques - Ossatures
10 - Voiles - Murs - Maçonnerie
11 - Contreventement
12 - Structures diverses : poutres-cloisons, consoles courtes, escaliers, rampes, ...
13 - Murs de soutènements
14 - Bielles et tirants
15 - Réservoirs cylindriques
16 - Coques minces



Agences en France :

Lille / Lyon / Marseille / Nice / Paris
Rennes / Tours / Strasbourg / Toulouse

Implantations à l'étranger :

Great Britain / Italy / South Korea
Mexico / Morocco / Portugal / Spain / USA

Siège social / Head office : 92-98 bd, Victor-Hugo - 92115 Clichy - FRANCE
Tél. 1/42 70 98 40 - Télex 630075 F - Fax 1/47 39 84 05